

Evaluación de bordes en segmentación jerárquica de imágenes

Carely Guada¹, J. Tinguaro Rodríguez¹, Daniel Gómez², Javier Yáñez¹,
Javier Montero^{1,3}

¹Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, 28040 Madrid
{cguada, jtrodrig, jayage, jamonter}@ucm.es

²Facultad de Estudios Estadísticos, Universidad Complutense de Madrid, 28040 Madrid
dagomez@estad.ucm.es

³Instituto de Geociencias (CSIC, UCM), Plaza de Ciencias, 3, 28040 Madrid

Resumen. Este trabajo presenta una metodología para evaluar procedimientos de segmentación jerárquica, con la finalidad de permitir comparar distintos algoritmos jerárquicos entre sí, y a su vez, con otras técnicas de segmentación no jerárquicas. Para ello, se utiliza un enfoque de evaluación supervisado basado en bordes que toma como referencia un conjunto de segmentaciones realizadas por humanos. El argumento principal es que una secuencia jerárquica de segmentaciones automáticas puede entenderse como una aproximación a los potencialmente diferentes niveles de detalle que presenta un conjunto de segmentaciones humanas. De este modo, en la secuencia de segmentaciones automáticas siempre existe una que mejor se aproxima al nivel de detalle recogido por cada segmentación humana. Nuestra propuesta es que estas mejores segmentaciones automáticas deben proporcionar la base para la evaluación de la secuencia jerárquica como un todo.

Palabras clave. Segmentación de imágenes, conglomerados jerárquicos, metodología de evaluación basada en bordes.

1 Introducción

Actualmente la segmentación de imágenes es una herramienta ampliamente extendida y utilizada en las aplicaciones del procesamiento de imágenes, consistente en un proceso que divide una imagen en múltiples regiones u objetos. Existe una gran variedad de técnicas de segmentación de imágenes ([6]), así como de metodologías para evaluar su desempeño ([7]). Una extensión de las técnicas de segmentación de imágenes viene dada por la segmentación jerárquica, que produce una serie de particiones o secuencia consistente de segmentaciones, identificando jerárquicamente los objetos de una imagen con distintos niveles de detalle. Esto es, a partir de la partición trivial que contiene un solo objeto (toda la imagen), un procedimiento (divisivo) de segmentación jerárquica produce una colección de particiones cada vez más finas en las que los objetos identificados son jerárquicamente consistentes. En este sentido, la segmenta-

ción jerárquica es una extensión relevante de la segmentación de imágenes tradicional, puesto que varias aplicaciones requieren diferentes niveles de detalle ([2]), de manera que la identificación de objetos sea consistente a través de los diferentes niveles de detalle.

No obstante, a diferencia de la segmentación no jerárquica, existen relativamente pocos procedimientos de segmentación jerárquica de imágenes ([1], [3], [5]), y éstos usualmente encuentran el problema de que no existen metodologías claramente aceptadas en relación a cómo evaluar estos algoritmos de segmentación jerárquica. Así, en este trabajo se propone un método que permite evaluar dichos procedimientos de segmentación jerárquica mediante una técnica de evaluación supervisada de segmentación basada en bordes, debido a que ésta es una de las metodologías de evaluación en procesamiento de imágenes más utilizada y aceptada actualmente, y que considera como referencia una serie de segmentaciones realizadas por humanos ([1]). Específicamente, la principal idea de este trabajo es considerar este conjunto de segmentaciones humanas de referencia como una muestra de los diferentes niveles de detalle que un humano puede detectar, o ciertas aplicaciones pueden precisar, en una imagen. Entonces, puede entenderse una secuencia jerárquica de segmentaciones automáticas como una aproximación de dicha muestra de niveles de detalle. En particular, dada una segmentación humana de referencia, una secuencia jerárquica siempre proporciona una segmentación automática que mejor la aproxima. Por lo tanto, nuestra propuesta es que han de ser estas mejores segmentaciones automáticas las que deben proporcionar la base para la evaluación de la secuencia jerárquica como un todo.

Este trabajo se organiza como sigue: la Sección 2 introduce algunos conceptos preliminares, en particular definiciones formales y operativas de las nociones de segmentación y segmentación jerárquica. La metodología de evaluación propuesta en este trabajo se detalla en la Sección 3, y se ilustra mediante un pequeño experimento computacional en la Sección 4. Finalmente, la Sección 5 recoge las conclusiones de este trabajo.

2 Preliminares

En esta sección se introducen definiciones para contar con una noción formal, operativa y rigurosa de segmentación de imágenes, sustentada en el marco de la teoría de grafos.

Formalmente, en este marco una imagen digital con $r \times s$ píxeles se representa mediante un grafo $G = (V, E)$, donde los píxeles se asocian a los nodos en $V = \{p_{ij} = (i, j) \mid 1 \leq i \leq r, 1 \leq j \leq s\}$, y se introducen conexiones entre los píxeles mediante aristas $E = \{e = \{p_{ij}, p_{i'j'}\} \mid p_{ij}, p_{i'j'} \in V \text{ son píxeles vecinos}\}$. Así, dos píxeles $p, p' \in V$ se consideran vecinos o adyacentes si $e = \{p, p'\} \in E$. Por lo tanto, en adelante se asumirá que la imagen digital I viene representada por un grafo $G(I) = (V, E)$.

Es posible entonces introducir las siguientes definiciones, que relacionan la idea de segmentación de una imagen con la de partición de un grafo ([5]):

Definición 1. Dado un grafo $G(I) = (V, E)$, una familia de regiones del grafo $S = \{R_1, \dots, R_t\}$, con $R_j \subset V$ para todo $j \in \{1, \dots, t\}$ constituye una segmentación de la imagen I si y solo si se cumplen las siguientes condiciones:

- (a) Regiones no solapadas, i.e., para todo $i \neq j$, se cumple que $R_i \cap R_j = \emptyset$.
- (b) Cubrimiento: $\bigcup_{j=1}^t R_j = V$.
- (c) Regiones conexas: para todo $j \in \{1, \dots, t\}$, el subgrafo (R_j, E_{R_j}) es conexo.

Definición 2. Dado un grafo $G(I) = (V, E)$, un subconjunto de aristas $B \subset E$ caracteriza una segmentación de I si y solo si el número de componentes conexas del grafo parcial $G(E - B) = (V, E - B)$ decrece cuando se elimina cualquier arista de B .

Teorema 1. Dado un grafo $G(I) = (V, E)$, sea $\mathcal{S}^n(G(I))$ el conjunto de todas las segmentaciones *por nodos* (en el sentido de la Definición 1), y sea $\mathcal{S}^e(G(I))$ el conjunto de todas las segmentaciones *por aristas* (en el sentido de la Definición 2). Entonces, existe una biyección natural $\phi: \mathcal{S}^n(G(I)) \rightarrow \mathcal{S}^e(G(I))$ que asigna a cada segmentación por nodos S una segmentación por aristas B dada por las fronteras entre las regiones en S .

Así pues, es posible entender la segmentación de una imagen tanto en términos de los nodos que componen las distintas regiones segmentadas, como en términos de las aristas que separan nodos adyacentes que se encuentran en regiones distintas.

En base a estas definiciones previas, es también posible introducir una noción operativa de segmentación jerárquica:

Definición 3. Dado un grafo $G(I) = (V, E)$, una familia $\mathcal{S} = \{S^1, \dots, S^k\}$ de segmentaciones de la imagen I es una segmentación jerárquica de I si se cumple lo siguiente:

- (a) $S^i \in \mathcal{S}^n(G(I))$ para todo $i \in \{1, \dots, k\}$ (i.e. cada S^i es una segmentación por nodos de I);
- (b) S^{i+1} es más fina que S^i (i.e. para todo $R_j \in S^{i+1}$ existe un $R'_j \in S^i$ tal que $R_j \subset R'_j$).

Es posible establecer una definición similar en términos de segmentación por aristas, teniendo en cuenta que dadas dos segmentaciones por aristas $B, B' \in \mathcal{S}^e(G(I))$, B es más fina que B' si $B' \subset B$.

Definición 4. Dado un grafo $G(I) = (V, E)$, una familia $\mathfrak{B} = \{B^1, \dots, B^k\}$ de segmentaciones por nodos de I es una segmentación jerárquica de I si se verifica lo siguiente:

- (a) $B^i \in \mathcal{S}^e(G(I))$ para todo $i \in \{1, \dots, k\}$ (i.e. cada B^i es una segmentación por aristas de $G(I)$);
- (b) B^{i+1} es más fina que B^i .

3 Evaluación de segmentación jerárquica a través de bordes

El método propuesto se elabora considerando como referencia un conjunto de segmentaciones realizadas por humanos. Así, dada una segmentación humana y una secuencia jerárquica de segmentaciones generada por un algoritmo (o automáticas), existe un elemento de la secuencia jerárquica que mejor aproxima el nivel de detalle

proporcionado por el humano de referencia. Entonces, en tanto que una secuencia jerárquica de segmentaciones aproxima la población de diferentes niveles de detalle con que puede trabajar la percepción humana, las segmentaciones de la secuencia que mejor capturen los niveles de detalle contenidos en la muestra proporcionada por el conjunto de referencias humanas proporcionarán la base para la evaluación de la secuencia jerárquica como un todo.

El proceso de evaluación se realiza mediante la curva *precision-recall* (PR), que constituye una técnica de evaluación relativamente estándar y apropiada para técnicas de detección de bordes que consideran un conjunto de parámetros. Además, es utilizada también para la evaluación de técnicas de segmentación siempre y cuando las imágenes resultantes sean representadas en binario (bordes y no bordes). De esta manera, sea un conjunto L de segmentaciones humanas independientes GT^l ($1 \leq l \leq L$) como referencia, y sea un conjunto de K segmentaciones automáticas S^k ($1 \leq k \leq K$) organizadas jerárquicamente. Dada una segmentación humana GT^l , esta se empareja sucesivamente con cada segmentación generada por el algoritmo jerárquico, obteniendo así el conteo de los *verdaderos positivos* (TP_{kl}), *falsos positivos* (FP_{kl}) y *falsos negativos* (FN_{kl}), con los cuales se calculan los valores de *precision* y *recall*:

$$P_{kl} = \frac{TP_{kl}}{TP_{kl} + FP_{kl}}, \quad R_{kl} = \frac{TP_{kl}}{TP_{kl} + FN_{kl}}$$

A su vez, estos valores se utilizan para calcular el valor F_{kl} para cada comparación entre la segmentación humana y del algoritmo, el cual representa la proporción compuesta que relacionan esos dos valores, calculado como la media armónica entre ellos:

$$F_{kl} = 2 \cdot \frac{P_{kl} \cdot R_{kl}}{P_{kl} + R_{kl}}$$

Esta medida indica lo bien que la segmentación k -ésima de la secuencia jerárquica automática se aproxima a los bordes y al nivel de detalle dados por la segmentación humana l -ésima. Por lo que, para cada imagen de referencia humana GT^l , se selecciona la segmentación $S^{k_l^*}$ de la secuencia S^1, \dots, S^K con el valor de F_{kl} más alto, esto es $k_l^* = \arg \max_{1 \leq k \leq K} F_{kl}$. Entonces, a partir de las segmentaciones $S^{k_l^*}$ que mejor capturan cada segmentación humana GT^l , se obtienen los valores de *precision* (P) y *recall* (R) globales para la imagen considerada, con las cuales se calcula el valor F global para medir el rendimiento global del procedimiento de segmentación jerárquica evaluado en una imagen de referencia:

$$P = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L P_{k_l^* l} \quad R = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L R_{k_l^* l}$$

Es importante resaltar que un procedimiento jerárquico como el algoritmo D&L (ver detalles en la próxima sección y en [4]) depende de un conjunto de K parámetros $a_1 < a_2 < \dots < a_K$ para cada posible número de niveles de detalle K , es decir, para cada secuencia de K segmentaciones jerárquicamente relacionadas. Mediante la variación de estos parámetros, se pueden obtener los diferentes puntos pertenecientes a la curva PR. Entonces, cada secuencia jerárquica del algoritmo de segmentación $\{S^1, \dots, S^K\}$

(asociada a los parámetros $\alpha_1, \dots, \alpha_K$) tiene que ser evaluada globalmente en relación con el conjunto de las L segmentaciones humanas (que posiblemente proporcionan diferentes niveles de detalle de referencia) a través de las puntuaciones globales P y R (y la correspondiente medida F) como se planteó anteriormente. Por lo tanto, diferentes especificaciones de los parámetros $\alpha_1, \dots, \alpha_K$ producen diferentes pares (P, R) , que a su vez pueden ser utilizados para construir la curva PR del procedimiento jerárquico para un determinado K . De este modo, se pueden idear dos enfoques diferentes para elegir un valor particular de K :

1. Considerar un valor predefinido para K , por ejemplo sobre la base de un conocimiento a priori acerca de los diferentes niveles de detalle en realidad presentes en las segmentaciones de referencia humanas. O simplemente tomar $K = L$, en el supuesto de que, posiblemente, en cada una de las segmentaciones de referencia humana se lleva a cabo a un nivel de detalle diferente.

2. Buscar un K óptimo, es decir, el que provea mayor valor de F en la curva de PR, luego de que se haya probado varios valores de los K parámetros $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_K$ sobre un conjunto de imágenes de entrenamiento.

En resumen, la metodología de evaluación propuesta para la segmentación jerárquica puede ser vista como una extensión de la metodología de evaluación de la segmentación basada en bordes ([1,7]). En particular, el método propuesto permite evaluar una secuencia jerárquica de segmentaciones como un todo, en tanto que aproximación a todo el conjunto disponible de referencias humanas.

4 Experiencias computacionales

En esta sección se describe un pequeño experimento computacional con el fin de ilustrar la viabilidad del método propuesto, utilizando el algoritmo jerárquico *Divide and Link* ([4]) y otros algoritmos de segmentación no jerárquica (por ejemplo *Canny*, *Sobel* y *Prewitt*, ver por ejemplo [6]) sobre una referencia de segmentaciones humanas.

Antes de proceder con las experiencias computacionales, demos unas pequeñas pinceladas sobre el algoritmo *Divide and Link* (D&L), introducido en [4] en el contexto del análisis de redes sociales, y adaptado a la segmentación jerárquica de imágenes en [5].

A partir de una imagen I representada mediante un grafo $G(I) = (V, E)$, el algoritmo D&L procede mediante un proceso divisivo que comienza con la segmentación trivial formada por el conjunto de nodos/píxeles V , y concluye tras llevar a cabo un número predefinido K de etapas divisivas. En cada iteración h del algoritmo ($1 \leq h \leq K$), se obtiene una segmentación S^h de la imagen, la cual es más fina que la obtenida en la iteración previa. Las sucesivas divisiones del grafo se determinan mediante una medida de disimilitud d_e definida sobre cada arista $e \in E$, así como mediante una sucesión de K umbrales predefinidos $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_K$, de manera que dos píxeles adyacentes pertenecientes a la misma región en la iteración h quedarán separados en diferentes regiones en la siguiente iteración $h + 1$ si y solo si $d_{\{p,q\}} \geq \alpha_{h+1}$. Para esto, el algoritmo selecciona en cada iteración h un conjunto de aristas divisivas (aquellas que cumplen $d_e \geq \alpha_h$) así como un conjunto de aristas de enlace (aquellas con $d_e < \alpha_h$), y las ordena

respectivamente en una lista de aristas para construir un árbol soporte (o bosque soporte, en caso de tener diversas componentes conexas) del grafo. Mediante esta estructura se consiguen evitar las potenciales inconsistencias en la creación de regiones (se evitan ciclos de aristas divisivas y de enlace). Así, al eliminar las aristas divisivas del árbol o bosque, se obtienen las regiones que componen la segmentación de la iteración actual, dadas por las diversas componentes conexas resultantes. Para más detalles sobre el algoritmo D&L, consultar [5]. La Figura 1 ilustra las diferentes segmentaciones obtenidas mediante el D&L en un proceso divisivo con $K = 5$ umbrales/iteraciones. La medida de disimilitud d se obtuvo como la distancia espectral L_1 entre píxeles adyacentes (asumiendo una topología de 4-conectividad).

Para estos experimentos computacionales, el algoritmo D&L está asimismo configurado para obtener una jerarquía de $K = L = 5$ segmentaciones, determinadas a partir de un conjunto de umbrales arbitrarios $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ (los mismos que aparecen en la Figura 1). Las salidas de este algoritmo se compararán con las salidas de los algoritmos de detección de bordes de Canny ([8]), Prewitt ([9]) y Sobel ([10]) (como se encuentran implementados por defecto en MATLAB R2013b) y que se muestran en la Figura 2. Se usan como referencia cinco segmentaciones humanas que se muestran en la primera columna de la Figura 3.

Figura 1. Imagen original (I11). Segmentaciones jerárquicas con el algoritmo D&L.

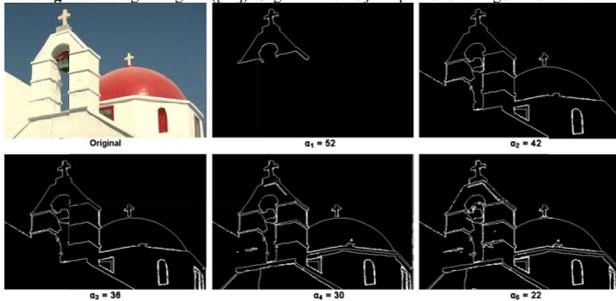


Figura 2. Resultado de la detección de bordes, (a) Canny (b) Sobel y (c) Prewitt.



En consecuencia, se deriva un conjunto de bordes de cada una de las cinco segmentaciones del D&L, declarando como borde sólo a los píxeles de la región más

grande de cada par de píxeles adyacentes que pertenecen a diferentes regiones. Se calculan los verdaderos positivos, falsos negativos y falsos positivos que se obtienen mediante el cotejo de pixel a pixel entre los conjuntos de bordes obtenidos con el D&L, asumiendo tolerancia nula al desplazamiento de los bordes, es decir, se admite un error de localización $\delta = 0$. Por último, se calculan P y R , así como sus respectivos valores de F , para cada par de segmentaciones humanas y del algoritmo como se describe en la sección anterior. Es importante señalar que este experimento no es ni pretende constituir una evaluación rigurosa del algoritmo D&L, ni una comparación detallada de este procedimiento con las técnicas mencionadas de detección de bordes, sino que sólo pretende proporcionar un ejemplo ilustrativo con la intención de mostrar la viabilidad de la metodología de evaluación propuesta en este trabajo, de cara a contribuir a una mejor comprensión del mismo.

En la Tabla 1, se muestran los resultados para cada par segmentación humana-D&L. Los valores de F y sus valores P y R más altos para cada humano están resaltados en negrita.

Tabla 1. Valores F y sus respectivos P y R para cada par de segmentaciones humanas - D&L.

	D&L $\alpha_1=52$	D&L $\alpha_2=42$	D&L $\alpha_3=36$	D&L $\alpha_4=30$	D&L $\alpha_5=22$
Human 1	F=0.07 (0.15,0.05)	F=0.27 (0.21,0.37)	F=0.27 (0.20,0.40)	F=0.21 (0.14,0.42)	F=0.21 (0.14,0.45)
Human 2	F=0.05 (0.10,0.03)	F=0.17 (0.13,0.26)	F=0.18 (0.13,0.30)	F=0.14 (0.09,0.32)	F=0.14 (0.09,0.34)
Human 3	F=0.04 (0.16,0.03)	F=0.23 (0.25,0.21)	F=0.25 (0.25,0.25)	F=0.22 (0.18,0.27)	F=0.22 (0.18,0.30)
Human 4	F=0.08 (0.13,0.05)	F=0.26 (0.19,0.43)	F=0.25 (0.17,0.46)	F=0.19 (0.12,0.47)	F=0.18 (0.11,0.50)
Human 5	F=0.03 (0.06,0.02)	F=0.24 (0.20,0.30)	F=0.25 (0.19,0.33)	F=0.19 (0.13,0.34)	F=0.19 (0.13,0.36)

Observe que las dos segmentaciones automáticas con $\alpha_2 = 42$ y $\alpha_3 = 36$, obtienen consistentemente el mejor equilibrio entre los valores de P y R , y por tanto las mejores medidas globales de la secuencia jerárquica del D&L. Como era de esperar, cuanto más bajo sea el umbral α_k , mayor es el valor R debido a que se introduce un mayor nivel de detalle. En este sentido, estos resultados sugieren que estos dos niveles de detalle, diferentes pero relativamente similares, son los que mejor aproximan las cinco segmentaciones humanas, de las que podría entonces asumirse que están realizadas usando igualmente solo dos niveles de detalle.

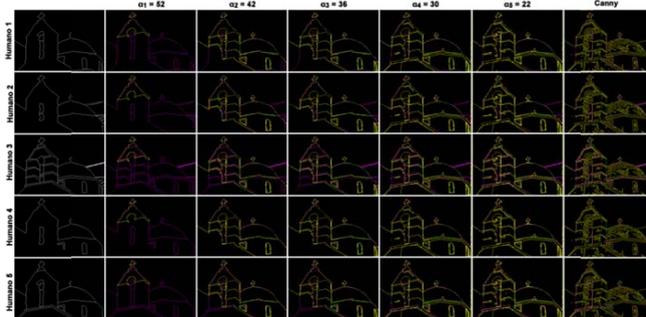
Por lo tanto, la evaluación del algoritmo D&L debe centrarse en las segmentaciones de la secuencia jerárquica que mejor aproximan el nivel de detalle de cada segmentación humana. Esto se puede observar en la Tabla 2, en donde se combinan los mejores resultados del D&L (en términos de F) para cada ser humano con los resultados obtenidos por los detectores de Canny, Sobel y Prewitt. Una vez más, están en negrita las mejores puntuaciones sobre cada humano. Las mejores particiones del D&L obtienen consistentemente una precisión significativamente mayor que los otros detectores de borde, salvo de una pequeña diferencia con el valor R para Canny. En general, después de promediar las puntuaciones P y R entre todos los humanos, D&L

es quien obtiene el valor F más alto, por encima de los detectores de bordes Sobel y Prewitt y obteniendo un mejor equilibrio de P y R que el detector de borde Canny (por supuesto, esto para la salida de los tres algoritmos detectores de bordes con la configuración de parámetros por defecto de MATLAB). Dejando de lado los resultados particulares obtenidos, este experimento demuestra no obstante la factibilidad de la metodología de evaluación propuesta, como se pretendía. En la Figura 3 se muestran las segmentaciones humanas de referencia y las imágenes resultantes de los emparejamientos de ellas con las salidas generadas mediante diferentes umbrales de D & L y el detector de Canny.

Tabla 2. Comparación de los diferentes detectores de bordes a lo largo de las distintas segmentaciones humanas. Los resultados del D&L provienen de la selección en la Tabla 1, como las particiones con máximo valor de F para cada ser humano. Los resultados globales se obtienen promediando los valores de P y R .

	D&L	Canny	Sobel	Prewitt
Humano 1	F=0.27 (0.21,0.37)	F=0.15 (0.09,0.41)	F=0.13 (0.10,0.22)	F=0.13 (0.09,0.21)
Humano 2	F=0.18 (0.13,0.30)	F=0.11 (0.06,0.33)	F=0.09 (0.06,0.16)	F=0.09 (0.06,0.16)
Humano 3	F=0.25 (0.25,0.25)	F=0.17 (0.12,0.27)	F=0.14 (0.13,0.14)	F=0.13 (0.12,0.14)
Humano 4	F=0.26 (0.19,0.43)	F=0.13 (0.08,0.46)	F=0.13 (0.08,0.25)	F=0.12 (0.08,0.25)
Humano 5	F=0.25 (0.19,0.33)	F=0.15 (0.09,0.35)	F=0.14 (0.10,0.20)	F=0.13 (0.10,0.20)
Global	F=0.25 (0.19,0.33)	F=0.14 (0.09,0.36)	F=0.13 (0.10,0.20)	F=0.12 (0.09,0.19)

Figura 3. Segmentaciones humanas de referencia (primera columna [11]) y emparejamientos de las mismas con las salidas generadas mediante diferentes umbrales de D & L y el detector de Canny. Los píxeles verdes son los verdaderos positivos, los amarillos son los falsos positivos y los magenta son los falsos negativos.



5 Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto una metodología de evaluación de algoritmos de segmentación jerárquica mediante un enfoque supervisado de bordes. De esta forma, se logra realizar comparaciones de distintos procedimientos jerárquicos y contra otras técnicas de segmentación no jerárquica, entre ellos los algoritmos detectores de bordes.

La idea central de la metodología propuesta consiste en entender la segmentación jerárquica como una aproximación a los diferentes niveles de detalle en que una imagen puede ser segmentada. De esta forma, dada una muestra de distintos niveles de detalle, como es el caso de un conjunto de referencia de segmentaciones realizadas por humanos, una secuencia jerárquica de segmentaciones automáticas debería ser evaluada seleccionando del conjunto de segmentaciones jerárquicas aquellas que mejor aproximen el nivel de detalle de cada segmentación humana.

Esta metodología adaptada es un inicio en cuanto a cómo proponer una metodología especial para poder evaluar y comparar segmentaciones jerárquicas, cuestión que está todavía por resolver. Posiblemente la ventaja principal de una metodología de segmentación jerárquica como la del algoritmo D&L, es que permite trabajar en diferentes niveles de detalle de una manera consistente. A pesar de que otros procedimientos de segmentación (no jerárquicos) pueden proporcionar diferentes niveles de detalle al variar los parámetros de configuración, por lo general las segmentaciones obtenidas no son jerárquicas, y por ende, no se identifican los objetos sistemáticamente en el sentido de que las particiones sucesivas permiten un mayor nivel de detalle sin modificar los objetos ya detectados en segmentaciones anteriores.

6 Agradecimientos

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el Gobierno de España, proyecto TIN2015-66471-P, y por el Gobierno de la Comunidad de Madrid, proyecto S2013/ICE-2845 (CASI-CAM).

7 Referencias

1. Arbelaez, P., Maire, M., Fowlkes, C., Malik, J.: *Contour detection and hierarchical image segmentation*. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence. **33** (2011).
2. Castillo-Ortega, R., Chamorro-Martínez, J., Marin, N., Sánchez, D., Soto-Hidalgo, J.M.: *Describing Images Via Linguistic Features and Hierarchical Segmentation*. Proc. Of WCCI 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence. (2010) 1104–1111.
3. Cheng, H., Sun, Y.: *A hierarchical approach to color image segmentation using homogeneity*. IEEE Trans. on Image Processing. **9** (2000) 12:2071-2082.
4. Gómez, D., Zarrazola, E., Yáñez, J., Rodríguez, J.T., Montero, J.: *A Divide-and-Link Algorithm for Hierarchical Clustering in Networks*. Information Sciences. **316** (2015) 308-328.
5. Gómez, D., Zarrazola, E., Yáñez, J., Rodríguez, J.T., Montero, J.: *Fuzzy Image Segmentation based upon Hierarchical Clustering*. Knowledge-Based Systems. **87** (2015) 26-37.

6. Guada, C., Gómez, D., Rodríguez, J.T., Yáñez, J., Montero, J.: *Classifying image analysis techniques from their output*. IJCIS. **9**. **Supplement 1**. (2016) 43-68.
7. Martín, D., Malik, J., Fowlkes, C.: *Learning to detect natural image boundaries using local brightness, color and textures cues*. IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence. **26** (2004) 5:530-549.
8. Canny, J.: *A computational approach to edge detection*. IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell. **8** (1986) 679-698.
9. Prewitt J.M.S.: *Object enhancement and extraction*. In: B.S. Lipkin, A. Rosenfeld (Eds.) *Picture Processing and Psychopictorics*, Academic Press, New York, 1970.
10. Basavaprasad B., Ravindra S.H.: *A survey on traditional and graph theoretical techniques for image segmentation*, Int. J. Comput. Appl. (2014) 38-46.
11. Martin, C., Fowlkes, D., Tal, D. y Malik, J.: *A Database of Human Segmented Natural Images and its Application to Evaluating Segmentation Algorithms and Measuring Ecological Statistics*. Proc. 8th International Conference Computer Vision. **2** (2001) 416-423.