Un método de evaluación basado en el ideal de referencia para valoraciones difusas: Aplicación al caso del aceite de oliva virgen

E. Cables[1], M.T.Lamata[2], J.L. Verdegay[2]

[1] Depto de Ingeniería Informática. Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya", Holguín. Cuba
[2] Depto de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial. Universidad de Granada.18071. Granada. Spain

Abstract. Muchos son los métodos compensatorios de decisión multicriterio conocidos en la literatura que se usan para tomar decisiones. Entre ellos consideramos por su racionalidad y fácil aplicabilidad el método TOPSIS que tiene como característica principal el hallar la mínima distancia a la mejor opción posible y el alejarse lo más posible de la peor. Basándose en esta idea los autores desarrollaron un Método basado en el Ideal de Referencia (RIM, por sus siglas en inglés) que se puede considerar como ampliación de TOPSIS al considerar que el ideal de referencia no tiene por qué ser el máximo o el mínimo sino que puede ser un valor comprendido entre ambos. Dado que RIM no opera bien con números difusos, en este trabajo se propone su modificación para poder trabajar con vaguedad e imprecisión dando lugar a una modificación necesaria de RIM. La eficacia del nuevo método se ilustra aplicándolo al proceso de elección de una marca de aceite de oliva virgen.

Keywords. RIM, Ideal de Referencia, MCDM, TOPSIS, números difusos.

1 Introduccion

Los seres humanos nos enfrentamos a diario con situaciones en las que tenemos que elegir entre un conjunto de opciones que serán evaluadas con respecto a diferentes criterios, situaciones, consecuencias, etc. En general, los decisores hacen sus elecciones siguiendo un conjunto de reglas y heurísticas asociadas a su nivel de experiencia, a su grado de independencia, al tipo de información disponible, etc. De todas las situaciones imaginables vamos a centrarnos en los denominados Métodos de Decisión Multicriterio (MCDM por sus siglas en inglés).

La calidad de nuestras decisiones dependerá de forma directa de estos métodos que, además, han de ser capaces de sintetizar gran cantidad de información, muy a menudo proveniente de diferentes fuentes y por tanto con diferentes naturalezas y distintos significados. La solución que resulte de la aplicación de un MCDM depende en definitiva de la eficacia, eficiencia y operatividad de los métodos, algo que por su importancia deberá ser estudiado.

Hay también que tener en cuenta la cantidad de estos métodos multicriterio que utilizan números difusos. Ello tiene como finalidad resolver con mayor calidad los elevados niveles de imprecisión que de forma implícita conlleva la información.

En general estos métodos están relacionados con problemas del mundo económico, por ello, consideran que lo mejor es el máximo cuando hablamos de ganancias, la idea contraria estaría asociada al caso de pérdidas. Pero también se deben considerar problemas donde esto no sucede. Serían los casos en los que "lo mejor" no corresponde al máximo (caso de ganancias) o al mínimo (caso de pérdidas) sino que "lo óptimo" sería un valor intermedio. Supongamos que estemos considerando criterios como la temperatura de un vino, la edad de una persona para acceder a un determinado trabajo etc. Es lógico pensar que para un cosmético el valor óptimo debe ser neutro, por tanto ni el 0 ni el 14 sirven y no se podría operar con métodos como TOPSIS [3] o VIKOR [4]. Para poder abordar estas situaciones, en [2] se presentó el denominado "Reference Ideal Method" (RIM) que resuelve este problema.

Pero RIM, al igual que ocurre con otros muchos métodos, no puede aplicarse de forma directa a problemas donde la información está expresada de forma imprecisa, o dicho de otro modo a problemas que tengan que manejar números difusos [5] o variables lingüísticas [6]. Por eso el objetivo de este artículo es presentar una versión "fuzzy" de RIM (FuzzyRIM) que modifica, amplía y extiende de forma original RIM para que, además de aceptar que lo mejor para un determinado criterio sea el Máximo, el Mínimo o un valor intermedio entre ellos, opere con números difusos resolviendo situaciones que hasta ahora no habían podido ser [7].

El artículo se organiza de la forma siguiente. Se ha planteado en esta introducción el problema a resolver, la discusión sobre algunos de los métodos compensatorios multicriterio relacionados con él, y se ha tenido en cuenta la extensión de los mismos para operar con información imprecisa. Por tanto, en el siguiente apartado se presenta RIM y los problemas que presenta al operar con números difusos. El tercer epígrafe desarrolla el propio FuzzyRIM, donde a través de ejemplos se ilustra la nueva formulación. Se termina con las principales conclusiones.

2 Antecedentes de RIM

Son diversos los métodos de análisis multicriterio presentes en la literatura como TOPSIS, VIKOR, RIM entre otros, que se basan en obtener la menor distancia a la solucion ideal positiva y a estar lo más alejados posible de la negativa. Estos métodos parten de la obtención de la matriz de valoración o juicios *M*, donde sus elementos x_{ij} representan la valoración de las diferentes alternativas u opciones $O_i, i = 1, 2, ..., m$, para cada criterio $E_j, j = 1, 2, ..., n$. Además, a cada criterio E_j se le asocia un peso w_j con la finalidad de indicar su importancia relativa. Por ello, supuesta conocida una matriz de decisión

$$M = \begin{array}{c} \\ \\ O_1 \\ O_2 \\ \vdots \\ O_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} w_1 & w_2 & & w_n \\ E_1 & E_2 & \cdots & E_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

RIM identifica para cada criterio $E_j, j = 1,2,...,n$ los conceptos de Rango e Ideal de Referencia, como se indica a continuación:

- El Rango $\left[A_j, B_j\right]$, es cualquier intervalo, conjunto de etiquetas o conjunto de valores pertenecientes a un dominio de discurso dado. A partir de ahora lo notaremos por R_j.
- El Ideal de Referencia $\left[C_j, D_j\right]$, es un intervalo, conjunto de etiquetas, etiquetas o valores simples, que representa el valor ideal, indicando la máxima importancia o relevancia del criterio E_j para un Rango dado. Además, se cumple que $\left[C_j, D_j\right] \subset \left[A_j, B_j\right]$. A partir de ahora lo notaremos por IR_j.

RIM se basa en determinar la menor distancia al Ideal de Referencia, así la distancia de un valor x_{ij} a su respectivo Ideal de Referencia IR_j, está dado por la expresión (1):

$$d_{\min}\left(x_{ij}, IR_j\right) = \min\left(\left|x_{ij} - C_j\right|, \left|x_{ij} - D_j\right|\right) \tag{1}$$

RIM al igual que otros métodos, incluye como una de las operaciones a realizar la normalización de la matriz de valoración M con la finalidad de transformar todos los valores a una misma escala, pues generalmente estos valores representan magnitudes y significados diferentes. Es importante destacar que cada método utiliza métricas diferentes para realizar este proceso. Particularmente, RIM lo hace mediante la siguiente función [2]:

$$f\left(x_{ij}, R_j, IR_j\right) = \begin{cases} 1 & si \quad x_{ij} \in IR_j \\ 1 - \dfrac{d_{\min}\left(x_{ij}, IR_j\right)}{dist\left(A_j, C_j\right)} & si \quad \begin{array}{l} x_{ij} \in \left[A_j, C_j\right] \\ \wedge \; A_j \neq C_j \end{array} \\ 1 - \dfrac{d_{\min}\left(x_{ij}, IR_j\right)}{dist\left(D_j, B_j\right)} & si \quad \begin{array}{l} x_{ij} \in \left[D_j, B_j\right] \\ \wedge \; D_j \neq B_j \end{array} \end{cases} \tag{2}$$

Vemos que RIM es capaz de resolver problemas de decisión donde “lo mejor” puede ser cualquier conjunto de valores $\left[IR_j\right] \subset \left[R_j\right]$, y no solo los valores extremos A o

B. No obstante, este método hay que adaptarlo cuando se trata de números difusos, aspecto que se valora a continuación y para el que se brinda una solución.

2.1 Problemas al trabajar RIM con números difusos. Actualización de RIM para números difusos

De la forma que se encuentra definido RIM permite resolver problemas de decisión multicriterio, donde los criterios E_j tienen asociados conjuntos de valores numéricos o etiquetas lingüísticas. Sin embargo, al modificarse el contexto de trabajo, por ejemplo, cuando la valoración del criterio se realiza en un conjunto difuso entonces es necesario reformular las expresiones (1) y (2), pues la distancia entre dos números difusos $\tilde{X}_{ij} = (x_1, x_2, x_3)$ y $\tilde{D}_{ij} = (d_1, d_2, d_3)$ se calcula de forma diferente a la formulada en la expresión (1). En este caso asumiremos la distancia definida entre dos números difusos triangulares por:

$$dist : \tilde{X}\, x\, \tilde{Y} \to \mathbb{R}$$

$$dist\left(\tilde{X}_{ij}, \tilde{D}_{ij}\right) = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\left(x_1 - d_1\right)^2 + \left(x_2 - d_2\right)^2 + \left(x_3 - d_3\right)^2\right)} \tag{2}$$

Por otra parte, el proceso de normalización de la matriz de valoración se realiza sobre la base de la distancia al conjunto que representa el Ideal de Referencia mediante la expresión (2), y la misma no se debe utilizar de forma directa para operar con números difusos, pues puede suceder que el número difuso se encuentre incluido de forma parcial o total en el intervalo IR, es el caso de los números $\tilde{X}$ e $\tilde{Y}$ respectivamente (ver fig. 1).

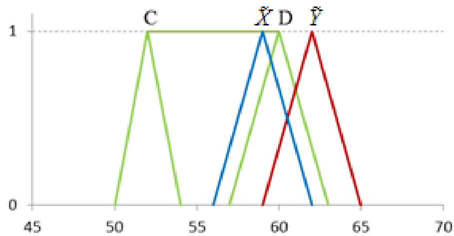

Fig. 1. Representación gráfica del ideal de referencia y de los números difusos $\tilde{X}$ e $\tilde{Y}$.

A partir de esto, se expone a continuación la reformulación de la distancia mínima y de la normalización de RIM de forma que permita operar con números difusos.

2.2 Distancia mínima a un intervalo difuso.

Como hemos dicho anteriormente, RIM se basa en la determinación de la menor distancia al Ideal de Referencia, pero al tener que operar con números difusos se requiere reformular la expresión (1), aspecto que se define a continuación.

Definición 1. Sean $\tilde{X}, \tilde{C}, \tilde{D}$ números positivos difusos, entonces la distancia mínima del valor $\tilde{X}_{ij}$ al intervalo $\left[\tilde{C}_j, \tilde{D}_j\right] = \left[I\tilde{R}_j\right]$, está dada por la función $d^*_{\min}$, tal que:

$$d^*_{\min} : \tilde{X}_{ij} \otimes \left[I\tilde{R}_j\right] \to \mathbb{R}$$

$$d^*_{\min}\left(\tilde{X}_{ij}, \left[I\tilde{R}_j\right]\right) = \min\left(dist\left(\tilde{X}_{ij}, \tilde{C}_j\right), dist\left(\tilde{X}_{ij}, \tilde{D}_j\right)\right) \tag{3}$$

donde, las $dist\left(\tilde{X}_{ij}, \tilde{C}_j\right)$ y $dist\left(\tilde{X}_{ij}, \tilde{D}_j\right)$ se calculan mediante la expresión (3).

2.3 Normalización RIM con números difusos.

A partir de la consideración referida anteriormente hay que ver como se trata el caso en que $\tilde{X}_{ij} \cap \left[\tilde{C}_j, \tilde{D}_j\right] \neq \varnothing$, ya que el resto serían análogos. Se hace por tanto necesario modificar la expresión (2), de forma que se ajuste al nuevo contexto de trabajo, aspecto que se expresa en la definición siguiente.

Definición 2. Sean $\tilde{X}, \tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}$ números positivos difusos, tal que el intervalo $\left[\tilde{R}_j\right]$ representa el rango de trabajo, el intervalo $\left[I\tilde{R}_j\right]$ representa el Ideal de Referencia de forma que $\left[I\tilde{R}_j\right] \subseteq \left[\tilde{R}_j\right]$ para cada criterio $\tilde{E}_j$; entonces la función de normalización f^* es análoga a la de la expresión (2) pero hay que imponer la condición $\tilde{X}_{ij} \notin \left[I\tilde{R}_j\right]$ cuando f^* es distinto de 0 ó 1. La nueva formulación para poder operar con números difusos está dada por:

$$f^*\left(\tilde{X}_{ij}, \left[\tilde{R}_j\right], \left[I\tilde{R}_j\right]\right) = \begin{cases} 1 & si \quad \tilde{X}_{ij} \in \left[I\tilde{R}_j\right] \\ 1 - \dfrac{d^*_{\min}\left(\tilde{X}_{ij}, \left[I\tilde{R}_j\right]\right)}{dist\left(\tilde{A}_j, \tilde{C}_j\right)} & si \quad \begin{array}{l} \tilde{X}_{ij} \in \left[\tilde{A}_j, \tilde{C}_j\right] \wedge \tilde{X}_{ij} \notin \left[I\tilde{R}_j\right] \\ \wedge\ dist\left(\tilde{A}_j, \tilde{C}_j\right) \neq 0 \end{array} \\ 1 - \dfrac{d^*_{\min}\left(\tilde{X}_{ij}, \left[I\tilde{R}_j\right]\right)}{dist\left(\tilde{D}_j, \tilde{B}_j\right)} & si \quad \begin{array}{l} \tilde{X}_{ij} \in \left[\tilde{D}_j, \tilde{B}_j\right] \wedge \tilde{X}_{ij} \notin \left[I\tilde{R}_j\right] \\ \wedge\ dist\left(\tilde{D}_j, \tilde{B}_j\right) \neq 0 \end{array} \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases} \tag{5}$$

donde, $d^*_{\min}\left(\tilde{X}_{ij}, \left[I\tilde{R}_j\right]\right)$ se obtiene aplicando la expresión (4) y $dist\left(\tilde{A}_j, \tilde{C}_j\right)$ y $dist\left(\tilde{D}_j, \tilde{B}_j\right)$ se obtienen aplicando la expresión (3).

Ejemplo. Veamos cómo opera RIM con un ejemplo numérico. Supongamos que el rango $\left[\tilde{A}_j, \tilde{B}_j\right] = \left[(0, 15, 35), (110, 135, 150)\right]$ y aceptemos que el ideal de referencia es $\left[\tilde{C}_j, \tilde{D}_j\right] = \left[(50,\ 52,\ 54), (57,\ 60,\ 63)\right]$ entonces deseamos normalizar los valores $\tilde{X} = (56,\ 59,\ 62)$ e $\tilde{Y} = (59,\ 62,\ 65)$. En estas circunstancias:

- $f^*\left(\tilde{X}, \left[\tilde{R}_j\right], \left[I\tilde{R}_j\right]\right) = 1$

en este caso el número difuso $\tilde{X} = (56,\ 59,\ 62)$, se encuentra totalmente incluido en el intervalo que representa el *Ideal de Referencia* $\left[\tilde{C}_j, \tilde{D}_j\right] = \left[(50,\ 52,\ 54), (57,\ 60,\ 63)\right]$ ya que 56<57, 59<60 y 62<63 (ver fig. 1).

- $f^*\left(\tilde{Y}, \left[\tilde{R}_j\right], \left[I\tilde{R}_j\right]\right) = 1 - \dfrac{d^*_{\min}\left((59,\ 62,\ 65), \left[(50,\ 52,\ 54), (57,\ 60,\ 63)\right]\right)}{dist\left((57,\ 60,\ 63), (110, 135, 150)\right)}$

$$= 1 - \frac{\min\left(dist\left((59,\ 62,\ 65), (50,\ 52,\ 54)\right), dist\left((59,\ 62,\ 65), (57,\ 60,\ 63)\right)\right)}{dist\left((57,\ 60,\ 63), (110, 135, 150)\right)}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{(59-57)^2 + (62-60)^2 + (65-63)^2}}{\sqrt{(57-110)^2 + (60-135)^2 + (63-150)^2}} = 1 - \frac{\sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (2)^2}}{\sqrt{(-53)^2 + (-75)^2 + (-87)^2}}$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{16008}} = 1 - \frac{3.4641}{126.50296} = 1 - 0.02738 = 0.9726$$

en este caso el número difuso $\tilde{Y}$, se encuentra parcialmente incluido(59, 62<63 pero 65>63) y a la izquierda del Ideal de Referencia, por tanto se aplica la rama 3 de la función (ver fig. 1). De igual forma se haría si el número difuso cayera por la derecha, pero se aplicaría la rama 2 de la misma función.

2.4 Algoritmo RIM con números difusos

Basándonos en las consideraciones realizadas anteriormente, respecto a la forma del cálculo de la distancia mínima al *Ideal de Referencia* y a la función de normalización, se puede proceder a la aplicación del algoritmo RIM.

En este caso se describe el algoritmo a seguir:

Paso 1. Definición del contexto de trabajo.

Tiene como finalidad el establecimiento de las condiciones del contexto de trabajo, donde para cada criterio E_j se tiene que definir; el rango $\tilde{R}_j$, el Ideal de Referencia $I\tilde{R}_j$ y el peso w_j asociado a cada criterio.

Paso 2. Obtención de la matriz de decisión *V*, donde las valoraciones emitidas ($\tilde{v}_{ij}$) representan números difusos triangulares.

$$V = \begin{pmatrix} \tilde{v}_{11} & \tilde{v}_{12} & \cdots & \tilde{v}_{1n} \\ \tilde{v}_{21} & \tilde{v}_{22} & \cdots & \tilde{v}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_{m1} & \tilde{v}_{m2} & \cdots & \tilde{v}_{mn} \end{pmatrix}$$

Paso 3. Normalización de la matriz de valoración V en función de la solución ideal.

$$N = \begin{pmatrix} f^*(\tilde{v}_{11}, t_1, s_1) & f^*(\tilde{v}_{12}, t_2, s_2) & \cdots & f^*(\tilde{v}_{1n}, t_n, s_n) \\ f^*(\tilde{v}_{21}, t_1, s_1) & f^*(\tilde{v}_{22}, t_2, s_2) & \cdots & f^*(\tilde{v}_{2n}, t_n, s_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f^*(\tilde{v}_{m1}, t_1, s_1) & f^*(\tilde{v}_{m2}, t_2, s_2) & \cdots & f^*(\tilde{v}_{mn}, t_n, s_n) \end{pmatrix}$$

donde, la función f^* es la considerada en (5).

Paso 4. Cálculo de la matriz normalizada ponderada P a través de:

$$P = N \otimes W = \begin{pmatrix} n_{11} \cdot w_1 & n_{12} \cdot w_2 & \cdots & n_{1n} \cdot w_n \\ n_{21} \cdot w_1 & n_{22} \cdot w_2 & \cdots & n_{2n} \cdot w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{m1} \cdot w_1 & n_{m2} \cdot w_2 & \cdots & n_{mn} \cdot w_n \end{pmatrix}$$

Paso 5. Cálculo de la variación a la solución ideal y a la no ideal de cada alternativa A_i.

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(p_{ij} - w_j\right)^2} \quad \text{y} \quad d_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left(p_{ij}\right)^2}$$

donde $i = 1, 2, ..., m$, $j = 1, 2, ..., n$ y p_{ij} son los valores de la matriz P.

Paso 6. Cálculo del índice relativo a la solución ideal de cada alternativa A_i, a través de la expresión:

$$R_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, \quad \text{donde: } 0 \le R_i \le 1,\ i = 1, 2, ..., m$$

Paso 7. Ordenación de las alternativas A_i de forma descendente a partir del índice relativo R_i. Si la alternativa tiene un índice R próximo al valor 1, indicará que es muy buena, sin embargo si este valor desciende aproximándose al valor 0, interpretaremos que la alternativa se debe rechazar.

3 Ilustración: Selección de una marca de aceite de oliva

Consideremos una base de datos de marcas de aceite de oliva virgen extra que se encuentran disponibles en los supermercados. Queremos conocer cuál es el mejor teniendo en cuenta el precio, la acidez, la cera y la calificación en cata de expertos. Por cuestión de espacio únicamente facilitamos los datos correspondientes a 5 marcas.

Para cada marca se han hecho varios ensayos para obtener los valores de la acidez y de las ceras. Para obtener los números difusos triangulares se han elegido, el mínimo (x_1), la media (x_2) y el máximo (x_3) de los valores obtenidos en todos los ensayos. Los correspondientes valores de los precios siguen la misma idea sobre los precios en diferentes supermercados. Los relativos a la cata de los que únicamente se conocen los valores finales corresponden al valor medio, y que han sido elaborados por distintos expertos. Teniendo en cuenta los valores extremos y posibles que en funcion de la legislacion actual deben cumplir los aceites para ser considerados como oliva virgen se ha definido el rango, mientras que los valores del ideal de referencia están dados por el experto.

Tabla 1. Matriz de decisión

Marcas	Precios	Acidez	Ceras	Valoración Expertos
M_1	(2.99, 3.29, 3.75)	(0.17, 0.19, 0.21)	(64, 67, 70)	(6.9, 6.9, 6.9)
M_3	(2.93, 3.04, 3.8)	(0.28, 0.31, 0.34)	(59, 62, 65)	(6.3, 6.3, 6.3)
M_5	(2.95, 3.14, 3.46)	(0.22, 0.25, 0.28)	(53, 56, 59)	(6, 6, 6)
M_7	(2.89, 3.08, 3.8)	(0.18, 0.2, 0.22)	(57, 60, 63)	(6.6, 6.6, 6.6)
M_8	(3, 3.19, 3.45)	(0.23, 0.26, 0.29)	(56, 59, 62)	(6.4, 6.4, 6.4)
A	(2.89, 3.04, 3.45)	(0.15, 0.16, 0.17)	(0, 15, 35)	(1, 1, 1)
B	(3, 3.29, 3.8)	(0.55, 0.70, 0.80)	(110, 135, 150)	(9, 9, 9)
C	(2.69, 3.04, 3.04)	(0.16, 0.16, 0.17)	(50, 52, 54)	(8, 9, 9)
D	(2.69, 3.04, 3.04)	(0.2, 0.22, 0.26)	(57, 60, 63)	(8, 9, 9)

Los datos de partida están recogidos en la tabla 1. Hemos considerado que los 4 criterios tienen igual importancia. Los valores del rango se determinan de la siguiente manera: *A* representa los valores más bajos de los supermercados que se han tenido en cuenta, mientras que para acidez y ceras se han tomado los valores mínimos que da la experiencia. Los valores de *B* indican los valores máximos para precios y los topes del valor que impone la ley para acidez y ceras. Mientras que el ideal de referencia [C, D] representa la mayor o menor holgura que un decisor está dispuesto a admitir.

Las tablas siguientes muestran los pasos del algoritmo. Así la tabla 2 indica los resultados de aplicar la función (5), de igual forma a como se hizo en el ejemplo.

Tabla 2. Matriz de valuación normalizada

Marcas	Precios	Acidez	Ceras	Valoración Expertos
M_1	0,055607493	1	0,904157537	0.761952386
M_3	0,071124863	0,819921576	0,972616439	0.685833539
M_5	0,412620275	0,948641421	1	0.647446762
M_7	0,082898155	1	1	0.724032263
M_8	0,375954954	0,927368001	1	0.69859088

El siguiente paso pondera la tabla2 por 0.25 al considerar los pesos uniformes.

Tabla 3. Matriz normalizada y ponderada.

Marcas	Precios	Acidez	Ceras	Valoración Expertos
M_1	0,013901873	0,25	0.226039384	0.190488096
M_3	0,017781216	0,204980394	0,24315411	0.171458385
M_5	0,103155069	0,237160355	0.25	0.161861691
M_7	0,020724539	0,25	0.25	0.181008066
M_8	0,093988738	0,231842	0.25	0.17464772

Ahora nos tenemos que volcar en el cálculo de la variacion a la solución ideal positiva (tabla 4) y a la solución ideal negativa (tabla 5).

Tabla 4. Variacion al ideal de referencia positivo y calculo de d_i^+

Marcas	Precios	Acidez	Ceras	Valoración		d_i^+	
M_1	0,0557	0	0,0005	0,0035		0,24465916	
M_3	0,0539	0,0020	4E-05	0,0061		0,24933508	
M_5	0,0215	0,0001	0	0,0077		0,17174589	
M_7	0,0525	0	0	0,0047		0,23943083	
M_8	0,0243	0,0003	0	0,0056		0,17420446	

Tabla 5. Variacion al ideal de referencia negativo y calculo de d_i^-

Marcas	Precios	Acidez	Ceras	Valoración		d_i^-	
M_1	0,0001	0,0625	0,0510	0,0362		0,38739228	
M_3	0,0003	0,0420	0,0591	0,0293		0,3617389	
M_5	0,0106	0,0562	0,0625	0,0261		0,39444291	
M_7	0,0004	0,0625	0,0625	0,0327		0,39773537	
M_8	0,0088	0,0537	0,0625	0,0305		0,39444445	

Por ultimo tenemos que hallar el índice relativo en función de d_i^+ y d_i^-

Tabla 6. Cálculo del indice R_i

Marcas	M_1	M_3	M_5	M_7	M_8
R_i	0,61291259	0,59197235	0,69666321	0,62422547	0,693652

Concluimos que bajo estos criterios, todas las marcas dan buenos resultados, pero la mejor relación calidad precio corresponde a M_5 y M_8 estando M_8 muy cercana a ella.

4 Conclusiones

Dado que los instrumentos de medida son imprecisos, es necesario trabajar con métodos que contrarresten este problema. En este sentido, la teoría de conjuntos difusos y su aritmética dan buenos resultados. Por otra parte hay muchos problemas donde la mejor decisión no está asociada al máximo o al mínimo sino que el mejor valor corresponde a valores intermedios como es el caso que nos ocupa. Así, para evaluar la calidad del aceite de oliva virgen uno de los componentes a tener en cuenta son las ceras, donde lo mejor no es ni 0 ni 150, valores entre los que se pueden mover. Hemos visto que lo óptimo sería un valor comprendido entre 50 y 63. En este trabajo apoyándonos en RIM, que resuelve problemas crisp con estas características, se ha desarrollado una modificación que nos permite resolver problemas de decisión multicriterio en un contexto donde existe vaguedad e imprecisión y cuya modelización se extiende al caso de operar con números difusos. En este caso, fue necesario transformar la distancia mínima al Ideal de Referencia así como la función de normalización definida en RIM, ya que directamente no era posible trabajar cuando el número difuso tenía intersección no vacía con el Ideal de Referencia.

Agradecimientos

Este trabajo está parcialmente financiado por los proyectos TIN2014-55024-P del Ministerio de Ciencia e Innovación y el proyecto de excelencia P11-TIC-8001 de la Junta de Andalucía (incluyendo ambos fondos FEDER).

Referencias

[1].R.L. Keeney, H. Raiffa, Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1976.
[2].E. Cables, M.T. Lamata, J.L. Verdegay, RIM-reference ideal method in multicriteria decision making. Information Sciences, 337 (2016) 1-10.
[3].C.L. Hwang, K. Yoon, Multi-attribute decision making: methods and applications, Berlín, Springer-Verlag, 1981.
[4].S. Opricovic, G.H. Tzeng, The Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. European Journal of Operational Research, 156 (2004) 445-455.
[5].A. Mardani, A. Jusoh, E.K. Zavadskas. Fuzzy multiple criteria decision-making techniques and applications – Two decades review from 1994 to 2014. Expert Systems with Applications, 42 (2015) 4126–4148.
[6].E. Cables, M.S. García-Cascales, M.T Lamata, The LTOPSIS: An alternative to TOPSIS decision-making approach for linguistic variables. Expert Systems with Applications, 39 (2012) 2119-2126.
[7].M.S. García-Cascales, M.T. Lamata, Multi-criteria analysis for a maintenance management problem in an engine factory: rational choice. Journal of Intelligent Manufacturing 22 (2011) 779-788.