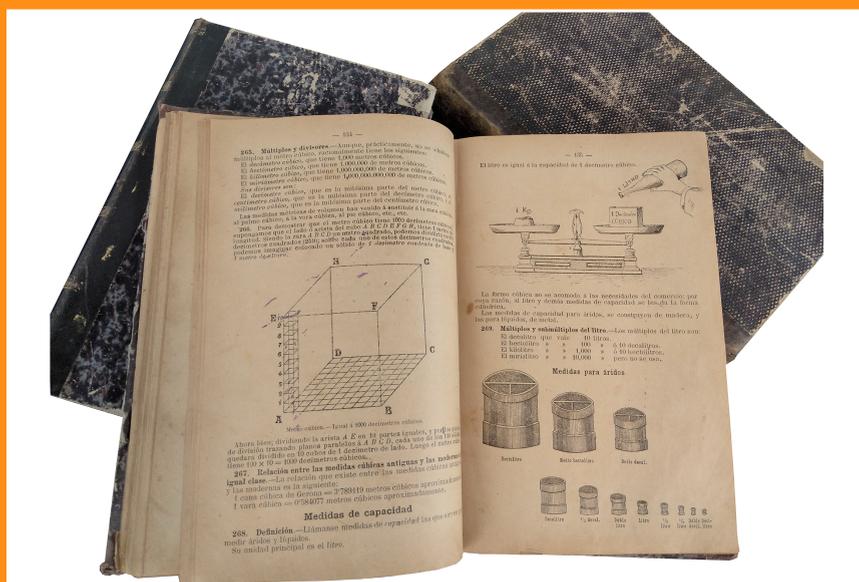


CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN  
ALEXANDER MAZ-MACHADO (Eds.)

# LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA DURANTE EL SIGLO XVIII A TRAVÉS DE LOS LIBROS Y SUS AUTORES



AQUILAFUENTE  
**A**



Ediciones Universidad  
**Salamanca**





LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA  
DURANTE EL SIGLO XVIII  
A TRAVÉS DE LOS LIBROS Y SUS AUTORES



CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN  
ALEXANDER MAZ-MACHADO  
(Eds.)

LAS MATEMÁTICAS EN ESPAÑA  
DURANTE EL SIGLO XVIII  
A TRAVÉS DE LOS LIBROS  
Y SUS AUTORES



Ediciones Universidad  
**Salamanca**

## AQUILAFUENTE, 288

©

Ediciones Universidad de Salamanca  
y los autores

Este libro “La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. Descripción y análisis comparado de libros de texto” se ha realizado al amparo del proyecto EDU2016-78764-P del Ministerio español de Economía, Industria y Competitividad y de los Fondos FEDER.

1ª edición: mayo, 2020  
ISBN: 978-84-1311-295-4 (impreso)  
978-84-1311-296-1 (PDF)  
978-84-1311-297-8 (ePub)  
978-84-1311-298-5 (mobipocket)  
978-84-1311-299-2 (POD)  
DOI: <http://dx.doi.org/10.14201/0AQ0288>  
Depósito legal: S 107-2020

Ediciones Universidad de Salamanca  
Plaza San Benito s/n  
E-37002 Salamanca (España)  
<http://www.eusal.es>  
[eus@usal.es](mailto:eus@usal.es)

Maquetación:  
Nueva Graficesa S.L.  
Teléfono: 923 26 01 11  
Salamanca (España)

*Realizado en España- ade in Spain*

*Todos los derechos reservados.  
Ni la totalidad ni parte de este libro  
puede reproducirse ni transmitirse sin permiso escrito de  
Ediciones Universidad de Salamanca.*

Ediciones Universidad de Salamanca es miembro de la UNE  
Unión de Editoriales Universitarias Españolas  
[www.une.es](http://www.une.es)



CEP. Servicio de Bibliotecas

Las MATEMÁTICAS en España durante el siglo XVIII  
a través de los libros y sus autores / Carmen López-Esteban, Alexander Maz-Machado (eds.).  
— 1a. edición: mayo, 2020.— Salamanca : Ediciones Universidad de Salamanca, [2020]

224 páginas.—(Aquilafuente ; 288)

Abstracts en español e inglés

Bibliografía

1. Matemáticas-España-Historia-Siglo 18o. 2. Matemáticas-Libros de texto-España-Historia-Siglo 18o.I. López Esteban, María Carmen, 1963-, editor. II. Maz Machado, Alexander, editor.

51:37.091.64(460)17”

# Índice

PRÓLOGO.....	
Historia de las matemáticas y educación matemática	
BERNARDO GÓMEZ.....	9
CAPÍTULO 1.	
Política educativa y manuales de matemáticas en el siglo XVIII. La Universidad de Salamanca como laboratorio	
ANA MARÍA CARABIAS TORRES .....	15
CAPÍTULO 2.	
Una mirada a la ciencia española del siglo XVIII: Los autores españoles de libros matemáticos	
ALEXANDER MAZ-MACHADO, CARMEN LEÓN-MANTERO, MARÍA JOSÉ MADRID .....	45
CAPÍTULO 3.	
Paratextos de libros españoles de matemáticas del siglo XVIII. El caso de los prólogos	
JOSÉ MARÍA MUÑOZ-ESCOLANO, ANTONIO M. OLLER-MARCÉN .....	63
CAPÍTULO 4.	
La enseñanza de las matemáticas en la Academia de Guardamarinas de Cádiz: una visión a partir de tres libros clave	
MARÍA JOSÉ MADRID, CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN, NOELIA JIMÉNEZ-FANJUL.....	93
CAPÍTULO 5.	
El método de máximos y mínimos en los libros de texto españoles del siglo XVIII: influencias europeas	
CARMEN LEÓN-MANTERO, ANA SANTIAGO, M <sup>a</sup> PILAR GUTIÉRREZ-ARENAS .....	115
CAPÍTULO 6.	
Formación de maestros en España en el periodo de la Hermandad de San Casiano: la aritmética en el Arte de leer con elegancia [...] y contar con sutilísima destreza [...] de Diego Bueno	
CARMEN LÓPEZ ESTEBAN, FERNANDO ALMARAZ MENÉNDEZ, MARÍA JOSÉ MADRID .....	135

## CAPÍTULO 7.

Análisis de los libros de texto para la formación de agrimensores en España durante el siglo XVIII

CARMEN LEÓN-MANTERO, JOSÉ CARLOS CASAS-ROSAL,  
CLARA ARGUDO-OSADO..... 161

## CAPÍTULO 8.

Semblanza de un cordobés del siglo XVIII: Gonzalo Antonio Serrano, médico, astrónomo y matemático

ALEXANDER MAZ-MACHADO, CLARA ARGUDO-OSADO,  
DAVID GUTIÉRREZ-RUBIO ..... 181

## CAPÍTULO 9.

El tratamiento del álgebra en los libros de matemáticas en castellano en el siglo XVIII

MARÍA JOSÉ MADRID, CARMEN LEÓN-MANTERO,  
CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN ..... 199

## PRÓLOGO

BERNARDO GÓMEZ-ALFONSO

*Departament de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de València*

bernardo.gomez@uv.es

**B**AJO EL TÍTULO «La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. Descripción y análisis comparado de libros de texto», se ha desarrollado un proyecto de investigación financiado por el Plan Nacional de I+D+i, con la colaboración de investigadores de las universidades de Córdoba, Pontificia de Salamanca, Salamanca y Zaragoza, que forman parte de un grupo de trabajo consolidado en la Sociedad Española de investigación Matemática (SEIEM), denominado «Historia de las matemáticas y Educación Matemática» (HMEM).

Los objetivos generales de la investigación realizada y, consiguientemente, la metodología a utilizar, orientan el trabajo hacia la identificación y categorización de los libros de texto utilizados para la enseñanza de las matemáticas publicados en ese siglo según su contenido: aritmética, álgebra, geometría y análisis (cálculo).

Todo ello con el fin de ir construyendo un cuerpo de conocimientos para provecho de la Didáctica de la matemática que de cuenta de cómo las matemáticas se han ido difundiendo en la sociedad, en lo que se refiere a los aspectos didácticos, curriculares e incluso sociales en los que se desenvuelven los autores.

### HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA

En el contexto de la actual investigación en didáctica de la matemática ha surgido en los últimos años una línea de investigación denominada «historia de las matemáticas y educación matemática», que cuenta con su propio espacio como uno de los grupos con que se organiza la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Esta línea toma a los libros de texto que han sido influyentes a lo largo de la historia de las ideas matemáticas como fuente principal de información y tiene como metodología más destacada la que utiliza el análisis histórico epistemológico para estudiar la evolución y difusión de las ideas matemáticas, analizando los textos históricos, como cogniciones «petrificadas».

Petrificadas porque están ahí, en el texto que nos ha legado la historia, como en los monumentos de piedra de los que no cabe esperar que digan más de lo que ya está en ellos. Cogniciones porque lo que queremos leer en esos textos no es el despliegue de un saber, las matemáticas, sino el producto de las cogniciones (matemáticas) de quien se declara como su autor (Puig, 2005, p.113).

En la mayoría del trabajo realizado, este análisis, se ha orientado a dos líneas de provecho para la Didáctica de la matemática, una es la de identificar las bases del diseño curricular actual y la otra la de identificar las raíces o rastros de los problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

## EL ANÁLISIS HISTÓRICO EPISTEMOLÓGICO

Este análisis adquiere un sentido particular en Didáctica de la matemática. Sin entrar en mayor profundización utilizamos el apelativo epistemológico para los estudios relacionados con la constitución y fundamento del conocimiento científico y el apelativo histórico para los estudios relacionados con la aparición y evolución de ese conocimiento.

Historia y epistemología se aúnan en la Didáctica de las Matemáticas, en lo que se conoce como el análisis histórico-epistemológico, que es por su naturaleza una metodología especializada en un sector del conocimiento, que se circunscribe alrededor de los modelos de enseñanza, en su dimensión tradicional y de pasado.

El esquema general de esta metodología se desglosa en diferentes ámbitos de actuación. A saber: Las diferentes configuraciones epistemológicas con los que ha podido aparecer un determinado objeto matemático a lo largo de su historia; los problemas de enseñanza y aprendizaje de ese objeto matemático, y la influencia de las mentalidades y tradiciones nacionales específicas en el desarrollo de los contenidos de enseñanza.

Para dar cuenta de esos ámbitos, en esta metodología se toma a los libros de texto que han sido influyentes a lo largo de la historia pasada y reciente como fuente principal de información.

La producción abundante de libros de texto y manuales escolares, la variedad cambiante y riqueza de sus contenidos, su función como transmisor de contenidos socialmente aceptados, las raíces de su autoría y su proyección posterior, y los cambios en su estructura y contenidos, son aspectos que contextualizan el análisis de los libros de texto y manuales escolares, delimitando sus unidades y subunidades de análisis. En particular las que se refieren al contenido contextual y al conceptual:

1. Contextual. Caracterización del contenido contextual a partir de
  - Diferencias entre los libros de texto.
  - Estructura o forma de organizar y presentar el contenido
  - Requisitos y demandas de la institución escolar que modelan su contenido
  - Relación entre el libro y las disposiciones oficiales o requerimientos de las instituciones
  - Raíces de su autoría o qué parte del texto es original o de producción propia, y cuál no.
  - Orientaciones didácticas y evaluativas presentes explícitamente o implícitamente en el manual
  - Contexto socio-cultural
  - Proyección en los manuales posteriores
  
2. Conceptual. Caracterización del contenido conceptual particular a partir de sus
  - Definiciones y significados
  - Representaciones gráficas y simbólicas utilizadas
  - Contextos de aplicación, ejemplos, problemas y ejercicios resueltos o propuestos
  - Procedimientos, métodos y reglas prácticas
  - Objetivos, directrices, orientaciones, secuenciaciones, criterios de evaluación, etc.

## LOS LIBROS DE TEXTO

Los libros de texto se producen, difunden y configuran dentro de un contexto socio-cultural determinado y responden a las corrientes epistemológicas y pedagógicas dominantes en cada momento de la historia. Esto permite agruparlos en periodos históricos que se determinan en función de esos contextos y corrientes (ver Gómez, 2011).

A grandes rasgos se pueden identificar puntos de inflexión para determinar periodos principales: la aparición de la imprenta, que abre el periodo del libro impreso; el establecimiento del sistema de general y público, que abre el periodo del libro de enseñanza; la popularización de la escuela graduada, que da origen a las primeras series de manuales y enciclopedias escolares; la aparición de los primeros cuestionarios y programas oficiales, que consolidan el libro de editorial; y, finalmente, las leyes básicas del sistema educativo español reciente, y sus planes de estudio, que consolida el predominio de las grandes series de las editoriales multimedia actuales.

Estos periodos, se pueden subdividir a su vez en sub-periodos tomando como criterios complementarios, los cambios políticos y sociales que se produjeron en cada uno de los grandes periodos en que se divide la evolución del libro de texto.

## EL SIGLO XVIII

El siglo XVIII marca el final del periodo previo a la aparición del sistema público de enseñanza. En este sub-periodo se asiste al nacimiento del predominio de las instituciones civiles y militares, ya que se generaliza la opinión de que la formación de la juventud debía desvincularse de las instituciones que como la Iglesia en general y órdenes religiosas en particular la habían monopolizado hasta entonces (Peset, 1999).

Al expulsarse a los jesuitas (1767) se incrementa el fomento de las instituciones civiles que prepararon el resurgimiento de las matemáticas españolas, se crean o recuperan cátedras de matemáticas (en particular Valencia y Salamanca), para las cuales es necesario pasar exámenes. Se crean observatorios astronómicos, laboratorios de física y química, jardines botánicos y bibliotecas universitarias, algunas de las cuales con fondos procedentes de las librerías jesuíticas. Se inicia en España un movimiento matemático en las instituciones militares, como la Academia de Guardias Marinas donde se fundó el observatorio astronómico o civiles como el Real Seminario de Nobles (1770) o los Estudios Reales de San Isidro, creados a partir del Colegio Imperial, la Academia de Bellas Artes de San Fernando y las Reales Sociedades de Amigos del País.

Instituciones militares y civiles requieren de profesores con grandes conocimientos matemáticos para asegurar la enseñanza. Estos profesores, pertenecen a la Sociedad civil son funcionarios eruditos y laicos, esto responde en parte a las medidas tomadas por la corona para llenar el vacío docente originado por la expulsión jesuita (Maz, 2005, p. 276).

Al terminar este periodo parecía que España, con la colaboración de Francia, se incorporaba al movimiento científico internacional, destacando la incorporación de matemáticos, astrónomos y cartógrafos españoles a las mediciones del meridiano. También es de destacar la incorporación española a las reuniones de la Comisión internacional de pesas y medidas que dio lugar a la instauración del sistema métrico decimal.

## EPÍLOGO

Una de las razones para abordar el estudio de la historia de las ideas matemáticas es la de iluminar el presente.

Los autores del presente libro han querido mirar hacia la historia de las matemáticas del siglo XVIII para ayudarnos a comprender los antecedentes inmediatos de los primeros pasos de nuestro modelo de enseñanza.

En este sentido se debe contemplar la lectura del libro que hoy tenemos en nuestras manos. Buen provecho para los lectores y enhorabuena para los autores.

## REFERENCIAS

- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon* 28 (1), 77, pp. 9-22.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Peset, (1999). La universidad en la época borbónica. En A. Furió. *Historia de Valencia*. Universitat de València y Levante.
- Puig, L. (2006). Vallejo Perplejo. En Maz, A., Rodríguez, M. y Romero, L. (Eds.), *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*, (113-138). Servicio de Publicaciones, Universidad de Córdoba. Córdoba.



# CAPÍTULO 1

---

## POLÍTICA EDUCATIVA Y MANUALES DE MATEMÁTICAS EN EL SIGLO XVIII. LA UNIVERSIDAD DE SALAMANCA COMO LABORATORIO<sup>1</sup>

## EDUCATIONAL POLICY AND MATHEMATICS TEXTBOOKS IN THE XVIII CENTURY. THE UNIVERSITY OF SALAMANCA AS A LABORATORY

ANA MARÍA CARABIAS TORRES  
*Universidad de Salamanca*

### RESUMEN

Estudio de la política educativa en matemáticas en la España del siglo XVIII. Se toma como modelo de análisis la Universidad de Salamanca debido a que, en este periodo, este Estudio siguió siendo el centro de referencia nacional en la enseñanza superior. Se analizan, desde el punto de vista histórico, la evolución del significado de la palabra «matemáticas», los proyectos de reforma, los cambios efectivos en el sistema docente, el nacimiento de una *Academia de Matemáticas* (1758) en Salamanca, los manuales que escribió el profesor salmantino Juan Justo García (cuyo uso se extendió a otras universidades españolas) y los enfrentamientos entre grupos tradicionalistas y renovadores respecto de la implantación de las ciencias físico-matemáticas.

Palabras clave: *Matemáticas, Universidad de Salamanca, plan de estudios de 1771, Juan Justo García.*

<sup>1</sup> Abreviaturas utilizadas: «AUSA»: Archivo de la Universidad de Salamanca; «USAL BGH»: Biblioteca General Histórica de la Universidad de Salamanca; «AGS»: Archivo General de Simancas; «Ms»: manuscrito; «f.» o «ff.»: folio/folios. «r.»: primera página de un folio cuando solo ella está numerada. «v»: revés o segunda plana de un folio que solo tiene numerada la primera; «cf.»: «confer», compárese con (consúltese...). El método de transcripción consiste en conservar en lo posible la grafía original, suprimiendo dobles letras y actualizando la acentuación y la puntuación. Todos los recursos web citados en este trabajo están activos a 1 de septiembre de 2019.

## ABSTRACT

Study of the Spanish educational policy in mathematics in 18th-century. The University of Salamanca is taken as an analysis unit because, during this period, it continued to be the national reference centre in higher education. We analysed, taking into account the historical point of view, several aspects such as the evolution of the meaning of the word «mathematics», the reform projects of the curriculum, the effective changes in the teaching system, the birth of the *Mathematics Academy* (1758) in Salamanca, the textbooks written in Salamanca by professor Juan Justo García (whose use was extended to other Spanish universities) and the confrontations between traditionalist and renovating groups regarding the implementation of the physical-mathematical sciences.

Keywords: *Mathematics, Universidad de Salamanca, University of Salamanca, Study programme of 1771, Curriculum of 1771, Juan Justo García.*

## 1. INTRODUCCIÓN

**D**URANTE EL SIGLO XVIII se vivió una ampliación de la intervención del Estado en la formación institucionalizada. Los gobiernos, muy especialmente el de Carlos III, promovieron cambios muy importantes en los planes de estudio de todos los niveles educativos y en los cursos o manuales en los que debía basarse la docencia. Al mismo tiempo se produjo una revalorización del valor de las matemáticas como conocimiento indispensable para la formación técnica que la sociedad demandaba y que, ante la encorsetada estructura universitaria, se desarrollará en nuevas instituciones docentes.

La historiografía sobre la evolución de las matemáticas en el Setecientos coincide en afirmar el retraso que sufrió el conocimiento y la investigación de esta ciencia en las universidades de la Península Ibérica tras los éxitos del siglo XVI y la decadencia general durante el siglo XVII. En esta centuria, la enseñanza de las matemáticas sólo se mantuvo en un nivel aceptable en las escuelas jesuíticas, especialmente en el Colegio Imperial de Madrid (1625) y, después, en las décadas finales, entre los «novatores». Según esta interpretación, la pérdida de alumnado universitario, las luchas doctrinales, las prohibiciones inquisitoriales de lectura de ciertas obras incluidas en los índices de libros prohibidos y el estrecho corsé de los planes de estudio universitarios, habrían desembocado en un deplorable estado del conocimiento y docencia de esta ciencia en las universidades. Los intentos de reforma en tiempos de la Ilustración, tanto individuales como gubernamentales, no surtieron la renovación pretendida, de forma que las matemáticas solo tuvieron un nivel docente aceptable en centros de estudios no universitarios, como academias, escuelas militares y otros.

El objetivo de este estudio es presentar información que matiza algunos aspectos de esta certidumbre, tomando como paradigma de análisis la Universidad de Salamanca. Se toma este ejemplo porque durante el siglo XVIII este Estudio siguió

siendo un centro de referencia de la enseñanza superior en España<sup>2</sup> y uno de los «brazos intelectuales de la Corona» (Peset; Peset, 2002, 172). Expondré de forma sintética los proyectos y enfrentamientos entre grupos tradicionalistas y renovadores respecto de la implantación en sus aulas de las nuevas ciencias, tratando de analizar desde el punto de vista histórico los proyectos, los cambios en el sistema docente, los manuales matemáticos de este Estudio y su repercusión.

Las fuentes documentales en las que me baso son los libros de claustros de la Universidad de Salamanca, varios manuscritos del Archivo General de Simancas y de la Biblioteca General Histórica de Salamanca, las constituciones y estatutos universitarios, órdenes del rey y del Consejo de Castilla, impresos del siglo XVIII y la bibliografía especializada.

Se ha estudiado muy bien la historia de la educación española en el siglo XVIII, la historia de la universidad en general y la Universidad de Salamanca en particular; el elenco de estudios citados en la bibliografía da buena muestra de ello. Especial atención han tenido las reformas y el plan de estudios para las universidades de Carlos III (Árias de Saavedra, 1977). Para el caso de Salamanca, los espléndidos trabajos ya antiguos de Álvarez de Morales y los hermanos Peset siguen siendo muy valiosos –sin menosprecio de otros–, y no siempre lo que se ha publicado después ha aportado ideas nuevas<sup>3</sup>. Sin embargo, el tema concreto de las matemáticas en la universidad está muy escasamente tratado, salvo para la figura y hechos de un matemático excepcional: el profesor Juan Justo García (1752-1830), examinado por Cuesta Dutari (en 1984, 1971, 1974 y 1985).

## 2. LAS MATEMÁTICAS: UN CONCEPTO CON EVOLUCIÓN HISTÓRICA

Lo que se ha entendido por «matemáticas» ha variado a lo largo de la historia de España. Antes del siglo XIX las matemáticas:

- Se englobaban dentro de las «artes liberales» formando el *quadrivium*.
- Se consideraban parte fundamental de las «artes» o la «filosofía», usándose muchas veces los términos de «artista» y «filósofo» para referirse a matemáticos y físicos (aparte de los propios filósofos); un «matemático» es un «filósofo» hasta la Ley Moyano (1857).

<sup>2</sup> No se explica de otro modo el que Felipe V, habiendo ordenado la supresión de todas las universidades catalanas en represalia por la inobediencia del reino durante la Guerra de Sucesión (1701-1713), en 1717 ordenara crear una sola y nueva universidad catalana en Cervera, copiando para su institucionalización el modelo de la Universidad de Salamanca. En ella se instituyó una sola cátedra de matemáticas.

<sup>3</sup> Este es el caso de Perrupato, 2014, quizá por no contar en su entorno vital con fuentes documentales directas. También el estudio de García Pérez, 2018, que, sin explicación, considera las facultades de medicina y artes como las únicas en las que se plasmó el proceso de reformas ilustradas.

Para Covarrubias (1611) las matemáticas eran el conocimiento que «se dize propiamente de la Geometría, Música, Arimética y Astrología. Porque estas por excelencia se llaman ciencias Matemáticas»; es decir, el *quadrivium*, que era uno de los dos grupos de saberes de las artes liberales<sup>4</sup>.

En el *Diccionario de la Lengua* de la Real Academia Española, de 1780, la matemática es la «ciencia que trata de la cantidad en quanto mesurable, cuyos principales fundamentos son la geometría y aritmética» (sin música y astronomía). Y en el de 1992 la «ciencia que trata de la cantidad», distinguiendo entre «matemáticas aplicadas» («estudio de la cantidad considerada en relación con ciertos fenómenos físicos») y «matemáticas puras» («estudio de la cantidad considerada en abstracto»). En la actualización de este diccionario de 2018, matemática es la «ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos como números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones». Adviértase, pues, que en 1780, la música y la astrología aparecían claramente desligadas de las matemáticas<sup>5</sup>. ¿Cuándo se produjo la separación? En el plan de estudios de 1771, como veremos.

Las matemáticas no constituyeron una facultad universitaria propia en el siglo XVIII salvo en contadas universidades, sino que su enseñanza-aprendizaje se llevaba a cabo dentro de la facultad de artes, que a su vez, a finales de esta centuria, frecuentemente se denominó de «filosofía». Desde el siglo XV, la facultad de artes se consideró una facultad «menor», cuyas enseñanzas representaban un conjunto de conocimientos preparatorios para el acceso posterior a las demás facultades, llamadas «mayores»: las facultades de derecho (civil y canónico), teología y medicina (Carabias, 1986).

En el siglo XVIII la cátedra de matemáticas de Salamanca seguía adscrita legalmente a la facultad de artes, pero se la nominaba (confusamente) como «suelta», unida a la de gramática («gramática latina»), y formaba parte de las llamadas cátedras «raras». Felipe V, no comprendiendo la expresión, pidió información sobre estas cátedras. En el informe que elaboró la comisión nombrada por el claustro para responder al rey, el 5 de abril de 1719, los comisionados dijeron que las cátedras «raras» eran las de «humanidades, cátedras de prima de gramática [latina], retórica, hebreo, griego, matemáticas, astrología, música y cirugía»; o sea, el antiguo *quadrivium*, más el estudio del latín, griego, hebreo y cirugía. Dicen:

<sup>4</sup> Las artes liberales eran las disciplinas y oficios cultivados por los hombres libres y las élites entre los romanos, y constituyeron la base del currículo docente que se instauró en las universidades a partir de su nacimiento en el siglo XI (Bologna, 1088). Comprendía dos partes: el *trivium* (las ciencias del lenguaje: gramática, retórica y dialéctica) y el *quadrivium* (las ciencias del número: aritmética, geometría, música y astronomía). En las universidades, estas siete materias formaban el conjunto didáctico de la llamada facultad de artes.

<sup>5</sup> Definiciones de 1611, 1780 y 1992 tomadas del *Nuevo Tesoro Lexicográfico de la Lengua Española*, en línea <<http://ntlle.rae.es/ntlle/SrvltGUISalirNtle>>. La de 2018 en <<https://dle.rae.es/?id=ObS8ajk>>.

Dizense raras, o porque estas facultades son menos seguidas que otras, o porque lo especial de sus lecturas no es tan común ni práctico frecuentemente en otras Escuelas. Pero en estas han sido siempre vtilísimas y de sumo esplendor a estos reynos y aun a la Iglesia universal... (AUSA, 187, 1718-1719, f. 46v).

Así pues llamaban «raras» a las materias cuyo estudio no se consideraba primordial para el fin de la universidad, que había sido y seguía siendo el de formar oficiales de la administración (civil, eclesiástica y señorial) y jueces para la nación. Se llamaban «raras» también porque tenían pocos alumnos.

### 3. PRINCIPALES CONDICIONANTES DEL DESARROLLO DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPAÑA MODERNA

Durante el siglo XVIII, todas las universidades españolas se habían distanciado notablemente de los conocimientos europeos en las ciencias físico-matemáticas. El origen de esta separación en los reinos peninsulares estuvo en el miedo al contagio del protestantismo nacido con Lutero (1517) por un lado, y a las teorías que destronaban a la Tierra como centro del universo —poniendo el contenido de la Biblia en entredicho— por el otro. Este temor desembocó en un inflexible cierre ideológico por parte de Felipe II desde el año 1558, que se inauguró con tenebrosos escenarios: los autos de fe de Sevilla (1558) y Valladolid (1559), el proceso inquisitorial al arzobispo de Toledo Carranza por su catecismo (1559...), la ley que obligaba a los estudiantes universitarios a volver a España en tres meses si no querían ser considerados extranjeros y secuestrados sus bienes (1559), el férreo redil dogmático de los decretos del Concilio de Trento (1545-1563) y los índices de libros prohibidos (1551, 1559, 1583, 1584, 1612, 1632, 1640, 1667, 1707, 1747 y 1790).

Por otra parte, en las universidades primaba el estudio y la glosa (o explicación creativa) de autores y libros de la Antigüedad, aunque los estatutos universitarios de Salamanca de 1561 establecían el estudio de la astronomía por Copérnico, Geber, Ptolomeo o Regiomontano, «al voto de los oyentes» (según lo eligieran o no). A partir de los estatutos de Zúñiga, de 1594, Copérnico formó parte obligatoria del currículo de las matemáticas, cursadas en cuatro años. El uso de la obra de Copérnico había pasado de optativo a obligatorio. Es más que probable que en las aulas salmantinas se enseñara también que los cielos no estaban formados por esferas cristalinas —como enseñaba Aristóteles—, dado que, a raíz de los debates sobre la reforma del calendario, esta universidad había contratado a Jerónimo Muñoz como profesor: el estudioso en España de la supernova de 1572 en el *Libro del nuevo cometa* que también observó Ticho Brahe; y es que los intelectuales del Renacimiento en Salamanca estuvieron muy motivados por las novedades y por la presión investigadora a la que les sometieron las continuas solicitudes de papas y reyes de soluciones a problemas científicos (Carabias 2012).

Durante el siglo XVII, esta y la mayoría de las universidades atravesaron un largo periodo económico, demográfico y científico de decadencia. Las matemáticas hasta el Setecientos solo fueron materia destacada en la Academia de Matemáticas

de Madrid, (creada por Felipe II en 1582; Romo Santos, 1999 y 2000; Esteban Piñeiro, 1999), en el Colegio Imperial de la Compañía de Jesús de Madrid (casa de estudios previa que en 1625 fue confiada a los jesuitas; Simón Díaz, 1952) y, a finales del siglo, entre los «novatores» (Pérez Magallón, 2002).

Considerando los jesuitas la formación intelectual y la docencia (especialmente en geometría, astronomía, óptica, mecánica, magnetismo y electricidad) como faceta de sus obligaciones de apostolado, podemos comprender que se estudiaran estas materias en los numerosos colegios y seminarios que regentaron por Europa; unos 700 al comienzo del siglo XVIII (Maz-Rico, 2004, 252); además de controlar una buena parte de las cátedras de artes y teología de las universidades. El plan de estudios del jesuítico Colegio Imperial de Madrid incluía dos asignaturas de matemáticas dentro de sus dieciséis cátedras:

1. De matemáticas, donde un maestro por la mañana leerá la esfera, astrología, astronomía, astrolabio, perspectiva y pronósticos.
2. De matemática, donde otro maestro diferente leerá por la tarde la geometría, geografía, hidrografía y de relojes (*cf.* Simón Díaz, 1952, 67-68).

En ningún lugar público de España se estudiaban más matemática que en este Colegio. Aparte de los jesuitas, entre 1675 y 1725 también estudiaron y escribieron sobre matemáticas los llamados «novatores»: el grupo de científicos que habían asimilado la ciencia moderna y que desde Valencia, Zaragoza, Sevilla, Cádiz, Madrid... recogieron y difundieron los nuevos saberes. El sector valenciano de los novatores fue el que siguió con mayor atención las obras de científicos jesuitas, como Kircher, Schott, Riccioli, Fabri Milliet Deschales, Pardies, Kresa, Izquierdo, Zaragoza, etc., pero –según Navarro– no prestaron demasiada atención a la geometría analítica, al cálculo infinitesimal y a la física de Newton (Navarro, 2014, 315). Así pues, fueron los jesuitas y los novatores los dos grupos humanos españoles que más estudiaron, enseñaron y escribieron sobre matemáticas, pero los jesuitas, muy activos en el desarrollo de la ciencia durante el siglo XVII, fueron perdiendo protagonismo y actualización durante el siglo XVIII, hasta la expulsión de su orden de España en 1767.

¿En qué lugares se estudiaban matemáticas a comienzos del siglo XVIII? En pocas instituciones de enseñanza superior: el Colegio Imperial de Madrid y colegios jesuitas en general (enseñanza hasta los catorce años), algunas instituciones particulares<sup>6</sup> y en las facultades de artes de las universidades (como materia preparatoria para estudios superiores). Sin embargo, los Borbones llevaron a cabo una política científica consistente en dotar de más medios a la enseñanza de las matemáticas y su docencia se multiplicó de forma espectacular en el siglo XVIII<sup>7</sup>. Antes de este

<sup>6</sup> Por ejemplo a jóvenes de la nobleza en la Real Maestranza de Caballería de Granada, fundada en 1686.

<sup>7</sup> Se estudiaban matemáticas cada vez en más lugares: Reales Estudios de San Isidro, hasta la expulsión de los jesuitas en 1767, y de 1770 a 1818, Real Seminario de Nobles de Madrid (1725) regen-

despertar cultural, había escasa cultura matemática en España (Garma, 1988) y casi solo interesaban la parte de la astrología y los pronósticos. El abultado crecimiento de instituciones científicas basadas en conocimientos prácticos atentaba directamente contra la supervivencia de las viejas y grávidas universidades, que trataron, o de imitarlas<sup>8</sup>, o de entorpecer su creación<sup>9</sup>. Pero, como digo, las cosas cambiaron en el siglo XVIII y la monarquía fue un importante motor de este cambio.

tado también por jesuitas hasta su expulsión, Real Casa de Pajes (1726-1786), Real Academia de Bellas Artes de Madrid (1744-1808), Academia de Guardias de Corps (1751), Real Academia de Bellas Artes de San Fernando (1752, donde se estudiaban las matemáticas como parte de la agrimensura –León; Maz, Jiménez, Madrid, 2017, 541–), Real Escuela de Reloxería (1770), Sociedad Matemática Militar de Madrid (1757-1760), Academia de Artillería de Segovia (1762) y Ocaña (1775-1790), Sociedad Económica de Amigos del País de Madrid (1775); Inspección General de Caminos (1799). Sociedad Vascongada de Amigos del País (1764) y Real Instituto Asturiano, (1782) (Garma, 2002, 317 y ss.). Aparte de estas fundaciones citadas por Garma y de otras academias que tuvieron un objetivo cultural distinto –como la Real Academia Española o la Real Academia de la Historia–, se enseñaron o trataron temas matemáticos en la mayoría de los seminarios (Bergara, San Telmo de Sevilla...) y de las corporaciones culturales de nueva creación, como: Academia de Guardias Marinas de Cádiz (1717, que contó con su Real Observatorio de la Armada desde 1753), Academia de Matemáticas y Fortificación de Barcelona (1720), academias similares en Pamplona, Badajoz y Cádiz, Tertulia Literaria Médica Matritense (1733, germen de la actual Real Academia Nacional de Medicina de España), Jardín Botánico (1755), Junta de Comercio de Barcelona (1758), Academia de Artillería de Segovia (1763), Academia de Ciencias de Barcelona (1764), Real Gabinete de Ciencias o Gabinete de Historia Natural (1772), Real Academia de Minas de Almadén (1777), academias de Guardias Marinas: de San Fernando (1769) y de Ferrol (1776), Academia de Comercio (1787), Real Escuela de Mineralogía de Madrid (1787) relacionada con la creación de la Real Escuela de Platería y Máquinas (1778), Colegio de Cirugía de San Carlos (1787), Real Observatorio del Retiro (1790) y el Gabinete de Máquinas de Bethancourt, Instituto Asturiano de Náutica y Mineralogía de Gijón (organizado por Jovellanos en 1794 para la formación de ingenieros y pilotos), instituciones relacionadas con la sanidad militar española: Real Colegio de Cirugía de la Armada (Cádiz, 1748), Real Colegio de Cirugía de Cádiz (1748), Colegio de Cirugía de Barcelona (1760), Colegio de Cirugía de San Carlos (Madrid, 1771)... Las sociedades económicas de amigos del país: asociaciones no estatales –aunque de protección real– surgidas en la segunda mitad del siglo XVIII en España (después en otros lugares), con el fin de dar a conocer las nuevas ideas científicas y los nuevos métodos técnicos, en: Tudela (Navarra, 1773), Granada (1775), Vera (Almería 1775), Baeza y Jaén (1755), Mallorca (1778), Córdoba (1779), Cabra (Córdoba, 1779), Priego de Córdoba (1779), Lucena (Córdoba, 1780), Asturias (1780), Astorga (León, 1780), Segovia (1780), Sanlúcar de Barrameda (Cádiz, 1881), León (1783), Jaca (Huesca, 1780), Valladolid (1783), La Rioja (1783), Puerto Real (Cádiz, 1783), Alaejos (Valladolid, 1785), Medina Sidonia (Cádiz, 1786), Jerez de la Frontera (Cádiz, 1786), Medina de Rioseco (Valladolid, 1786), Aguilar de la Frontera (Córdoba, 1786), Baena (Córdoba, 1787), Puerto de Santa María (Cádiz, 1788), Alcalá de Gazules (Cádiz, 1788), etc.

<sup>8</sup> Por ejemplo, dentro de la Universidad de Salamanca se abrirían la Academia de Jurisprudencia en 1749, Academia de Teología Moral: constituciones (1770; USAL BGH, ms. 1640) y decretos (1771-1778, USAL BGH, ms. 1639), Academia Médica Universidad de Salamanca: constituciones (1777; USAL BGH, ms. 467), Academia de derecho español y Práctica forense para la Universidad de Salamanca (1786, AUSA 246, s.f., 25 de febrero).

<sup>9</sup> El profesor Ribera de la Universidad de Salamanca respondió negativamente a la solicitud de informe sobre la creación de la Academia del Buen Gusto de Zaragoza (USAL BGH, ms. 25, 35; 50,2; 618,2).

La llegada de los Borbones a España significó un notable cambio en la gestión política de los reinos hacia el control y el dirigismo. Aunque la Universidad de Salamanca había estado en el bando ganador de la Guerra de Sucesión, esto no le libró de una abrumadora corriente de órdenes y provisiones reales que —en progresión creciente a lo largo de la centuria—, trataron de conocer, controlar y dirigir como nunca este y otros Estudios. La práctica del «regalismo» monárquico (de la supremacía del poder civil sobre el eclesiástico) queda patente si analizamos el volumen impreso de las órdenes expedidas por Carlos III y su Consejo Real para las universidades, a pesar de que estas seguían considerándose como instituciones religiosas. Entre 1760 y 1774, sólo para la Universidad de Salamanca se expidieron tantas órdenes como para completar 858 páginas impresas<sup>10</sup>. El poder central se impuso sobre la Universidad de Salamanca, considerada líder en su género: fiscalizó hacienda, salarios, provisión de cátedras, el sistema de turno —la alternancia de los colegiales mayores en la regencia de las cátedras y de las escuelas tomista y jesuítica en las cátedras de artes—, la reforma de los estudios —potenciación de la enseñanza práctica en medicina, física y matemáticas; plan de estudios de 1771—, abaratamiento y simplificación del procedimiento de obtención de grados mayores de doctor y maestro, política de atracción de estudiantes manteístas —estudiantes no colegiales—, fundación de academias dentro de la universidad, controladas por ellas...

#### 4. LAS MATEMÁTICAS EN LA UNIVERSIDAD DE SALAMANCA EN LA PRIMERA MITAD DEL SIGLO XVIII

A comienzos del siglo XVIII, en la Universidad de Salamanca seguía vigente el plan de estudios recopilado en el año 1625 (*Estatutos...*, 1625) que a su vez se basaban en los contenidos didácticos de la reforma de 1594 ya citada. Esta reforma establecía el siguiente contenido temático de la enseñanza matemática:

Título XVIII. De lo que ha de leer el cathedrático de mathemáticas y astrología. En la cáthedra de mathemáticas el primer año léanse los ocho meses de la geometría los seis libros primeros de Euclides y la perspectiva del mismo, y la arithmética, las raíces quadradas y cúbicas, declarando la letra del sé[p]timo, o[c]tavo y nono libros de Euclides, y la agrimensura que es el arte de medir el área de qualquier figura plana. En la sustitución, los tres libros de *Triangulis sphaericis* de Theodosio. El segundo año se ha de leer sola la astronomía comenzando por el *Almagesto* de Ptolomeo, y aviendo leído el primer libro, léase el tratado *De signis rectis*, el *De triangulis rectilineis* y [*e*]sphaeris por Christophoro Clavio, u otro moderno. Después

<sup>10</sup> Ante el espectacular volumen documental de mandatos regios, fue necesario imprimirlos para tenerlos patentes: La *Coleccion de los reales decretos... desde el año 1760 y siguientes, hasta el presente de 1770...* [1770?], de 296 páginas. El *Segundo tomo de la coleccion de reales decretos... desde el mes de Julio del año pasado de 1770, hasta el mes de Noviembre del presente año de 1771...* (1771) de 390 páginas; y el *Tercer tomo de la coleccion de reales decretos... desde el mes de Noviembre del año pasado de 1771, hasta el mes de Enero del presente año de 1774...* (1774) de 172 páginas.

de leído el libro segundo, se ha de enseñar a hacer las tablas del primer móvil, como son las de las direcciones de Juan de Monte Regio o de Erasmo Reinoldo [Reinhold]. Acabado el libro segundo con sus adherentes, léase la theórica del Sol por Purbachio [Peuerbach], y luego todo el libro tercero del *Almagesto*, y luego el uso desto por las tablas del rey don Alonso. Lo mismo se haga en los demás libros, leyendo primero la *Theorica* de Purbachio [Peuerbach], después la letra de Ptolomeo, y lo último lo mismo por las tablas del rey don Alonso, y con esta doctrina se enseñen a hacer ephemerides.

El segundo quadrienio léase a Nicolao Copérnico, y las *Tablas plutónicas* [pruténicas<sup>11</sup>] en la forma dada; y en el tercero quadrienio a Ptolomeo y así consecutivamente. En la sustitución lea la Gnómica, que es la arte de hazer relojes solares. El segundo año léase la *Geographia* de Ptolomeo y la *Cosmographia* de Pedro Apiano, y arte de hazer mapas, el astrolabio, el *Planispherio* de don Juan de Rojas, el radio astronómico, la arte de navegar. En la sustitución, la arte militar.

El cuarto año la Esphera y la astrología judiciaria por el *Quadripartito* de Ptolomeo y por Alcabisio [Al Kabisi] corregidos, leyendo primero la introductoria y luego *De eclipsibus*, *De cometis*, *De revolutionibus anhorum mundi*, *De natiuitatibus* lo que le permite, y *De decubitu egrotantium*. En la sustitución, theorica de planetas<sup>12</sup>.

Así pues, el estudio de las matemáticas consistía en el aprendizaje del *quadriuium* a través de obras muy antiguas. En el informe solicitado a la salmantina por Felipe V y su Consejo antes citado, se dijo que la cátedra de matemáticas era de las peor pagadas, razón probable de la falta de candidatos para ocuparla:

La cathedra de matemáticas y astrología en que está jubilado el maestro fray Antonio Navarro desde el día 14 de diciembre de 1699, entró a gozarla el padre fray Sebastián Colera en 9 de septiembre de 1701 y la regentó hasta el año de 1706, que se ausentó; y desde entonces acá no ha vuelto. No se ha nombrado substituto ni ha aparecido opositor en mucho tiempo, porque es corto el salario quando ay jubilado... (30 de junio de 1719; AUSA, 187, f. 48).

Es decir, no había siquiera profesor de matemáticas (no lo hubo entre 1706 y 1726) y el que quisiera serlo tendría que compartir el exiguo salario de la misma con el profesor jubilado. Se comprende que la enseñanza de las matemáticas fuera la menos atractiva de la universidad en 1719. A pesar de ello, los salmanticenses presumían con rancio orgullo de que, en años pretéritos, en este tipo de cátedras «raras» se habían gestado conocimientos científicos valiosísimos, como:

[...] las *Tablas Astronómicas* y el ingenioso libro intitulado instrumentos del Señor Rey D. Alfonso el Sabio, las quales, y este [*sic*] fueron ordenadas en la mayor

<sup>11</sup> *Tablas pruténicas*, publicadas por Erasmo Reinhold en 1551.

<sup>12</sup> *Estatutos de la muy insigne Vniversidad de Salamanca. Recopilados nuevamente por su comisión.* (1625). Salamanca: Diego Cusio, p. 183.

parte, son en el todo, a expensas del desvelo de muchos profesores astrólogos con que entonces florecía esta Universidad.... El autor de la Biblia Regia [de Felipe II] hecha su versión en cinco lenguas... Benedicto Arias Montano..., [el] erudito en humanidad y retórica [...] Francisco Sanchez el Brocense..., y maestros de la Real Capilla... (AUSA, 187, f. 47).

Obsérvese que eran conocimientos valiosos en el siglo XVI, pero obsoletos en 1719; el claustro universitario ni siquiera tenía conciencia del retraso científico de su plan de estudios, y no era este el único problema: cuando por fin se celebró la oposición para cubrir esta cátedra en 1726, el opositor Diego de Torres Villarreal «juró» que no había ningún ejemplar del *Almagesto* de Ptolomeo, de manera que, para examinarse, tuvo él que llevar uno (Sempere y Guarinos, 1804, III, 81). En realidad sí había ejemplares, pero la biblioteca estaba cerrada por ruina. Torres se jubiló de su cátedra en 1751, pero conservó la propiedad de la misma y casi todo su salario hasta que murió en 1770, lo que dificultó la contratación de un buen profesor de matemáticas en esos años.

## 5. LA UNIVERSIDAD DE SALAMANCA: UN MODELO GUBERNAMENTAL PARA LAS REFORMAS EDUCATIVAS EN LA SEGUNDA MITAD DEL SIGLO XVIII

Las universidades no lideraron el conocimiento científico. En 1767 Campomanes decía que solo servían para «llenar el reino de bachilleres, doctores, licenciados catedráticos, pues a excepción de la teología puramente escolástica, las demás ciencias ni se estudian ni se explican» (Rodríguez de Campomanes, 1974, 28). La renovación era inevitable. Hubo proyectos de reforma encargados por el gobierno, por el claustro, o elaborados por profesores y políticos a iniciativa propia.

### 5.1. LOS PRIMEROS PROYECTOS DE REFORMA

Desde 1767, todos los informes para una futura reforma universitaria en España que conozco incluyeron la necesidad de basar la docencia en nuevos manuales, la introducción de la enseñanza práctica y la promoción de la física y las matemáticas. Los más notables fueron los siguientes.

1. En 1767 Roda encargó a Gregorio Mayans un dictamen sobre cómo se debería enseñar en las universidades y él propuso un nuevo método didáctico basado en libros de facultad actualizados (manuales), enseñanzas prácticas especialmente para médicos y legistas y exámenes adecuados, subrayando la importancia de las matemáticas (dentro entonces de la filosofía)<sup>13</sup>.

<sup>13</sup> *Idea del nuevo método que se puede practicar en la enseñanza de las universidades de España* (1767). (cf. Peset, Peset, 1975).

2. Ese mismo año Campomanes pidió opinión a Antonio Tavira que respondió con un plan completo de reforma en el que consideraba necesarias: la intervención gubernamental; la reforma de estatutos; que el rector dejara de ser «un rapaz» y lo fuera un graduado —como los consiliarios— nombrado por tres o cuatro años, dotado de casa y salario; moderar el poder del maestrescuela; restablecer las inspecciones (visitadores); redistribuir las rentas universitarias equiparando los salarios de los catedráticos, suprimiendo algunas cátedras y creando otras nuevas (de derecho natural y de gentes, derecho del reino, dogmas, controversias, historia, física experimental y árabe); cambiar el método de oposiciones encerrando al opositor en una biblioteca para que compusiera una disertación elegida a sorteo, que la expusiese después ante el rector y dos opositores; control más riguroso de los requisitos para la toma de grados; eludir las disputas académicas «sobre cuestiones inútiles», evitando la división entre teólogos tomistas, escotistas y nominalistas; moderar el poder de los jesuitas que acababan de ser expulsados, pero cuya influencia se mantenía en sus colegios; fomentar el dominio de la retórica y el latín; imponer manuales y docencia en castellano; y dar libertad para explicar a Aristóteles, Gassendo, Descartes o Newton ateniéndose en física a las últimas teorías<sup>14</sup>.

3. El fiscal Campomanes expuso también sus propios criterios en otro informe: la desaparición del método escolástico y los partidos, un nuevo esquema de asignaturas con mayor presencia de física y matemáticas, y la consabida necesidad de enseñar con manuales<sup>15</sup>.

4. Un poco antes, en 1758, una iniciativa particular planteó la renovación de la cátedra de matemáticas de Salamanca y la creación de una Academia de Matemáticas en la universidad. Ya dijimos que la cátedra de matemáticas había vivido una situación muy precaria. Desierta durante veinte años, fue ocupada por Diego de Torres Villarreal en 1727, que la regentó hasta su jubilación en 1752 —después la cobró como jubilado, hasta su muerte—, con largas ausencias y contenidos desactualizados, pues Torres se había formado en el aristotelismo, que le servía para su desmedida afición de hacer pronósticos y almanaques. En 1752 se convocó la oposición para dotar la cátedra; dice Torres:

[...] se pusieron edictos en todas las universidades de España, llamando a los opositores que quisiesen concurrir, dando el término de siete meses que previenen los Estatutos para celebra los ejercicios de oposición, deducidos por tres piques<sup>16</sup> en el *Almagesto* de Claudio Ptolomeo, media hora de argumentos y un examen

<sup>14</sup> *Plan que para la reforma de la Universidad de Salamanca escribió el doctor Tavira por orden del Ilmo. Señor don Pedro Rodríguez Campomanes, fiscal de la Cámara* (Madrid, 28 de julio de 1767), (Saugnieux, 1986, 109-122).

<sup>15</sup> *Discurso crítico-político sobre el estado de literatura y medios de mejorar las universidades y estudios del reyno* [s.a].

<sup>16</sup> La forma tradicional de examen consistía en hacer tres piques —o aperturas del libro materia de examen— en tres lugares distintos, al azar, permitiendo al examinando elegir uno de los tres temas para defenderlo verbalmente.

público de preguntas sueltas, en el claustro, por la Esfera de Juan de Sacrobosco, sin limitación de tiempo» (Torres Villarroel, 1799, 223).

Solo se presentó un candidato, el sobrino del propio Torres, Isidoro Ortiz Villarroel, que fue examinado del *Almagesto* y del *Astronomicum Caesareum* (Inglostadt, 1549) de Pedro Apiano, que contiene la aplicación de las matemáticas al estudio astronómico ptolemaico. Ortiz ganó la cátedra y la ocupó el 26 de junio de 1752 (hasta 1767). Durante este periodo se traza la creación de una Academia de Matemáticas. En 1758, tío y sobrino presentaron un insólito proyecto al claustro salmantino, una «academia, cátedra o estudio práctico en el uso, manejo y fábrica de estos y otros instrumentos matemáticos dentro de su librería», abierta a todos los ciudadanos, en la que enseñarían las principales hipótesis astronómicas de Ptolomeo, Copérnico y Ticho Brahe, la fábrica y uso de instrumentos matemáticos y geográficos, aprovechando las esferas de la biblioteca (los «libros redondos y gordos que tienen los matemáticos para resolver los principales problemas de la geometría y de la astronomía»<sup>17</sup>). Torres había comprado en París los globos fabricados en 1751 por Robert de Vaugondy, imprescindibles –según él– para que la Universidad de Salamanca siguiera la senda en matemáticas que ya se había iniciado en Cádiz, Barcelona, Sevilla o Madrid. Proponen que su docencia se desempeñe a través de un manual, ofreciendo ellos con este fin la traducción al latín y castellano del libro de Robert de Vaugondy, *Uso de la esfera y globos*, frente a las enseñanzas previas de la cátedra de matemáticas que calificaban de «especulativas, estériles y escabrosas» (Peset, Peset, 1973; Garma, 2002, 314-314; Becedas, 2019, 56-71).

La obra se tradujo<sup>18</sup> pero la propuesta se enfrentó a fuerte oposición. La universidad se mostró contraria al proyecto, por animadversión hacia su promotor, Torres, por la creencia de que a Torres y Ortiz solo les movían motivos crematísticos (Peset, Peset, 1993; Peset Reig, 2006, 436), y por la violenta y contundente opinión en contra de fray Manuel Bernardo de Ribera y Francisco Ovando (Ribera, 1758).

A pesar de este enfrentamiento, la Academia de Matemáticas fue aprobada por el Consejo Real el 20 de julio de 1762, pero no tuvo resultados ni visibles ni perdurables. En ella no se enseñaron novedades científicas, pero con ella Torres contribuyó a popularizar el sistema copernicano y la ciencia en general, a promover una novedosa forma de enseñar matemáticas, a reivindicar el método experimental y a crear un nuevo lenguaje científico.

<sup>17</sup> Los pareceres presentados al claustro por Torres Villarroel en AUSA 226, f. 13v-15v, 44-45, y en USAL BGH, ms. 387. Real Academia de la Historia, *Catálogo de la Colección Pellicer* 34, ff. 808 a 821; 35, ff. 822-823; 36, ff. 824 a 828. (Sarrablo, 1959, 100). Discurso de Torres ante el claustro proponiendo la creación de la Academia en Becedas, 2019, 117 ss.

<sup>18</sup> Robert de Vaugondy, Didier (1758?). *Uso de los globos y la sphaera escrito por M. Robert Vaugondy; traducido de frances en castellano, extractado, y aumentado por los cathedraticos de matematicas de la Universidad de Salamanca... Diego de Torres Villarroel, y... Isidoro Ortiz Gallardo y Villarroel...* [Salamanca]: por Eugenio Garcia de Honorato y S. Miguel.

A la muerte del catedrático Ortiz en 1767, se presentó para sustituirle otro sobrino de Torres Villarroel, Judas Thadeo Ortiz Gallardo, pero era *vox populi* su desconocimiento de las matemáticas. En este contexto se inserta la *Representación* de Tavira a Campomanes (27 de marzo de 1768) en la que denunciaba el sistema de concesión de la plaza en la que el principal candidato (Judas Thadeo) debía su fama a su parentesco con Torres Villarroel, pero no a su conocimiento de la materia<sup>19</sup>: el catedrático era bastante ignorante y apenas tenía estudiantes matriculados, falta de alumnos en la que coincidían todas las universidades<sup>20</sup>.

5. Desde principios de siglo hubo bastantes iniciativas en Salamanca que solicitaban una intervención gubernamental en la reforma de las universidades: en 1719, 1726 y 1736 se elaboraron informes que proponían modernizar anatomía, cirugía, física, botánica y matemáticas (Polo Rodríguez, 2002, 165). Fueron enviados y no oídos en la Corte.

En 1767 el gobierno estaba más receptivo y sí leyó con interés dos proyectos: el de Pedro Madariaga y Antonio Joseph de Alva, y el de «fray Amador de la Verdad». Ambos abogaban por la imposición gubernamental de un cambio radical en el método de enseñanza y en los autores estudiados en ella. En nuestro caso es de gran interés el informe de Pedro Madariaga y Antonio Joseph de Alva de 3 de noviembre de 1767: conscientes del rechazo general del claustro a los cambios, por predominio de profesores tradicionalistas, explicaban al Consejo que estos «han de venir de arriba». Enviaron una propuesta de nuevo plan de estudios de filosofía (dentro de la cual se incluían entonces las matemáticas) en cuatro cursos: el primero de lógica e historia de la filosofía. El segundo de elementos de geografía y geometría, «pues sin ella [la geometría] es casi imposible entender con felicidad los principios de la buena filosofía». El tercero de sistemas filosóficos. El cuarto de «física experimental»:

[...] para esto se hace preciso fundar una cátedra y mandar a la universidad que provea de los instrumentos y máquinas necesarias. Para dotarla se podrá suprimir la que llaman de físicas [cátedra de físicos en la que se estudiaba la física de Aristóteles]...» («Informe de...», AGS, Gracias y Justicia, leg. 943; cf. Peset Reig, 1990, 139).

<sup>19</sup> Se decía que Judas Thadeo solo llevaba tres meses estudiando astronomía, sin haber «saludado» la aritmética, álgebra, geometría, ni trigonometría. El Consejo advirtió al claustro salmantino que debía publicar los edictos de concurso no solo en Salamanca y en la Corte, sino en todos los lugares de España donde suele haber hábiles matemáticos, y que debe señalar los puntos para la lección de oposición por las obras matemáticas de Wolff completo y de Newton, excluyendo a Ptolomeo. Puesto que era manifiesta la escasa preparación para el puesto del joven nuevo catedrático, el Consejo le advirtió de la necesidad de aplicación, y que tenía que explicar los temas teórica y prácticamente, manejando los instrumentos de la facultad (Cuesta, 1971, 57-58).

<sup>20</sup> En Salamanca, entre 1750-1760 no hubo matriculados en matemáticas; 2 estudiantes en 1765; 16 en 1775; 71 en 1795 (tabla de matriculación en distintas universidades en Garma, 2002, 314).

No he encontrado ninguna referencia posterior a este proyecto, aunque el plan de estudios que finalmente se aprobó en 1771 contempló los cambios que proponía.

El segundo informe fue dirigido a Campomanes desde Salamanca, el 20 de noviembre de 1767, por «fray Amador de la Verdad», un enmascarado claustral. Se reitera la necesidad de redactar un curso completo (un manual) de filosofía, basado en el conocimiento de autores italianos y franceses, que se «acomodase a la mayor claridad» (AGS, Gracias y Justicia, leg. 943; cf. Peset Reig, 1990, 141). El curso se redactó con mucho retraso; y nunca se puso en práctica porque después se prefirió el manual de Jacquier, como enseguida veremos.

A la vista de lo expuesto, concluimos que la situación de la Universidad de Salamanca entre 1760-1770 seguía siendo de inflexibilidad y de atraso casi absoluto de los últimos conocimientos en ciencias físico-matemáticas. Se recibieron órdenes con algunos cambios que no satisfacían al grupo de salmantinos que ansiaba una reforma radical urgente; pero el estudio de los dictámenes enviados a la Corte enseguida empezó a fructificar en órdenes concretas.

## 5.2. LAS MATEMÁTICAS EN LA REFORMA DE LA UNIVERSIDAD DE CARLOS III. EL PLAN DE ESTUDIOS DE 1771

Tras la expulsión de la Compañía de Jesús, el gobierno acometió la reforma de las universidades y la Universidad de Salamanca se convirtió en el eje de los planes de estudio de las demás (Álvarez de Morales, 1971, 64). Se pretendía centralizar, modernizar y uniformar la docencia, pero la idea inicial de un cambio global se descartó ante las dificultades que conllevaba y empezaron a enviarse primero órdenes sobre cuestiones concretas y finalmente los planes de estudio para cada centro de estudios: la Universidad de Salamanca recibió el suyo por real provisión de 3 de agosto de 1771. Este cambiaba de forma sustancial la propuesta de continuidad que la salmantina había remitido cuando se le solicitó informe previo. Salamanca había propuesto mantener la misma estructura académica, en la que las matemáticas quedaban como cátedra suelta unida a los estudios preparatorios y a los de gramática latina. No querían cambios<sup>21</sup>, pero los cambios fueron impuestos.

<sup>21</sup> Los salmanticenses pretendían mantener los tres cursos de artes: El primero estudiando sùmulas (un compendio de la lógica) y lógica, el segundo filosofía y física natural, y el tercero la metafísica. Dicen los hermanos Peset que antes de la reforma disponían de once cátedras, cuatro de propiedad (lógica, sùmulas, física natural y filosofía moral) y siete de regencia (dos de sùmulas, dos de lógica, dos de filosofía natural y una de físicos). La diferencia entre las explicaciones de las cátedras de propiedad y las de regencia eran los libros empleados; en las de propiedad se estudiaban los originales aristotélicos y en las regencias los comentadores y autores posteriores, como Domingo de Soto, Báñez y el Maestro Toledo (Peset, Peset, 1969, 48). En la propuesta redactada por los salmanticenses se decía que no se podía entender la docencia de las artes: «...según toda la extensión que tiene esta facultad, bajo cuyos vastos términos están comprendidas todas las artes liberales y mecánicas, las matemáticas, la aritmética, música y las partes que concierne la física natural. La facultad de artes de que vamos a hablar es la que hasta aquí se ha practicado y enseñado en estas aulas y creemos se debe

¿Qué novedades en matemáticas introdujo el nuevo plan de estudios? Supuso una nueva normativa sobre materias, cursos y formas de enseñanza (entre ellas la supresión del dictado en las aulas, la imposición de manuales de texto moderno, el fomento de repeticiones y actos académicos semanales *pro universitate* para ejercitar a los estudiantes, la compra de libros...), nuevos requisitos para la toma de grados académicos, nuevas normas de oposiciones a cátedra, imposición del proyecto salmantino de medicina a otras universidades... (Peset, Peset, 1969, 1974, 1983, 2002).

Hasta 1771 la cátedra de matemáticas se llamó generalmente de «matemáticas y astrología» y en ella se enseñaban conjuntamente aritmética, geometría, música, astronomía y astrología (pronósticos). El nuevo plan introdujo grandes cambio en la facultad de artes: la música y la astronomía se separaron de las matemáticas, se revitalizó la antigua cátedra de matemáticas y se crearon dos nuevas (cátedra de física experimental y cátedra de elementos de aritmética, geometría y álgebra) e imposición de nuevos libros de texto (animando además a la compra de impresos y de instrumentos para la docencia). Este proceso renovador continuó después con el establecimiento de un nuevo curso de filosofía y la creación del Colegio de Filosofía dentro del cual se encuadraban aún las matemáticas. Hablemos ahora brevemente de todo ello.

#### – CREACIÓN DE LA CÁTEDRA DE FÍSICA EXPERIMENTAL

El plan de 1771 transformó la antigua cátedra de físicos (donde se estudiaba la física de Aristóteles) en cátedra de física experimental no aristotélica, orientándola hacia el mecanicismo cartesiano necesario para los estudiantes médicos, y sugiriendo la creación de una academia de esta ciencia. La física aristotélica fue sustituida la de Musschenbroeck<sup>22</sup> y por la física del cuerpo de Boerhaave<sup>23</sup>. En ella y en las otras cátedras relacionadas, las matemáticas y la astronomía fueron fundamentales (Rodríguez Domínguez, 1979, 36-38).

El problema vino cuando se trataron de poner en práctica estas nuevas directrices. El claustro convocó la oposición a la cátedra de física experimental en 1773 de acuerdo al temario tradicional (Aristóteles), ganándola Juan Manuel Pérez, pero el

enseñar en donde quiera que florezca la verdadera sabiduría». Así la salmantina propuso mantenerse en el «sistema del Peripato» (Aristóteles), porque «...los de los modernos filósofos no son a propósito para conseguir los fines que se intentan... Como v. g. los de Newton, que si bien disponen al sujeto para ser un perfecto matemático nada enseñan para que sea un buen lógico y metafísico; los de Gasendo y Cartesio no simbolizan tanto las verdades reveladas como las de Aristóteles...» (*Plan general de estudios...*, 1772, 10-11).

<sup>22</sup> Musschenbroeck, P. (1751). *Elementa physicae conscripta in usus académicos...* Neapoli: typis Benedicti et Ignatii Gessar, 2 vol. Musschenbroeck, P. (1768) *Introductio ad philosophiam naturalem auctore Petro van Musschenbroekio*. Patavii: Typis Seminarium: apud Joannem Manfrè, 2 t.

<sup>23</sup> Boerhaave, H. *Praxis medica seu commentaria in aphorismos*, mandada expurgar en 1747.

Consejo de Castilla invalidó el concurso por no haberse realizado con los nuevos criterios y sobre los libros de Musschembroeck y Boerhaave. Se obligaba además a que los jueces de la oposición fueran catedráticos de medicina, álgebra o artes, pero no teólogos. El claustro forcejeó con el Consejo durante cinco años hasta que una real orden zanjó la disputa: mandó adoptar el libro de Musschembroeck, comprar todos los instrumentos y máquinas necesarios para la enseñanza práctica, y nombró catedrático de física experimental al joven Miguel Recacho Álvarez, sin oposición previa (Real Resolución de 9 de julio de 1783)<sup>24</sup>. Poco tiempo después, en 1788, el manual de Musschembroeck fue sustituido por la del matemático y físico Jacquier, estudioso de Newton, que recoge en su obra un plan completo para el estudio de la denominada entonces «filosofía», un paso importante en la introducción de la física moderna (en su tomo 5)<sup>25</sup>. El contenido de la docencia del nuevo plan de estudios había triunfado en esta nueva cátedra, aunque la traducción al español de la obra de Jacquier incluyó una declaración de que la teoría de Copérnico era una hipótesis<sup>26</sup>.

<sup>24</sup> Este acto fue desaprobado por la universidad, que logró intercambiar la cátedra de Recacho con la de Juan Manuel Pérez.

<sup>25</sup> Jacquier, F. (1787-1788). *Instituciones filosóficas...* Madrid: En la imprenta y librería de Alfonso López, 6 vols. El contenido en sendos seis volúmenes: lógica, metafísica, aritmética y álgebra, física (tomos cuarto y quinto) y ética. El tercero se dedica a «De aritmética y Álgebra» y contiene: aritmética (operaciones en los números enteros y en quebrados, raíces, proporciones y ecuaciones), y geometría (líneas rectas, líneas rectas respecto del círculo, líneas rectas que encierran espacio, líneas proporcionales, uso de las proporciones en la resolución de los triángulos o trigonometría; geometría de las superficies: propiedades, medida; geometría de los sólidos, de sus medidas y propiedades). El cuarto contiene la primera parte de la física y trata los temas de fuerzas universales, fuerza de inercia, principio de acción y reacción, composición de fuerzas, atracción general y sus varias especies, fenómenos de atracción universal en todos los cuerpos, primera ley de la atracción, la gravedad (causa y efectos), centro de gravedad, el movimiento, el descenso rectilíneo, movimientos rectilíneo y curvilíneo, exactitud de los péndulos, choque de cuerpos, extensión de los cuerpos, extensión penetrable, extensión impenetrable, figurabilidad y naturaleza de los cuerpos. El quinto explica la física particular: fluidos (causa, naturaleza, equilibrio, movimiento, fluidos elásticos...), el aire y sus propiedades, la luz (naturaleza, reflexión, refracción...), de la visión, el color y el arco iris, del fuego, de la astronomía (movimientos de los cuerpos celestes, sistema del mundo y sus hipótesis, el Sol y las estrellas fijas y errantes, planetas, cometas, causas de los movimientos celestes, el sistema de gravedad celeste, densidad y figura de los planetas), cronología y calendario, geografía (superficie de la Tierra, especies de cuerpos en la Tierra, hierro, imán, electricidad, fenómenos subterráneos). En la introducción al volumen segundo, el traductor Santos Díez González dice del autor: «fue uno de los primeros que con sus notas y observaciones sobre las obras del sabio Newton dieron a conocer el mérito de este insigne filósofo».

<sup>26</sup> Resulta llamativa la aclaración que incluyó el traductor, cuando escribió: «...Quiero advertir antes de entrar en la Física, que por mayor comodidad supongo unas veces movable el globo terraqueo y otras veces inmóvil [inmóvil]: pero esto es baxo la protesta y confesión que hago de rendir mi obediencia a la determinación de la Santa Iglesia Católica Romana, que sabiamente ha prohibido se defienda como Tesis la hipótesis copernicana» (Jacquier, 1788, nota del traductor, tomo 4, p. 13).

– CREACIÓN DE LA CÁTEDRA DE ELEMENTOS DE ARITMÉTICA, GEOMETRÍA Y ÁLGEBRA. LA INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS INFINITESIMAL

La antigua cátedra de propiedad de sùmulas (lógica aristotélica) sufrirá aún mayor transformación al convertirse, con el nuevo plan de estudios, en cátedra de elementos de aritmética, geometría y álgebra, pero su asignación también se vio envuelta en sonados conflictos: Tras ocuparla Alonso Canseco, hasta 1773, la ganó Juan Justo García, viviéndose duras disensiones entre los opositores, que fueron llamados todos a Madrid y obligados a repetir la oposición, no sobre los textos antiguos, sino sobre los libros de Wolff<sup>27</sup> y Newton<sup>28</sup>. Finalmente García fue aprobado por el Consejo en 1774, «por seis años» y confirmado a perpetuidad en 1777, con el compromiso de redactar un manual.

García cumplió el deber y escribió el manual salmantino *Elementos de aritmética, álgebra y geometría* (1782)<sup>29</sup>. Incluyó en ella una larga introducción en la que resumía la historia de la aritmética, el álgebra y la geometría; en la parte del álgebra destaca la explicación de la historia del cálculo de probabilidades, la descripción de las tablas de vida y muerte y del cálculo de los acasos (antecedentes de las matemáticas actuariales). Al resumir la evolución de la geometría expuso los antecedentes del cálculo diferencial e integral y recogió la polémica entre Leibnitz y Newton, además de:

[...] números naturales, operaciones, fracciones, números decimales; el álgebra, con el cálculo de potencias, extracciones de raíces y estudio y solución de ecuaciones de primer y segundo grado; la geometría euclídea, la trigonometría plana, la geometría práctica y la trigonometría esférica. Sigue la aplicación a la geometría del álgebra, los principios del cálculo diferencial y del cálculo integral. Termina... con unas tablas de logaritmos y unas tablas trigonométricas. Considerando que en la Universidad de Salamanca la enseñanza de matemáticas no había existido hasta las clases de Juan Justo García, el que se expusiera la teoría de series de Euler suponía recuperar un atraso inaceptable para esta universidad. Además, en el cálculo infinitesimal siguió la obra de Leibnitz y llevo, en la última página, a tratar la integración de alguna ecuación diferencial (Garma, 2002, 339-340).

Este curso de García «abarcaba conocimiento suficiente, actualizado y amplia erudición matemática» (Maz-Rico, 2015, 62), incluso en fenómenos asociados a

<sup>27</sup> Wolff, Ch. (1742). *Compendium elementorum matheseos...* Lausannae & Genevae: sumptib. Marci-Michaelis Bousquet & Sociorum, 2 vol. Se trataba de un manual completo de las matemáticas. Trataba en el primero: aritmética, geometría, trigonometría, mecánica hidrostática aerometría, hidráulica, óptica, catóptrica, dióptrica y perspectiva; en el segundo: astronomía, geografía, cronología, gnómica, pirotécnica, arquitectura militar y civil y álgebra. Contiene definiciones, axiomas, hipótesis, demostraciones, problemas con sus resoluciones y multitud de láminas ilustrativas.

<sup>28</sup> Newton, I. (1687). *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Londoni, Jessu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater, obra suficientemente conocida.

<sup>29</sup> García presentó al claustro en 1779 este texto para su publicación, edición que pagó él y vio la luz en 1782; contenía las matemáticas desde primaria hasta la geometría diferencial.

cantidades negativas (Maz-Rico, 2007, 120). Escrito bajo una censura flexible, expresaba en castellano ideas de matemáticos europeos (Rico-Maz, 2007), como Wolff (especialmente), Bails, Lagrange, Juan Bernoulli, MacLaurin, Moivre, Montmort, Emerson, Clairaut, Simpson, Newton, Leibnitz, Jacobo Bernoulli, L'Hospital, Eules y Bezout. Juan Justo García fue el introductor del cálculo infinitesimal en Salamanca (Cuesta Dutari, 1974 y 1985)<sup>30</sup> y esta obra representa un excelente panorama de la matemática de fines del siglo XVIII (Cuesta, 1974, I, 155 y ss.; Cuesta, 1985). García participó después activamente en la creación de un colegio de filosofía, como veremos.

#### – LA REDISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO Y LAS MATERIAS DE ESTUDIO

El plan de estudios de 1771 creó por primera vez distintos itinerarios docentes. En el primer curso, para el bachillerato en artes, se estudiaría dialéctica y lógica; en el segundo metafísica y, a partir del tercer curso se dividiría la enseñanza en tres itinerarios: los teólogos cursarían la física aristotélica, los juristas filosofía moral, y los médicos, en dos cursos: en el primero aritmética, geometría, álgebra, y en el segundo la física experimental. El bachillerato de los médicos pasaba pues, de tres a cuatro cursos y en él se incluían las matemáticas.

Las cátedras de matemáticas, física experimental y música, que antes estaban ligadas a la gramática, se adscribieron a la facultad de artes, que a partir de ahora muchas veces se denomina «de filosofía». En matemáticas se explicarían:

Las formas de esta ciencia que resten, formando un curso con la otra cátedra de principios de aritmética, geometría y álgebra, de modo que esta segunda sirva para perfeccionar a los que se dediquen a las matemáticas, o porque quieran hacer un estudio sólido de esta ciencia, o porque piensen radicarse en ella para entrar con mayores fundamentos con los conocimientos ulteriores (*Plan general de estudios...*, 1772, 92 y ss.).

El plan de 1771 ordenó «suprimir prolijidad y sutilezas» y el contenido científico quedó ligado a manuales o cursos para cada asignatura.

La Universidad de Salamanca se ofreció a elaborar el nuevo curso de filosofía; el Consejo aceptó el ofrecimiento, dando un trienio para prepararlo y ordenando que, en ese tiempo, se explicara la materia por el curso filosófico de Antonio Goudin. La universidad nombró para redactarlo a los frailes Isidro Alonso, Juan Martínez Nieto e Ildefonso Sáez. Los dos primeros años que los comisionados consideraban suficientes para concluir el trabajo resultaron muy insuficientes; se vieron sobrepasados –según decían– por el intento de hacer una obra ecléctica en la que recoger lo más cierto o verosímil de cada punto filosófico. Solo después de varias solicitudes

<sup>30</sup> En Salamanca ya antes había noticias del cálculo infinitesimal, porque fray Bernardo Ribera, en su dictamen contra la Academia de Matemáticas de 1758, desafiaba a Torres Villarroel a que dijera «si es admisible el nuevo método del cálculo diferencial» (cf. Cuesta Dutari, 1971, 5).

y un ultimátum, los comisionados enviaron lo redactado al Consejo en 1784, pero finalmente no fue tenido en cuenta porque una real orden de 11 de octubre de 1788 impuso, como dijimos, las *Instituciones filosóficas* de Jacquier como manual de filosofía (facultad de artes), por aunarse en él el catolicismo y conocimiento de la física, especialmente la newtoniana (Cuesta Dutari, 1974, I, 259 y 289).

Por lo que se refiere al conjunto de España, según Maz Machado y Rico Romero, los manuales de matemáticas de Pedro de Ulloa, Vicente Tosca y Tomás Cerdá, escritos entre 1700 y 1767, en el período de gran influencia jesuítica, tenían un objetivo práctico y formativo de personas o grupos de personas concretas, precisión terminológica, organización temática, incremento progresivo del álgebra y disminución de la aritmética. Sin embargo, los manuales publicados entre 1768 y 1814, como los de Juan Justo García, Benito Bails, Francisco Verdejo González y José Mariano Vallejo, fueron escritos por docentes de prestigiosos centros educativos y se convirtieron en libro de texto de otros tantos centros docentes, sustituyeron los libros antiguos por una actualización de conocimientos, pretendieron formar a profesionales cualificados en matemáticas y divulgar capítulos singulares de matemáticas avanzadas. Juan Justo García decía que sus *Elementos de aritmética, álgebra y geometría* permitían «al filósofo, el médico, el teólogo y el jurista tomar en un año... las luces necesarias a sus respectivas profesiones» (cf. Maz Machado-Rico, 2015, 61). Este manual se convirtió en libro de texto de Salamanca y de otras universidades: Santiago, Oviedo, Sevilla, Valladolid y México. Después, en 1794 García publicó *Elementos matemáticos*, texto que también fue adoptado como libro de texto en el posterior plan de estudios de 1807; y en sus *Elementos de verdadera lógica* (1821), García introdujo a filósofos franceses, como Condillac o Destutt de Tracy, y en los *Nuevos elementos de geografía general* corrigió mapas terrestres y marítimos (Peset Reig, 2006, 441 y 445-448).

Como conclusión diremos que los matemáticos españoles no contribuyeron al desarrollo teórico de la disciplina, pero buscaron aplicar y difundir conocimientos, realizaron una importante actividad formativa, y crearon un espacio científico propio (Rico, 2005).

#### – EL IMPULSO DE LA BIBLIOTECA Y LA COMPRA DE INSTRUMENTOS PARA LA DOCENCIA

La lectura condiciona siempre el conocimiento. La biblioteca de la Universidad de Salamanca había atravesado muchos periodos de cierre debido a distintos avatares. Tras la pérdida de libros y de la propia sala de lectura como consecuencia de la caída de su bóveda en 1664, el inmueble no se reconstruyó hasta 1749 y no se abrió al público hasta 1755 (Marcos Rodríguez, 1990), imposibilitándose hasta entonces su aprovechamiento. Reabierto, la universidad estableció la obligación de la compra de libros por valor de 400 ducados anuales. El 30 de enero de 1758, Torres Villarreal recordaba en el claustro que, habiendo sido comisario de la bi-

biblioteca, el claustro le encargó adquirir «libros matemáticos, de física experimental, filosofía antigua y moderna y de bellas letras y erudición», circunstancia que Torres aprovechó para conseguir en París los globos celestes y terráqueos citados (AUSA 226, «Informe...», ff. 13r-16r; cf. Becedas, 2019, 58).

Desde 1755 esta biblioteca gozará de importantes incorporaciones de fondos de antiguos profesores e instituciones: 3.900 volúmenes de Juan Antonio García Sarmiento, la biblioteca de Matías Chafreón en 1756 (Becedas, 2019), 12.000 volúmenes la biblioteca salmantina de la Compañía de Jesús expulsada de España en 1767 (Marcos, 1990, 289), las bibliotecas de los treinta colegios menores universitarios salmantinos (año 1780-1798; unos 100.000 volúmenes, aunque finalmente se perdieron, salvo 20.000) y la de los cuatro colegios mayores (año 1785)<sup>31</sup>.

Cuesta Dutari hizo un estudio de estos fondos bibliográficos y dijo que los más útiles para las nuevas ciencias fueron los de los jesuitas, porque pusieron a disposición de los universitarios la modernísima biblioteca matemática que estos poseían en su colegio de Salamanca. Entre ellos, los 112 volúmenes de la *Acta Eruditorum* de Leipzig; la revista donde Leibnitz publicó –en 1684 y 1686– los dos artículos fundacionales del análisis infinitesimal. También el centenar de ejemplares, muchísimos triplicados, de la revista científica *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, iniciada en los años finales del siglo XVII; en ella publicaban sus investigaciones los sabios europeos más sonados del siglo XVIII. Los jesuitas tenían diecinueve volúmenes de los *Commentarii Academiae Imperialis Petropolitanae*, donde aparecen unos 50 artículos de Euler. Peseían también la primera edición (de 1696) de *Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes*, de L'Hôpital, «el primer libro de texto europeo del nuevo cálculo». En los libros de claustros se cita otro ejemplar adquirido precisamente por Juan Justo García.

Otros textos de esta biblioteca de importante contenido matemático editados desde mediados del siglo XVII eran: cuatro obras de Newton (*Arithmetica Universalis* en dos volúmenes, tanto la edición de 1761 como la de 1732; *Opticae*, en ediciones de 1722, 1740, 1749; los tres volúmenes de *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, en la edición de 1739-1742; y los otros tres de *Opuscula Mathematica*, en la edición de 1744) y Leibnitz (*Opera omnia*, edición de 1768); las obras completas de cada uno de los hermanos Jacobo y Juan Bernoulli (*Opera omnia*, ediciones de 1742 y 1744); tres ejemplares distintos de la monumental enciclopedia *Elementa Matheseos Universae* (1727) de Christian Wolff; los *Eléments de la Géometrie de l'infinie* (1727) de Fontenelle; dos obras de MacLaurin (*Traité des Fluxions*, de 1753 y *Traité d'Algèbre*, de 1753), tres obras de Euler (*Mechanica sive motus scientia analytice exposita*, de 1736, 2 vols.; *Methodus inveniendii lineas curvas, maximi minive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici*,

<sup>31</sup> «Memoria de los libros que en su Biblioteca tiene la Universidad de Salamanca en los estantes de ella dispuestos i separados por facultades» (USAL BGH, Ms. 41), en línea <<http://hdl.handle.net/10366/139153>> (Becedas, 2015).

de 1744; *Scientia navalis seu tractatus de construendis ac difigendis navibus*, edición de 1749 en 2 vols.); de Simson (*The doctrine and application of fluxions*, edición de 1750, 2 vols.); de Riccati (*Institutiones Analyticae*, edición de 1765-1767, dos vols.); de Saunderson (*The Elements of Algebra*, ediciones de 1761 y 1763); de Gherli (*Gli elementi teorico-pratici delle Mathematiche pura*, edición de 1770-1777, 7 vol.); de Le Seur (*Elemens du calcul Integral*, edición de 1768 en 2 vols.); de Cerdá (*Liciones de Mathematica*, edición de 1758, 2 vols.); y de La Maur (*Elementos de Matemática pura*, edición de 1788, 2 vols.) (Cuesta Dutari, 1971, 24-25; Cuesta Dutari, 1974, I, 97-113).

La presencia de estos fondos bibliográficos se explica porque, en las últimas décadas del XVIII, había un buen número de novatores en Salamanca que aprovecharon las rentas de la universidad para comprar y traducir libros extranjeros. Entre 1786 y 1799 se gastaron 60.000 reales en la biblioteca universitaria<sup>32</sup>, frente a la ausencia casi total de gasto en ejemplares antes de 1747 y después de 1814. Concretamente durante los años 1787 y 1788 adquirieron buen número de estas obras modernas, especialmente de ciencias físicas y naturales (Marcos, 1999, 289).

Enfrentados a estos libros y a sus lectores, los tradicionalistas se quejaban en el claustro en 1796 de que «manejan y leen libros y papeles impíos, sediciosos, obscenos y de difícil adquisición... hay en Salamanca más de cien ejemplares del libro execrable del *Sistema de la naturaleza* [de Holbach, 1770]» (Robledo, 2001, 287). El obispo Bertrán comenzó la suscripción a *L'Encyclopédie*... Había una excelente información, pero ¿se conocía o no se conocía el contenido de estos libros? En este sentido Cuesta dijo: «No puedo asegurar que hubiera cultura matemática moderna en la Salamanca del siglo XVIII: (pero) la curiosidad es evidente» (Cuesta Dutari, 1971, 5-6). Es decir, que en Salamanca había información bibliográfica de calidad y un ambiente proclive al debate y al intercambio de ideas. Una importante colección bibliográfica en una villa que en 1769 tenía solo 15.319 habitantes (Fernández Álvarez, 1990, 119).

#### – LA CONTROVERTIDA CREACIÓN DEL COLEGIO DE FILOSOFÍA Y LA LUCHA POR LA IGUALDAD DE LAS CIENCIAS

El plan de estudios de 1771 tendría una larga estela. Alrededor de la «filosofía» y las «artes» se amalgamaban y nominaban en la universidad las llamadas nuevas ciencias. En el curso 1787-1788 se leyó en el claustro un memorial de médicos y artistas que se quejaban de la preeminencia de la teología y la jurisprudencia, lo que relegaba sus ciencias al último puesto, solicitando la igualación de la consideración de todas las facultades. La propuesta derivó en un enfrentamiento que duró años,

<sup>32</sup> La cuenta de gastos en libros fue de 20.050 reales en el curso 1786-1787, 15.000 en el curso 1787-1788, 5.000 en 1788-1789 y 19.912 en 1798-1799 (Méndez Sanz, 1990, 102). La lista de libros encargados por la universidad de Salamanca entre 1780 y 1790, en Rodríguez Domínguez, 1979, 88-92.

a lo largo de los cuales tuvo lugar la polémica, dilatada y efímera fundación de un Colegio de Filosofía.

Juan Justo García, desde su cátedra de elementos de aritmética, geometría y álgebra, y Judas Tadeo Ortiz Gallardo, desde la suya de matemáticas, trabajaron y presentaron al claustro un proyecto para la formación de un «colegio de artes» –así lo llamaron ellos–, queriendo reivindicar el valor de las matemáticas que enseñaban y convertir la facultad de artes en el centro de estas nuevas ciencias. Fue una verdadera «pugna de facultades» en la Universidad de Salamanca, una manifestación de la rivalidad en el claustro salmantino entre novatores y tradicionalistas. Cuesta Dutari estudió la copiosa información sobre este asunto reflejada en los libros de claustros entre 1776 y 1798, que a continuación resumo (Cuesta Dutari, 1971, 1-26; Cuesta Dutari 1974).

La creación del Colegio de Filosofía contaba con el apoyo de los profesores salmantinos de artes y medicina –al que se unen algunos juristas– y era contradicha por teólogos y canonistas –que consideraban sus facultades más importantes, «mayores»–. Esta oposición retrasó durante diez años la aceptación del proyecto, tiempo en el que se presentaron muchos informes y peticiones (12 de agosto de 1782, 7 de diciembre de 1789, junio de 1788...). Los profesores renovadores del claustro decían que:

[...] el estudio de las matemáticas es digno, una y mil veces, de que se cultive, fomente y lleve a la perfección en la mayor academia del reino y la universidad haría una obra útil y que la colmaría de honor si pensase un día en ello seriamente (*cf.* Cuesta Dutari, 1971, 10).

Por fin, en 1788 acordó la universidad el envío de la solicitud al Consejo Real, pero también recurrieron a él los del bando contrario (teólogos y canonistas), acusando a la filosofía moderna de impía y revolucionaria; les culpaban de defender la mortalidad del alma y de fomentar la lectura de obras inmorales. Pedían que se impidiera la creación del nuevo colegio porque «Cartesio nada podía hacer frente a Santo Tomás de Aquino» (Robledo, 2005-1, 429; Heredia, 1994; Heredia, 1995).

A pesar de esta oposición, el 7 de noviembre de 1792 Carlos IV firmó una real provisión que creaba el Colegio de Filosofía, con la función de promover los estudios de filosofía natural, equiparando cátedras, enseñanzas y salarios de todas las asignaturas y ciencias; su aprobación suponía:

1. La igualación de la dignidad de los grados en todas las facultades, pues había voces que declaraban ser de menor calidad el grado más alto en artes que en derecho. El más alto grado había recibido distintas denominaciones según las facultades; se decía «doctor» en leyes o cánones, pero «maestro» en artes. Carlos IV termina con estas distinciones.
2. La supresión de la perpetuidad de las cátedras y la equiparación del salario de los profesores de artes y medicina con los de los catedráticos de propiedad de las facultades mayores: la desaparición, pues, de la distinción entre facultades mayores y menores.

3. El derecho de asiento y voto de los profesores en función de su grado y antigüedad, y no, como antes, de acuerdo con el orden de importancia de sus facultades, lo que condenaba a los profesores de artes a hablar poco y los últimos. Hasta ese momento el orden era: Cánones, leyes, teología, medicina y artes (Cuesta Dutari, 1971, 8). Ahora se suprimía esta jerarquía, se igualaba el valor de las ciencias.

El proyecto pretendía también reformar la enseñanza, mejorando los actos académicos, introduciendo definitivamente la enseñanza práctica y añadiendo nuevas cátedras. De lo que se trataba era de defender la independencia y estatus de la filosofía, antes facultad menor, frente a las consideradas con anterioridad facultades mayores de teología, cánones y leyes<sup>33</sup>. Era una lucha por la revalorización de las ciencias experimentales, antes denostadas y que, a finales del siglo XVIII, comienzan a vivir un claro proceso de revalorización colocándose incluso sobre las demás<sup>34</sup>.

Los tradicionalistas continuaron las declaraciones contra el Colegio de Filosofía y el Consejo llegó a pedir que el claustro salmantino decidiera, sin la presencia de los filósofos, sobre la conveniencia o no de mantenerlo. El claustro se reunió sin filósofos el 31 de mayo de 1786, se nombró una comisión para tratarlo y, como todos eran teólogos o juristas, votaron mayoritariamente a favor de la destrucción del Colegio de Filosofía (3 de julio de 1796) ¿Con qué argumentos? Por la impiedad y el ateísmo que se enseñaban en él<sup>35</sup>. Me interesa la opinión a favor del colegio de fray Juan Martínez Nieto, que aportó un documento escrito por Miguel Álvarez Osorio de tiempos de Carlos II que decía: «Las matemáticas comprenden todas las ciencias y se deben enseñar en todas las universidades y en las poblaciones más principales para defender y enriquecer los reinos»<sup>36</sup>. Dice haber dos clases de

<sup>33</sup> Dice Robledo: «La reivindicación de los liberales se basaba en gran medida en el papel desempeñado por la universidad salmantina en la difusión de los nuevos saberes que configuran lo que genéricamente entendemos como pensamiento moderno, tales como la independencia de la filosofía respecto a la teología, la difusión del derecho natural, las preferencias por la economía política frente al derecho romano o a la extensión de las matemáticas en perjuicio de los almanaques», aunque al tiempo florecieron también los estudios clásicos (Robledo, 2005-1, 431).

<sup>34</sup> Más información en mi estudio «Reflexiones sobre la nueva consideración social del matemático en la España del siglo XVIII» (Carabias, 2019).

<sup>35</sup> El dictamen de cada comisionado en Cuesta Dutari, 1971, 12-15. Fray Leonardo Herrero dijo que el destino de toda universidad es formar hombres aptos «para defender el catolicismo», así que no se necesitaban «las peligrosas y vanas teorías de Hobbes, Cumberland, Grocio, Puffendorf, Leibnitz, Locke, Robinet, Helvecio, Rousseau, Diderot o D'Alambert». Estudiaban por el manual de Juan Justo García, que lo escribió por el interés que «esperaba le produjese la venta de su libro» —en realidad lo redactó obligado por las condiciones de su cátedra—, que en este Colegio «la libertad de pensar provoca lástima» y ha producido una relajación en vestimenta, peinados y descortesía de los alumnos para con sus maestros (cf. Cuesta Dutari, 1971, 19).

<sup>36</sup> Eso lo escribió en «El zelador General para el bien común de todos: Índice y resumen de los memoriales de D. Miguel Álvarez Osorio y Rendín», en Rodríguez Campomanes, P. (1775). *Apéndice a la Educación popular...* Madrid: En la imprenta de D. Antonio de Sancha, p. 209.

filosofía: la especulativa y la empírica, y que esta comprende las matemáticas puras y las aplicadas, la física, la química y la botánica. No tiene que haber inconveniente en la existencia del Colegio de Filosofía siempre que «no se entrometa en enseñar la filosofía especulativa», que necesita la revelación; por eso los filósofos especulativos debían ser teólogos (*cf.* Cuesta Dutari, 1971, 17).

El fiscal del Consejo y antiguo estudiante de Salamanca, Forner, defendió la continuidad del Colegio en un largo informe de 30 de noviembre de 1796 (Vidal y Díaz, 1869, 312-368). A pesar de este apoyo gubernamental y de multitud de juntas de filósofos celebradas en la Universidad de Salamanca entre 1794 y 1798, fue inevitable la destrucción del Colegio de Filosofía, con el menoscabo correspondiente para las matemáticas.

#### – EL RENACIMIENTO CULTURAL SALMANTINO DE FINALES DEL SIGLO XVIII

En conjunto, el plan de estudios de 1771 permitió la creación de cátedras de ciencias prácticas y empíricas, que se otorgarían por oposición en profesores competentes; una enseñanza teórica basada en manuales impresos (y no *al dictado*, como antes), en castellano, con el apoyo de bibliografía actualizada; y una enseñanza práctica con todo el instrumental necesario (teatros para la anatomía y la física, y un jardín botánico); las viejas cuestiones peripatéticas eran sustituidas por modernos saberes de matemáticas y filosofía moderna. Por eso, según Campomanes, 1771 «fue una fecha señalada en la introducción de la ciencia moderna» (Campomanes, *Discurso crítico político...*, *cf.* Peset Reig, 1990, 137-138). Así pues, este plan de estudios fue una condición necesaria para el posterior renacimiento cultural salmantino, que, paralelo al enconado ataque al Colegio de Filosofía, se desarrolló también en otras materias, como el derecho<sup>37</sup>.

Hubo resistencias (Robledo, 2003) y faltaron medios económicos suficientes para poner en marcha todos los cambios contenidos en el plan de estudios de 1771. A pesar de las dificultades, este plan de estudios y sus derivaciones permitieron nuevas maneras de enseñar y de razonar basadas en la experiencia y la práctica, la definitiva supresión del latín en el estudio de las matemáticas, la escritura de nuevos manuales más actualizados y la posibilidad de disfrutar de muchos libros modernos de ciencia en la biblioteca universitaria. El resultado en matemáticas fue positivo. Quintana, antiguo alumno de Salamanca, decía que ya

[...] el adelantamiento en las matemáticas y la verdadera física; el conocimiento y gusto a las doctrinas políticas y demás buenas bases de una y otra jurisprudencia, el uso de los grandes de la Antigüedad y la observación de la naturaleza para todas las artes de la imaginación; los buenos libros que salían en todas partes y que iban a Salamanca como a centro de aplicación y de saber... todo esto se debió

<sup>37</sup> El 25 de febrero de 1786 Ramón de Salas presentó en claustro los *Planes y Constituciones de una Academia de derecho español y Práctica forense para la Universidad de Salamanca*. Fue su director desde el primer curso que funcionó, 1788-1789 (Robledo, 2005-1, 440; Robledo, 2005-2, 385-386).

a aquella escuela que ha producido desde entonces hasta ahora tan distinguidos jurisconsultos filósofos y humanistas<sup>38</sup>.

## 6. CONCLUSIONES

Hemos repasado las circunstancias del desarrollo de las matemáticas en la enseñanza superior española del siglo XVIII tomando como base prioritaria de análisis el caso de la Universidad de Salamanca, porque, a pesar del nacimiento de otras muchas e importantes instituciones con docencia de matemáticas, en ese periodo la salmantina siguió siendo el centro universitario español de referencia. Hemos hecho observaciones sobre la evolución semántica del término «matemáticas» que se produjo durante esta centuria (de *quadrivium* a «artes» y/o «filosofía», hasta llegar a ser la «ciencia de la cantidad medible, de aritmética y geometría»); el fuerte intervencionismo estatal en la política universitaria<sup>39</sup> y la lucha por la igualdad de las matemáticas con las demás ciencias.

Hemos comprobado que a lo largo del siglo XVIII la universidad no permaneció inmóvil, como un pecio abandonado a su suerte en el cada vez más enmarañado y revuelto mar político y administrativo del Estado español. A pesar de la inflexible estructura impuesta por los estatutos universitarios, hubo muchos proyectos de cambio y mudanzas efectivas que, en matemáticas, fueron sustanciales. La universidad se transformó poco en lo institucional, pero vivió una profunda renovación en el contenido de las matemáticas que conocía (libros) y enseñaba (profesores, plan de estudios).

Durante el siglo XVIII la Universidad de Salamanca siguió siendo un centro de referencia de la enseñanza superior en España y su control se concibió como modelo de la pretendida vigilancia científica y docente que el Estado trató de ejercer sobre el conjunto de las universidades y de los centros educativos en general. El plan de estudios de 1771 coadyuvó a este control político, pero también a la renovación de la enseñanza de las matemáticas y al desarrollo de un ambiente global de debate intelectual. El manual creado en la cátedra de matemáticas de Salamanca se impuso en dos ocasiones como libro de texto de otras muchas. Por eso la Universidad de Salamanca sigue siendo hoy relevante para explicar la educación en la España del siglo XVIII, incluso en el campo de las matemáticas.

<sup>38</sup> Quintana, M. J. (1820). «Noticia Histórica de Meléndez Valdés», en *Obras completas*. Madrid: Atlas, p. 110; cf. Robledo, 2005, 428.

<sup>39</sup> A través de solicitud de informes, la creación de la Academia de Matemáticas –proyecto de 1758, aprobación en 1762–, la reforma del plan de estudios en 1771, la implantación de las cátedras de «física experimental» y la de «aritmética, geometría y álgebra», en la que Juan Justo García –autor de *Elementos de aritmética, álgebra y geometría*, de 1782– enseñó el análisis infinitesimal, la imposición de manuales con información actualizada, la obligación de compra de libros y material didáctico, el nombramiento de catedráticos por el gobierno, y la creación del Colegio de Filosofía –proyecto de 1779, aprobado en 1792–.

Los progresos, sin duda constatables, se debieron a un ímprobo esfuerzo del gobierno y de algunos profesores a favor del cambio, pero los resultados se vieron ya entonces como insuficientes, pues una cédula real de 1787 denunciaba el fracaso del estudio de las matemáticas en España, en las universidades y fuera de ellas. Dice que «teniendo en cuenta la necesidad y utilidad de que se propague el estudio de las matemáticas, cuya enseñanza falta en muchas universidades por no haber cátedras de estas ciencias ni proporción por ahora para dotarlas», se permitía temporalmente la validez de los cursos y grados realizados en establecimientos ligados a las sociedades económicas de Amigos del País, el Seminario de Nobles de Madrid, el Real Seminario de Bergara, o los Reales Estudios de S. Isidro (Bejarano, 1989, 224).

La enconada batalla a favor de las nuevas ciencias en Salamanca la ganaron finalmente los renovadores frente a los tradicionalistas: En los últimos años del siglo XVIII y los primeros del XIX, la Universidad de Salamanca fue un foco de enciclopedistas y afrancesados. Dice Robledo que cuesta encontrar algún nombre relevante de la política y/o de las letras que no tuviera alguna relación directa con la ciudad que albergaba todavía la principal universidad española<sup>40</sup>. Los orígenes intelectuales del pensamiento liberal se nutrieron del viejo Estudio salmantino; de él «salieron la mayor parte de los legisladores de 1812 y de los conspiradores de 1820» (Menéndez Pelayo, 2003, en línea); pero el liderazgo en matemáticas fue por otros derroteros; los grandes progresos matemáticos se produjeron fuera de las universidades y de España.

*Agradecimientos:* este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## 7. REFERENCIAS

Álvarez de Morales, A. (1988). *La «Ilustración» y la reforma de la Universidad en la España del Siglo XVIII*. Madrid: Taurus.

<sup>40</sup> Robledo presenta en un cuadro a los intelectuales renovadores en Salamanca entre 1770 y 1804: Forner, Ramón de Caseda, Meléndez Valdés, Iglesias de la Casa, León Arroyal, Melón, Salas, García, Mintegui, Martel, López Altamirano, Munárriz, Picornel, Muñoz Torrero, Sánchez Barbero, Álvarez Cienfuegos, Urquijo, Núñez, Manuel M. Luján, Juan María Herrera, Diego González («Delio»), Zamora, Tavira, fray A. Alba, fray B. A. Zamora, J. M. Recacho, González Candamo, Belgrano, Marchena, Quintana, J.N. Gallego, B. J. Gallardo, Somoza, S. Miñano, D. González Alonso, F. Cantero y el bibliotecario de la universidad Ortiz de la Peña. En ese mismo periodo coincidieron también en Salamanca, personajes no universitarios con preocupación cultural, como el obispo Bertrán, los agustinos Fernández Rojas y A. Corral, Lorenzo Villanueva, P. Estala, el obispo Tavira, el bibliotecario Juan M. de Herrera, etc. (Robledo, 2001, 283-284; Robledo, 2005-1, 437-438). No olvidemos a Juan Justo García (Cuesta Dutari, 1974).

- Árias de Saavedra, M. I. (1988). *La Real Maestranza de Caballería de Granada en el Siglo XVIII*. Granada: Universidad de Granada.
- . (1997). La reforma de los planes de estudios universitarios en España en la época de Carlos III. Balance historiográfico. *Chronica Nova*, 24, 7-34.
- Becedas González, M. (2015). La Biblioteca histórica de la Universidad de Salamanca. En L. E. Rodríguez San Pedro Bezares y J. L. Polo Rodríguez (coords.), *Fuentes, archivos y bibliotecas para una historia de las universidades hispánicas. Miscelánea Alfonso IX, 2014* (pp. 193-208). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- . (2019). *De libros redondos y gordos y otras historias. Huellas de Torres Villarroel en la Biblioteca Universitaria*. Salamanca: Centro de Estudios Salmantinos.
- Bejarano Rubio, A. (1989). Ilustración y enseñanza práctica del comercio. *Historia de la educación: Revista interuniversitaria*, 8, 221-234.
- Carabias Torres, A. M. (1986). Evolución del concepto de Facultad de Artes en España. Siglos XIII al XVII. En *Actas del IV Seminario de Historia de la Filosofía Española* (pp. 303-333). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- . (2012). Producción y consumo de ideas en la Salamanca del Renacimiento. En *Historia del comercio y la industria de Salamanca y provincia* (pp. 29-58). Salamanca: Museo del Comercio.
- . (2019). Reflexiones sobre la nueva consideración social del matemático en España desde el siglo XVIII. En *Matria Digital*, 7, 2019-2020, pp. 421-454, en línea <<http://matriadigital.cm-santarem.pt/images/numero7/9%20ana%20torres.pdf>>.
- Coleccion de los reales decretos, ordenes, y cedula de Su Magestad... dirigidas à la Universidad de Salamanca desde... 1760... hasta el presente de 1770... [s.a.] (1770?)*. Salamanca: Eugenio Garcia de Honorato, impressor de dicha Real Universidad, y Nicolás Villargordo y Alcaraz.
- Constitutiones apostolicas, y Estatutos de la muy insigne Vniversidad de Salamanca recopilados nuevamente por su comision*. (1625). Salamanca: Diego Cusio.
- Cuesta Dutari, N. (1971). *Filosofía natural y pugna de facultades en la Universidad de Salamanca (1779-1796)*. Salamanca: [s.n.] Imprenta Comercial Salmantina.
- . (1974). *El maestro Juan Justo García y Tomos I y II: presbítero natural de Zafra, 1752-1830*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- . (1984). *Las matemáticas en Europa y en España en tiempos de Torres Villarroel*. Salamanca: Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Salamanca
- . (1985). *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Esteban Piñero, M. (1999). La Academia de Matemáticas de Madrid. En E. Martínez Ruiz (coord.). *Felipe II la ciencia y la técnica* (pp. 113-132). Madrid: Actas.
- Esteban Piñero, M.; Salabert Fabiani, V. (2002). «Las matemáticas». En J. M. López Piñero (dir.). *Historia de la ciencia y de la técnica en la Corona de Castilla* (3, pp. 231-257). [Valladolid]: Junta de Castilla y León.
- Fernández Álvarez, M. (1990). 1788: un año significativo en la Salamanca de la Ilustración. *Studia histórica. Historia moderna*, 8, 119-129.

- García Pérez, A. (2018). La concepción ilustrada de la educación en el proceso de reformas de la Universidad salmantina en el siglo XVIII. *Azafea. Revista de filosofía*, N° 20, pp. 93-110.
- Garma Pons, S. (2002). La enseñanza de las matemáticas. En J. L. Peset Reig (dir.). *Historia de la ciencia y de la técnica en la Corona de Castilla*. IV. Siglo XVIII (pp. 312-346). [Valladolid], Junta de Castilla y León.
- Heredía Soriano, A. (1994). Reivindicación de la filosofía en la Universidad de Salamanca (1787-1788). *La ciudad de Dios. Revista agustiniana*. Vol. 207, N° 3, pp. 797-824.
- . (1995). El Colegio de Filosofía de la Universidad de Salamanca: el Plan de estudios de 1788. *Estudios. Revista trimestral publicada por los frailes de la orden de la Merced*, N° 51 (191), pp. 57-80.
- León-Montero, C; Maz-Machado, A.; Jiménez-Fanjul, N.; Madrid, M. J. (2017). Fenomenología en los tratados españoles de agrimensura del siglo XVIII. En J. L. Muñoz Escolano *et al.* *Investigación en educación matemática XXI* (pp. 541-542). Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Marcos Rodríguez, F. (1990). La biblioteca universitaria de Salamanca. En M. Fernández Álvarez *et al.* *La Universidad de Salamanca II. Atmósfera intelectual y perspectivas de investigación* (pp. 269-294). Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Maz Machado, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Maz Machado, A.; Rico Romero, L. (2004). Concepto de cantidad, número y número negativo durante la época de influencia jesuita en España (1700-1767). En E. Castro Martínez *et al.* *Investigación en educación matemática: Actas de VIII Simposio de la SEI-EM*, (pp. 249-258). Coruña: Universidade da Coruña, Servizo de Publicacións.
- Maz Machado, A; Rico Romero, L. (2007). Situaciones Asociadas a los Números Negativos en Textos de Matemáticas Españoles de los Siglos XVIII y XIX. *PNA*, 1(3), 113-123.
- Maz Machado, A.; Rico Romero, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (1), 49-76.
- Méndez Sanz, F. (1990). *La universidad salmantina de la Ilustración*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Menéndez Pelayo, M. (2003). *Historia de los heterodoxos españoles*. Alicante: Biblioteca virtual Miguel de Cervantes (= Madrid: Editorial Católica, 1978), en línea <<http://www.cervantesvirtual.com/obra/historia-de-los-heterodoxos-espanoles/>>
- Navarro Brotons, V. (2014). *Disciplinas, saberes y prácticas. Filosofía natural, matemáticas y astronomía en la sociedad española de la Edad Moderna*. Valencia: Publicacions de la Universitat de València.
- Pérez Magallón, J. (2002). *Construyendo la modernidad. La cultura española en el tiempo de los novatores (1675-1725)*. Madrid: C.S.I.C.
- Perrupato, S. (2014). Tradición y modernización en torno a la cuestión educativa de la segunda mitad del siglo XVIII. Avances de secularización en el Plan General de Estudios para la Universidad de Salamanca (1771). *Cabás*, 11, 71-84.

- Peset Reig, J. L. (1990). Los caminos de la ciencia. 2. El siglo XVIII. En M. Fernández Álvarez *et al.* *La Universidad de Salamanca II. Atmósfera intelectual y perspectivas de investigación* (pp. 137-149). Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Peset Reig, J. L. (2006). La nueva ciencia. Siglo XVIII. En J. L. Rodríguez San Pedro Bezares. *Historia de la Universidad de Salamanca*. III.1. *Saberes y confluencias* (pp. 433-453). Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Peset, J. L.; Peset, M. (1974) *La Universidad española (siglos XVIII y XIX). Despotismo ilustrado y revolución liberal*. Madrid: Taurus.
- . (1983). Política y saberes en la universidad ilustrada. En *Actas del Congreso Internacional «Carlos III y la Ilustración»* (pp. 31-135). Madrid: Ministerio de Cultura,
- . (1969) *El reformismo de Carlos III y la Universidad de Salamanca: plan general de estudios dirigido a la Universidad de Salamanca por el Real y Supremo Consejo de Castilla en 1771*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- . (1973). «Un buen negocio de Torres Villarroel». *Cuadernos Hispanoamericanos*, 279, 514-536.
- . (1975). *Gregorio Mayans y la reforma universitaria: Idea del nuevo método que se puede practicar en la enseñanza de las universidades de España, 1 de abril de 1767*. Valencia: [s.n.] (Publicaciones del Ayuntamiento de Oliva).
- . (2002). Las reformas ilustradas del siglo XVIII. En L. E. Rodríguez San Pedro Bezares. *Historia de la Universidad de Salamanca*, I. *Trayectoria histórica e instituciones vinculadas* (pp. 173-204). Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Plan general de estudios dirigido a la Universidad de Salamanca por el Real, Supremo Consejo de Castilla...* (1772). Salamanca: Juan Antonio Lasanta, en línea <<http://hdl.handle.net/10366/113195>>.
- Polo Rodríguez, J. L. (1994). Reformas en la Universidad de Salamanca de los primeros Borbones (1700-1759). *Espacio, Tiempo y Forma*, serie IV, 7, 145-173.
- . (1995). *La universidad salmantina del Antiguo Régimen (1700-1750)*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- . (2002). Tradición y primeras reformas, 1700-1750. En L.E. Rodríguez San Pedro (coord.). *Historia de la Universidad de Salamanca*. (I, pp. 147-172). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca,
- Polo Rodríguez, J. L. (2008). Propuestas de reforma en la Universidad de Salamanca (1719-1736). Documentos. En L. E. Rodríguez San Pedro Bezares y J. L. Polo Rodríguez (coord.). *La Universidad de Salamanca y sus confluencias americanas, Miscelánea Alfonso IX*, 9, 2002 (pp. 233-270). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Ribera, M. B. (1758). *Dictamen que sobre erección de Academia de Mathematicas expressò...* En Salamanca: en la Imprenta de la Santa Cruz.
- Rico Romero, L.; Maz Machado, A. (2007). Libros de texto de matemáticas en España durante los siglos XVIII y XIX. En M. F. Guzmán Pérez (coord.). *Humanidades y ciencias. Aspectos disciplinares y didácticos: Homenaje a la profesora Ana Vilches Benavides* (pp. 297-308). Granada: Atrio.
- Robledo Hernández, R. (2001). Reformadores y reaccionarios en la Universidad de Salamanca a finales del siglo XVIII algunos testimonios. *Studi General*, Nº 21, *Miscel.lània d'Homenatge a Modest Prats*, I, Universidad de Girona, pp. 283-305.

- . (2003). Tradición e ilustración en la Universidad de Salamanca: sobre los orígenes intelectuales de los primeros liberales españoles», en R. Robledo *et al.* (eds). *Orígenes del liberalismo. Universidad, política, economía. Salamanca* (pp. 49-81). Ediciones Universidad de Salamanca - Junta de Castilla y León.
- . (2005-1). La difusión del pensamiento moderno en la Universidad de Salamanca a fines del siglo XVIII. *Historia constitucional: Revista Electrónica de Historia Constitucional*, 6, 427-450.
- . (2005-2). Economía política en la Universidad de Salamanca: entre la intolerancia y la inteligencia (1786-1936), en J. I. Sánchez Macías *et al.* (coords.). *Economía, derecho y tributación: estudios en homenaje a la profesora Gloria Begué Cantón* (pp. 383-410). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Rodríguez de Campomanes, P. (1974). *Discurso crítico-político sobre el estado de literatura y medios de mejorar las universidades y estudios del reyno*. En J. García Melero (comp.). Madrid: Fundación Universitaria Española.
- Rodríguez Domínguez, S. (1979). *Renacimiento universitario salmantino a finales del siglo XVIII: ideología liberal del Dr. Ramón de Salas y Cortés*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Romo Santos, M. C. (1999). Enseñanzas de la Academia de Matemáticas de Madrid (creada por Felipe II). *Revista de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas, Químicas y Naturales de Zaragoza*, 54, 75-82.
- . (2000). Fundación de la Academia de Matemáticas de Madrid por Felipe II. En *Contribuciones matemáticas: Libro homenaje al profesor D. Joaquín Arregui Fernández* (pp. 265-274). Madrid: Editorial Complutense.
- Sarrablo Agualeles, E. (1959). *Catálogo de la Colección Pellicer, Antes Denominada Grandezas de España*. Tomo IV. Madrid: Imprenta y editorial Maestre Norte.
- Segundo tomo de la colección de reales decretos, ordenes, y cédulas de Su Magestad... dirigidas à esta Universidad de Salamanca para su gobierno, que siguen desde el mes de Julio del año pasado de 1770, hasta el mes de Noviembre del presente año de 1771... (1771)*. Salamanca: [s.n.].
- Sempere y Guarinos, J. (1785-1789). *Ensayo de una biblioteca española de los mejores escritores del reinado de Carlos III*. Madrid: Imprenta Real.
- . (1804). *Biblioteca española económico política*. Madrid: En la imprenta de Sancha, III.
- Simón Díaz, J. (1952-1959). *Historia del Colegio Imperial de Madrid*. 2 vols. Madrid: CSIC.
- Simón Rey, D. (1981). *Las facultades de artes y teología de la Universidad de Salamanca en el siglo XVIII*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Tercer tomo de la colección de reales decretos, ordenes, y cédulas de Su Magestad... dirigidas à esta Universidad de Salamanca... desde el mes de Noviembre del año pasado de 1771, hasta el mes de Enero del presente año de 1774... (1774)*. Salamanca: [s.n.].
- Torres Villarroel, D. (1799). *Vida, ascendencia, nacimiento, crianza y aventuras del doctor D. Diego de Torres Villarroel, catedrático de prima de matemáticas en la Universidad de Salamanca, escrita por él mismo*. Madrid: Viuda de Ibarra, en línea <<http://cort.asl-QRSS>>
- Vidal y Díaz, A. (1869). *Memoria histórica de la Universidad de Salamanca*. Salamanca: Imprenta de Oliva y Hermano.

## CAPÍTULO 2

---

### UNA MIRADA A LA CIENCIA ESPAÑOLA DEL SIGLO XVIII: LOS AUTORES ESPAÑOLES DE LIBROS DE MATEMÁTICAS

### A VIEW OF THE SPANISH SCIENCE IN THE 18TH CENTURY: SPANISH AUTHORS OF MATHEMATICS BOOKS

ALEXANDER MAZ-MACHADO, CARMEN LEÓN-MANTERO  
*Universidad de Córdoba*

MARÍA JOSÉ MADRID  
*Universidad Pontificia de Salamanca*

#### RESUMEN

La difusión de las matemáticas a lo largo de la historia ha tenido al libro como uno de sus principales medios para este propósito. El siglo XVIII español supuso una renovación en el panorama científico español; teniendo eso en cuenta, en este capítulo presentamos un breve esbozo del entorno y la producción de libros de matemáticas escritos por autores españoles en el siglo XVIII. Para ello, se han identificado cuáles fueron algunos de los propósitos que motivaron a estos autores de libros de matemáticas a emprender esta labor en una época de no pocas dificultades para ello. Los resultados muestran distintas razones como motivación para escribir sus obras: científicas, laborales, etc.

Palabras clave: *libros de matemáticas, historia de España, siglo XVIII, historia de la educación matemática.*

#### ABSTRACT

The dissemination of mathematics throughout history has had the book as one of the main tools for this purpose. In the 18th century there was a renewal in the Spanish scientific landscape; taking that into account in this chapter we present a brief outline of the environment and the production of mathematics books written by Spanish authors in that

century. In order to do this, we have identified some of the purposes that motivated these authors to write and publish their mathematics books at a time when it was not easy. The results show the different reasons that the authors indicated as motivation to write their books: scientific reasons, due to their works, etc.

Keywords: *mathematics books, Spanish history, 18th century, mathematics education history.*

## INTRODUCCIÓN

EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO es producido y utilizado por los humanos, por tanto podemos considerar que las actividades matemáticas son un elemento integrado en la realidad histórico-social de la vida humana (Kjeldsen, 2012). El desarrollo de las matemáticas y los cambios que han supuesto para la sociedad de cada época hacen que sea importante conocer cómo estas han evolucionado y de qué forma se han transmitido los conocimientos y avances matemáticos a lo largo de la historia.

Son diversos los argumentos que apoyan y justifican la integración de la historia de las matemáticas (HM) tanto en la educación matemática (EM) como en su historia (HEM). Además, también se pretende dar respuesta al cómo hacerlo y al porqué de ello. Así el porqué corresponde a la tarea que el investigador intenta realizar, y el cómo a los enfoques metodológicos que este podría seguir (Tzanakis y Arcavi, 2000) para intentar clarificar las correspondientes aproximaciones metodológicas de una adecuada investigación histórica, de modo que esta pueda considerarse dentro del ámbito de la educación matemática.

Se puede considerar la historia como una herramienta que enfoca el mensaje sobre los problemas internos de las matemáticas, es decir, los problemas dentro de las matemáticas (Jankvist, 2009a). Esto concierne al uso de la historia como un medio de asistencia o una ayuda en el aprendizaje (o enseñanza) de las matemáticas.

Mientras que si la historia se toma como una meta que se enfoca principalmente en cuestiones sobre matemáticas, es decir, cuestiones desde una meta-perspectiva en matemáticas, esta no tiene como propósito principal ser una ayuda, sino que más bien va a ser un objetivo en sí mismo, planteando y sugiriendo respuestas a preguntas sobre la evolución y el desarrollo de las matemáticas (Jankvist, 2009b). Así mismo, desde esta perspectiva, busca respuestas sobre las fuerzas y circunstancias que han impulsado esta evolución, o sobre los aspectos culturales y sociales de las matemáticas y su historia.

En este capítulo asumimos esta última concepción de la HM para la HEM y por ello pretendemos conocer aspectos culturales y sociales externos a las matemáticas pero que tienen presencia en los libros de matemáticas del siglo XVIII publicados en España.

Es un hecho ampliamente aceptado que las matemáticas surgieron para dar respuesta a diferentes problemas y situaciones a los que se enfrentaba una sociedad y que requerían ser cuantificados, medidos, estimados, razonados, etc. (Restivo,

1992; Rico y Maz, 2005), por eso su presencia es altamente reconocida en todas las sociedades civilizadas desde la antigüedad hasta nuestros días. El desarrollo científico y tecnológico de la humanidad no podría ser entendido sin la presencia de las matemáticas y las herramientas que estas brindan.

Si consideramos cómo ha sido el desarrollo histórico de las matemáticas, por lo general se descubre un cierto conjunto de datos matemáticos o relacionados con las matemáticas y una o más personas realizan la importante tarea de sistematizar esta información para sacarla a luz. Como bien señala Fried (2014), la historia de las matemáticas trata de ver cómo el pasado matemático era diferente de las matemáticas de hoy. De esta manera, se trata la matemática como un producto de la cultura que es *dependiente del tiempo*.

En general podemos afirmar que la investigación sobre la historia de las matemáticas y la educación matemática permite conocer y poner de manifiesto situaciones, personas, instituciones, obras, ideas o temáticas del pasado que en un determinado momento supusieron un cambio o un avance para estas disciplinas (Maz-Machado y Rico, 2013).

## MATEMÁTICAS Y LIBROS EN ESPAÑA EN EL SIGLO XVIII

Los conocimientos matemáticos, conocidos o nuevos, se han transmitido de maestros a discípulos o alumnos a través de la tradición oral y de la escrita. En el caso de esta última, la circulación limitada a través de cartas personales o textos manuscritos dio paso a la difusión en gran volumen gracias a la invención de la imprenta por Johannes Gutenberg sobre 1440.

Desde que se publicara la primera obra relacionada con las Matemáticas escrita en España, *Etimologiarum III, de Mathematica* por Isidoro de Sevilla (570-636) que fue objeto de muchas reediciones, han sido muchas las obras matemáticas que han salido a la luz. Además, la instauración de la primera imprenta en España en 1472 en la ciudad de Segovia, dió inicio a una nueva era en la difusión del conocimiento en general y por ende de las matemáticas. Al frente de esta imprenta estuvo el impresor, Juan Párix a iniciativa del Obispo Juan Arias Dávila (De los Reyes, 2005). Al año siguiente, en 1473 se instalan en Zaragoza los impresores alemanes Enrique Botel, Jorge von Holtz y Juna Planck; en 1474 el también alemán Lamberto Palmart se instala en Valencia (Torre, 1991). De esta manera la imprenta empieza a estar presente en las principales ciudades portuarias y comerciales de España.

El cambio de dinastía en el reino español al comienzo del siglo XVIII tuvo implicaciones no solo de tipo político y social, sino que también la ciencia y la cultura se vieron abarcadas dentro de los importantes cambios provocados por las nuevas costumbres importadas desde el extranjero y por los hombres de ciencia que acompañaron a los borbones en su llegada al trono de los reinos de España.

En este siglo los reyes borbones recibieron el influjo de la ilustración europea con su aire crítico y reformista. Así, se impusieron diversas reformas y con ellas

aparecieron nuevas instituciones, sociedades, jardines botánicos, etc. Surgieron asimismo tiendas de libros, nuevas imprentas, publicaciones científicas, se fomentaron las expediciones científicas y se impulsaron las observaciones astronómicas y geográficas (Fernández, 2017).

Estos cambios permitieron el avance en la ciencia española de las ideas renovadoras del movimiento novator surgido en el siglo XVII, especialmente en la periferia peninsular. Así, en la región valenciana se arraigan las ideas de los novatores. Estas no sólo sedujeron a Gregorio Mayans y Siscar, sino también a ciertos matemáticos de renombre como Juan Bautista Corachán o Thomas Vicente Tosca (Rico y Maz, 2005). Esta influencia queda reflejada en su preferencia por publicar sus obras en castellano y no en latín, que era para ellos uno de los sellos de identidad de los escolásticos y eruditos de su época. Como señalaba López-Ocón (2003), el hecho de que los novatores no tuvieran cabida en las pocas instituciones existentes, hizo que se agruparan en torno a tertulias independientes apoyadas por mecenas. De este modo, hallamos encuentros en Valencia, donde participaron Baltasar de Iñigo, Thomas Vicente Tosca, o Juan Bautista Corachán y, en Sevilla, en la casa de Juan Muñoz y Peralta.

A su vez, el aumento de las imprentas en diversas provincias facilitó la edición, publicación y difusión de la ciencia, a través no solo de los autores de las obras, sino de tres colectivos profesionales diferentes, todos ellos importantes en el proceso de difusión de la ciencia:

el mercader de libros que llevaba a cabo actividades de edición porque imprimía por su cuenta y además se dedicaba a la venta de libros; era el nivel más alto. En segundo lugar están los librereros dedicados a la compra-venta exclusiva de libros y, un tercer grupo, lo constituyeron los encuadernadores de pasta o pergamino, en algunos casos dedicados también al comercio de libros. (Arroyo, 2008, p.3)

Arenzana (1987) indica que entre 1700 y 1809 se publicaron 170 obras matemáticas en España, de las cuales 71 se publicaron entre 1760 y 1790. En la figura 1 se muestra el reparto de la publicación de obras durante el siglo y en ella podemos observar un aumento claro de la producción de obras matemáticas durante el reinado de Carlos III y en la primera década del reinado de Carlos IV, quizás por la influencia todavía del período anterior.

Este incremento podría estar motivado por el apoyo hacia las ideas renovadoras del gobierno ilustrado, la modernización del ejército y sus academias, que obligaba a actualizar los conocimientos matemáticos, y la creación de los Colegios Militares de Artillería e Ingeniería o las Academias de Guardiamarinas, entre otras. También es creada, por el Conde de Aranda, la Real Sociedad Matemática Militar de Madrid en 1757, entre cuyos fines estaba la elaboración de un curso de matemáticas para uso de los militares y la traducción al castellano de las obras científicas más importantes.

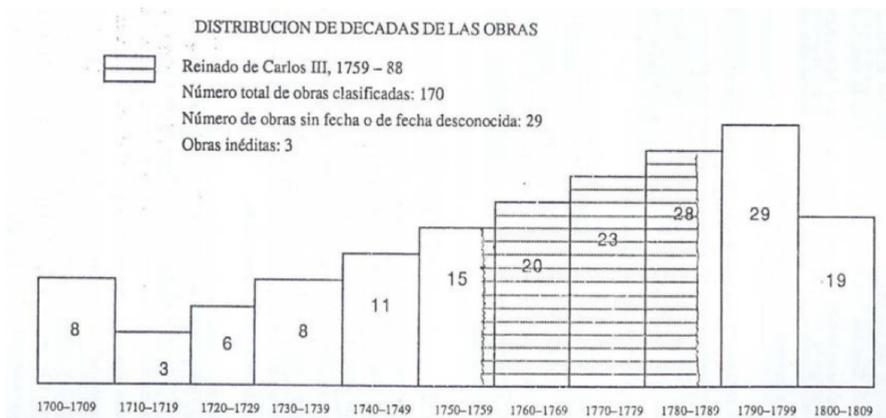


FIGURA 1. Distribución por décadas de las obras matemáticas [extraído de Arenzana (1987, p. 130)].

La agrupación temática que Arenzana (1987) realiza de estas obras revela que el 35,88% corresponden a Astronomía, Cosmografía y Geografía, seguida por las de Aritmética con el 20,58%, si bien aclara, que muchas de las obras incluidas dentro de la categoría de aritmética también incorporan álgebra, por lo que realmente las obras de álgebra suponen un porcentaje mayor. Esto se debe a que el autor realizó una categorización excluyente no permitiendo una doble adscripción temática.

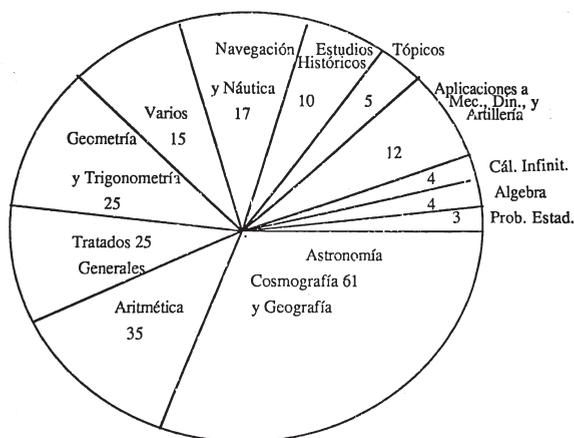


FIGURA 2. Clasificación temática de las obras matemáticas del siglo XVIII [extraído de Arenzana (1987, p. 131)].

En cuanto a la enseñanza, en la primera mitad del siglo XVIII, el estudio de las matemáticas en España se practicaba principalmente en Colegios dirigidos por jesuitas y en las escuelas que el ejército y la marina mantenían para la formación

de sus oficiales (Madrid, Maz-Machado y León-Mantero, 2017). Mientras que es en la segunda mitad de este siglo cuando se fundan nuevas escuelas, se traducen libros modernos y profesores con sólida formación matemática acceden a puestos docentes en las escuelas (De Guzmán y Garma, 1980).

En este estudio queremos centrar nuestra atención en los autores de libros de matemáticas en el siglo XVIII, incluyendo a los autores de libros de aritmética, geometría, algebra, cálculo, agrimensura o astronomía.

## LOS AUTORES MATEMÁTICOS ESPAÑOLES DEL SIGLO XVIII

En el año 1733 el padre Feijóo (1733) escribía en su discurso *Glorias de España del Theatro Critico*, que los textos de matemáticas españoles estaban en su mayoría copiados de autores extranjeros (Figura 2) aunque reconocía la existencia de unos pocos de buena calidad; si bien, aunque a lo largo de este siglo en España se continuaban traduciendo las obras de matemáticos extranjeros, estando entre los favoritos los franceses como Lacroix, Briot, o Bézout, el aumento de los libros de contenido matemático escritos por autores españoles es notable.

Como señala Vera (1935), cuando Feijóo escribió su opinión sobre el estado de la matemática en España ya se habían publicado otras crónicas e historias generales que sí citaban a españoles que habían cultivado con éxito las matemáticas. Por ello, es más que probable que Feijóo se refiriera al estado de las matemáticas en el primer cuarto del siglo XVIII. También Diego de Torres Villarreal dejaba evidencia de la penosa situación de las matemáticas en la Universidad de Salamanca en el año 1726, señalando la carencia de libros en sus bibliotecas, incluso de los más clásicos, como el *Almagesto* de Ptolomeo, lo que da fe de la escasez de obras más modernas y de libros de texto escritos por autores españoles (Figura 4). Tampoco Villarreal trajo la modernidad a la enseñanza de las matemáticas en la universidad salmantina pues, como indica Cuesta Dutari (1974), no fue hasta la llegada de Juan Justo García que contenidos como el análisis infinitesimal se introdujeron en los estudios de esta universidad.

*Phyfica,*  
*y Mathe-*  
*matica.* 17 **A**SSI como es deuda vindicar nuestra Nación en los puntos en que nos agravian los Eſtrangeros, es tambien juſto condeſcender con ellos en lo que tuvierén razon. En eſta conſideracion es preciso confeſſar, que la Phyfica, y Mathematicas ſon caſi Eſtrangeras en Eſpaña. Por lo que mira à la Phyfica, nos hemos contentado con aquello poco, ò mucho, bueno, ò malo, que dexò eſcrito Ariſtoteles. De Mathematicas, aunque han falido algunos eſcritos muſ buenos en Eſpaña de algun tiempo à eſta parte, no puede negarſe, que todo, ò caſi todo es copiado de los Autores Eſtrangeros.

FIGURA 3. Extracto del *Theatro Critico* de Feijóo (1733, p. 469).

Debemos señalar que el padre Feijóo abordó en sus obras una amplia variedad de temas y por tanto de disciplinas a las que criticaba o sobre las cuales ponía en entredicho su aporte a la ciencia española. Todo ello hizo que sus escritos generaran todo tipo de controversias que eran replicadas por autores de diferente índole. Señala Arenzana (1987) que José Antonio Pérez Rojas llega a recoger hasta 142 polémicas suscitadas por la obra de Feijóo.

Pese a estas dos negativas visiones de las matemáticas en España, encontramos evidencias de que en el siglo XVIII sí hubo matemáticos españoles de primera línea con conocimientos actuales para la época, aunque no realizaron aportaciones propias para esta ciencia. Toda esta actividad se ve reflejada en la cantidad de libros de matemáticas que se publicaron con diferentes propósitos, dirigidos a un sinfín de lectores y con autores de diferente condición social y científica.

La expulsión de los jesuitas de los reinos de España por orden de Carlos III en 1767, significó un duro golpe para la ciencia española en general y particularmente para las matemáticas. Sin embargo, este vacío sirvió para que surgieran nuevas figuras vinculadas al régimen castrense o a la vida civil. En 1774 Carlos III ordenó a los profesores universitarios que preparasen sus propios libros de texto con el propósito de acelerar la implantación de la nueva filosofía que incluía matemáticas y las ciencias físico-matemáticas en las universidades del reino, entre otros (Arenzana, 1987). Así, el Consejo de Castilla celebró un concurso para premiar el mejor libro de texto universitario de filosofía que incluyese las ideas de Descartes, Melabranche y Leibnitz. En este certamen resultó premiado el libro *Philosophia ad usum scholae* de Francisco de Villalpando, escrito en latín.

ejercicio de su práctica ó especulativa. Yo no sé si entre los libros que ocupan sus estantes habrá alguno de esta profesión. Lo que juro es que el Autor Principe, que tienen escogido los estatutos de la Universidad para dar los puntos para las lecciones de oposicion, que es el Almagesto de Ptolomeo, no lo tenia ni lo tiene, y fué preciso que yo se lo prestase al Rector y al Secretario para que me picasen el capitulo sobre cuya doctrina habia de leer. En este estado estaba la Universidad de Salamanca y su Librería, quando yo vine á ser su Maestro, que fué el año de 1726, y hoy que estamos á últimos de Junio de 1752 está del mismo modo, huérfana de libros é instrumentos; y muchos de sus Opalandas todavía persuadidos á que tiene algun sabor á encantamiento ó á farándula esta ciencia, y nos miran desde sus Aulas los demas Licenciados como á Estudiantes inú-

FIGURA 4. Extracto de *Obras escogidas* de Torres Villarroel (1800, p. XIX).

El libro de Villalpando no tuvo el éxito que podía esperarse para una obra premiada. A nivel universitario se utilizó en las universidades de Baeza, Cervera, Granada, Sevilla y Zaragoza. Una de las posibles razones de su poca aceptación es que estaba escrito en latín, requería una documentada explicación por parte del profesor y, como afirma Arenzana (1987), no todos poseían la formación suficiente para hacer glosas y comentarios al libro.

Desde la historia de la educación matemática en España se han venido realizando diversos estudios sobre los autores de obras matemáticas del pasado (Gutiérrez-Rubio y Madrid, 2018; León-Mantero, Maz-Machado y Madrid, 2019; Oller-Marcén, 2018; Navarro, 2013; Maz-Machado y Rico, 2009).

Así, en este siglo hemos identificado al menos 44 autores de libros de matemáticas. Solamente hemos considerado a autores españoles y que hubiesen publicado en España, por tal razón se han excluido algunos como José Celestino Mutis, Carlos Le-Maur, Louis Godin, Pedro Giannini o Juan Wendlingen, entre otros. Los autores considerados son:

Agustín de Pedrayes y Foyo	Jorge Juan
Antonio Eximeno	Joseph Biel
Antonio Gabriel Fernández	Juan Justo García
Antonio Gregorio Rosell	Juan García Berruguilla
Benito Bails	Lucas María Romero y Serrano
Juan Claudio Aznar de Polanco	Luis Santiago de Bado
Diego Bueno de Virto	Manuel Hijosa
Diego Narciso Herranz y Quirós	Manuel Poy y Comes
Esteban Carratalá	Manuel Zubiaur y Eizaga
Feliz García de la Fuente	María Andresa Casamayor y de la Coma
Francisco Verdejo	Pedro Manuel Cedillo y Rujaque
Francisco Xavier García	Pedro de Lucuce y Ponce
Gabriel Císcar	Pedro de Ulloa
Gaspar Álvarez	Pedro Padilla y Arcos
Geronimo Cortes	Tadeo Lope y Aguilar
Gerónimo de Capmany	Thomas Cerda
Gonzalo Antonio Serrano	Juan Bautista Corachán
Jayme Conde	Ventura de Ávila
José Casani	Vicente Tofiño
José de Mendoza y Rios	Thomas Vicente Tosca
Juan Bañón	Xavier Ignacio De Echeverría
Juan Bautista Corachán	



Pedro Lucuce



Diego de Torres Villarroel



Thomas Vicente Tosca



Gabriel Císcar

FIGURA 5. Algunos autores matemáticos del siglo XVIII.

Un aspecto a destacar en este listado de autores es la presencia de una única mujer, María Andresa Casamayor y de la Coma, considerada la primera mujer científica española de la que se conservan documentos escritos (Casado, 2006; Bernues y Miana, 2019), y autora de la obra *Tyrocinio arithmetico, instruccion de las quatro*

*reglas llanas*, publicada en 1738 en Zaragoza, firmada bajo un seudónimo masculino, Casandro Mamés de la Marca y Araoia (anagrama de su propio nombre).

Es escasa la información que se tiene acerca del origen de la formación de muchos de estos autores; algunos fueron autodidactas, como es el caso de Gonzalo Antonio Serrano; otros están ligados a los colegios y seminarios, como el caso de Antonio Eximeno, que comenzó su formación en el Real Seminario de Nobles de San Ignacio de Valencia (De Guzmán y Garma, 1980); o a las academias de matemáticas, como el militar Pedro Padilla (Blanco, 2013).

Algunos autores estudiaron en las universidades de la época, por ejemplo Thomas Vicente Tosca se formó en la Universidad de Valencia, donde obtuvo el grado de maestro en artes y doctor en teología (Maz, 2005) o también Juan Justo García, quien estudió en la Universidad de Salamanca, aunque no se fue en esta institución en la que adquirió su formación matemática (Cuesta Dutari, 1974). Otros se formaron en el extranjero como es el caso de Benito Bails quien estudió en la universidad francesa de Toulouse o Thomas Cerdá, que estudio en Marsella donde perfeccionó su formación matemática con Esprit Pezenas (Maz, 2005).

Si bien, en general, todos los autores ejercieron las matemáticas como profesores en instituciones de educación, ya fuera básica o universitaria, o como profesores de alumnos particulares, no todos la tenían como profesión principal. Así muchos de los autores eran religiosos de diversas congregaciones, pero mayoritariamente jesuitas. A modo de ejemplo, entre estos religiosos hallamos a Pedro de Ulloa, Antonio Eximeno, José Casani, Gaspar Alvarez, Vicente Tosca y Manuel Zubiaur y Eizaga.

Otro grupo destacado fueron los militares, entre los que se encuentran militares de marina y de infantería como Antonio Gabriel Fernández, Pedro Manuel Cedillo, Gabriel Ciscar, Jorge Juan, Pedro de Lucuce y Ponce, Tadeo Lope y Aguilar o Vicente Tofiño.

Dentro de los arquitectos encontramos a Juan Claudio Aznar de Polanco, Juan García Berrugilla o Vicente Tosca, quienes escribieron obras de matemáticas y de geometría para uso, entre otros, de constructores de obras civiles y religiosas.

Un llamativo grupo de autores son los que, además de matemáticos, desempeñaban profesiones u oficios relacionados con la caligrafía y el léxico, entre ellos Antonio Eximeno, que también fue musicólogo, Juan Claudio Aznar o José Casani.

Había quienes además se dedicaban a la astronomía, astrología o la cartografía, como Gonzalo Antonio Serrano, José Casani, Juan Bautista Corachán o Juan García Berrugilla.

Como profesores universitarios tenemos a Juan Justo García catedrático de Aritmética, Geometría y Álgebra de la Universidad de Salamanca o Juan Bautista Corachán de la Universidad de Valencia (Maz, 2005).

Destaca que la mayoría de estos autores escribieron más de una obra, pero no en todos los casos, relacionada con las matemáticas. Por ejemplo Antonio Eximeno

escribió una novela *Don Lazarillo Vizcardi* (Eximeno, 1872) o Gonzalo Antonio Serrano, que también fue cirujano y médico, y escribió obras médicas.

## LAS MOTIVACIONES PARA ESCRIBIR UN LIBRO DE MATEMÁTICAS EN EL SIGLO XVIII

Quienes se dedican a la actividad científica son conocedores del trabajo, esfuerzo, tiempo y dedicación que requiere la preparación y publicación de un libro con los actuales medios modernos. Esto puede darnos una idea de lo complicado y arduo que debía ser para un autor matemático del siglo XVIII lograr que su obra saliera a la luz. Esto no ocurría solo por aspectos del contenido científico, que podía entre otras cuestiones aumentar las complicaciones propias del proceso en la imprenta (por ejemplo, por los tipos específicos necesarios para símbolos matemáticos o para las imágenes geométricas), sino que también los obstáculos burocráticos eran amplios y prolongados (aprobación obispal, censura, etc.). Por tal razón creemos de sumo interés conocer cuáles eran las razones que motivaron a los autores de libros de matemáticas a embarcarse en tan ardua tarea.

Los problemas de escritura de libros de matemáticas han sido objeto de reflexión en épocas recientes, así en el año 1973 la American Mathematical Society publicó un libro titulado *How to write mathematics* (Steenrod, Halmos, Schiffer y Dieudonné, 1973) en el que se dan algunos puntos de vista respecto a las dificultades de escribir un libro sobre matemáticas de manera comprensible. Estos autores señalan dos problemas comunes, por una parte, indican que, en ocasiones se escribe pero no se está diciendo nada, poniendo como ejemplo un libro de Carl Theodore Heisel:

Está lleno de palabras correctamente deletreadas juntas en oraciones gramaticales, pero después de tres décadas de leerlo de vez en cuando todavía no puedo leer dos páginas consecutivas y hacer un resumen de un párrafo de lo que dicen; la razón es, creo, que no dicen nada. (Steenrod, Halmos, Schiffer y Dieudonné, 1973, p. 21)

La segunda razón es que hay muchos libros que violan el principio de tener algo que decir al tratar de decir demasiadas cosas, y señalan que algunos de los libros sobre cálculo de los años 70 incurrían en esto, al tratar de abarcar demasiados contenidos.

Más recientemente Audin (1997) ofrece unos consejos a quien pretenda escribir libros de matemáticas. El autor enfatiza que un autor debe tener claro ¿por qué se escribe? y ¿para quién se escribe?

En definitiva la escritura de libros de matemáticas tanto en el pasado como en el presente no es algo sencillo. Pese a ello, son diversas las razones que llevaban a los autores a dedicar parte de su trabajo y, en ocasiones, gran parte de su vida a escribir uno o varios libros de matemáticas. A continuación, presentaremos algunas de es-

tas motivaciones de acuerdo con lo que los propios autores del siglo XVIII expresan en ciertos apartados de sus obras.

En primer lugar, hallamos una serie de autores que muestran su preocupación por el aprendizaje de los conocimientos matemáticos por parte de sus alumnos. Por ello asumen la tarea de escribir su libro con el propósito de facilitar el trabajo en clase de los aprendices o estudiantes. Así, encontramos que Thomas Cerda y Lucas María Romero y Serrano lo ponen de manifiesto de la siguiente forma:

[...] se trabaja unicamente esta Obrita, à fin de evitar la molestia de escribir en la Clase, y poder dar con alguna mayor extension estos Tratados, los mas esenciales, por ser los fundamentos de esta grande Ciencia de las Mathematicas [...] mi principal cuidado, y conato es el imprimir mis Liciones, ya porque habiendo de escribir en la clase, el tiempo mas apreciable, à los Discipulos, que es el que está con sus profesores, se pierde casi todo en un trabajo material, siempre inútil, y tal pernicioso, ya tambien porque la penuria del tiempo obliga à omitir muchas cosas bastantes necesarias, otras darlas tan superficialmente, que no merecen nombre de elementos [...] (Cerda, 1816, p. s/n)

Sería excusado é inútil el empeño de hacer ver la necesidad que tienen los hombres de entender la Aritmética, y las ventajas que les resultan de su buen uso en la vida civil. Los Legisladores, los Filósofos, los Políticos, y hasta los Santos Padres ° afirman esta verdad incontestable. Á pesar de esto la Aritmética ha pasado en el concepto comun por una ciencia reservada á los Matemáticos y á los Comerciantes; pero yo la considero por de primera necesidad en todos los individuos del Estado casi sin excepcion; y por lo mismo soy de sentir que debe enseñarse á todos los niños que concurren á las primeras escuelas, y que esto debe hacerse ordenada y metódicamente, porque he visto que los niños son capaces de formar y percibir los racionios convenientes á cerca de ella, quando llegan á la edad en que se les enseñan las cuentas, y porque he advertido que no las olvidan con facilidad quando se les enseñan con órden, solidez y fundamento. (Romero y Serrano, 1797, Prologo)

Además, Cerda considera una pérdida de tiempo la toma de apuntes por parte de los estudiantes y cree que si tienen a su alcance ya indicadas las demostraciones, leyes y demás aspectos, pueden dedicar ese tiempo a una mejor y amplía explicación por parte del profesor y esto repercutirá en un mejor aprendizaje. No es el único autor que defiende esto, Manuel Poy y Comes (1786, Advertencia) realiza una advertencia final en la que indica:

Tengo noticia que algunos enseñan la Aritmetica y Algebra con este mi Curso; pero sin ponerle en manos de sus Discipulos, de donde nace que no salen perfectamente instruidos, ni alcanzan su erudicion con la claridad y brevedad que anhelan. Encargo pues encarecidamente à mis amados Consocios del Colegio de Primeras Letras de esta Capital, que si alguno de ellos quiere hacer transcendental al Publico la doctrina de mis Tratados, procure que cada Discipulo los tenga à la vista, explicandole metodica y fundamentalmente, y haciendole despues resolver y explicar en cada questão el primer problema que alli se halla resuelto y expli-

cado; y habiendolo entendido con distincion, podrá hacerle resolver por sí solo los demas que considerare conducentes, atendida su capacidad, y la carrera que va à emprender.

A su vez Romero y Serrano, escribe su obra en base a la importancia de la enseñanza de los conocimientos de una forma ordenada y con fundamento.

En ocasiones el interés de los autores es difundir nuevas ideas y conceptos que se están desarrollando fuera del reino y por ello, directamente copian y traducen parte de libros editados en el extranjero:

Enterados mas de lo que quisiéramos de que eran muy estrañas para nuestros hombres las doctrinas que íbamos a publicar, y de lo mucho que importaba que saliese al publico con toda la posible brevedad nuestro trabajo, nos detuvimos poco en dar á las materias, que nos tocaba tratar, un aspecto muy diferente del que tenian en las obras clasicas que nos dedicamos á extractar ó copiar; solo pusimos cuidado en echar mano de las mas celebradas, y enlazar con todo esmero los pedazos que para la formacion de un tratado sacábamos de diferentes. (Bails, 1793, p. XIII).

El primero de quien echamos mano es el de M. Bezout (i), de donde trasladamos quasi todo lo que en el nuestro se leerá hasta la resolucion de las equaciones superiores. Ninguna obra habia llegado hasta entonces á nuestras manos que tratase con tanto método, claridad y maestría asuntos tan abstractos; siendo lo que trae acerca de la aplicacion del Algebra á la Geometría, que tam bien hemos aprovechado, un pedazo tan primoroso, que dudamos se encuentre otro que le iguale, ó por lo menos logre excederle. (Bails, 1779, Prólogo p. II)

En este caso Bails no duda en informar a los lectores que lo que le interesa es difundir los avances en las matemáticas y traduce (copia) a Bézout con el argumento de que es el mejor y no sería capaz de superar lo escrito por el francés. Este argumento es bastante usual en algunas obras.

Algunos autores manifiestan que se han dado cuenta de que no existen libros específicos o que ellos consideren adecuados para algunas personas que desempeñan ciertos oficios o profesiones como arquitectos, carpinteros, comerciantes, etc. Por ello indican que su propósito e interés es brindar una herramienta que les sea útil a estos grupos sociales. Para ilustrar esto, presentamos lo expresado por Manuel Hijosa y Manuel Poy y Comes en sus libros:

Bien quisiera, y sería lo mejor, que los que se dedican á este estudio no se contentasen con sola la práctica; pero conociendo que ésta hace mucha falta á aquellas personas que necesitan de ella en sus oficios, como Carpinteros, Canteros, Albañiles, &c. juzga puede también ser útil á estos dicha Geometría práctica.

Teniendo presente la poca exactitud que ha notado en algunos Agrimensores en la medida que hacen de las posesiones, por ignorar del todo aquella facultad que les da nombre de tales tuvo por conveniente añadir para utilidad de estos, un segundo libro de Geometría práctica sobre el terreno, en el que, los que estén

instruidos en el primero, hallarán un método claro y fácil, no solo para medir y dividir las posesiones, sino también para levantar de ellas planes arreglados: con lo que tomadas las medidas en el terreno, pueden medir á su satisfacción dichas posesiones en su casa sobre el plano que de ellas formen. (Hijosa, 1791, p. 4)

España, que entre sus sabios cuenta profundisimos Matematicos, carece de unos Elementos de Aritmetica Propios para los jovenes que se destinan á la carrera, del Comercio; pues los libros que tenemos de esta clase, ó bien son los tratados por donde empiezan, los cursos matematicos; ó algunos tratados particulares ide Aritmetica. (Poy y Comes, 1786, Advertencia p. 1)

No en pocos casos se encuentra que para ciertos autores es la adulación, la presión o el ruego de amigos, compañeros o discípulos lo que les conmina a emprender la labor de escribir el libro de matemáticas, como expresa Geronimo Cortes:

Pero dexando aparte todos estos sentimientos, y cuydados, que para mi son grandes; digo que las causas á emprender tan ardua empresa me han movido, han sido ruegos de amigos, importunaciones de Discipulos, respesos de mayores, y fuerca de obligaciones, y aun el deseo de servir, y aprovechar a todos. (Cortes, 1724, p. a3)

También Manuel Poy y Comes en su *Llave aritmetica y algebraica* (1790) indica que varias personas le pidieron que enseñase la aritmética y el álgebra aplicándolas a cuestiones mercantiles. O Benito Bails que escribió su obra los *Elementos de matemática*, por encargo de la Academia de San Fernando de cuya sección de matemáticas era director (Hormigón, 1994).

Por último, se encuentran aquellas obras en las que el autor constata la picaresca y mala fe por parte de algunas personas en lo que atañe a las cuentas, y esto fue lo que les motivó a escribir y publicar los libros con el propósito de que las personas no sean objeto de ningún timo o engaño. Así prima un deseo de realizar un aporte práctico de carácter social. Este es el caso de Félix García de la Fuente:

El buen Contador sin saltar circunstancia debe poner las partidas con toda claridad, y breve estilo evitando disgesiones que confunen. En esta Ciudad he conocido un desarreglo total, el qual me ha movido (por si algo se puede evitar de el) à dar este tratado, sin pretender mas que el beneficio publico. (García de la Fuente, 1736, Prologo)

En definitiva, los motivos que llevaron a estos autores a publicar sus obras son variados, desde la publicación por la enseñanza o el aprendizaje de las ciencias a cuestiones laborales.

## CONCLUSIONES

La trasmisión de los conocimientos matemáticos es y ha sido importante a lo largo de los siglos. Durante mucho tiempo el libro de matemáticas ha sido el

elemento básico y fundamental para la difusión de estos saberes y por tanto, sus autores ocupan un lugar destacado en nuestra historia, aunque a veces no sean reconocidos socialmente.

En la España del siglo XVIII diferentes eventos de carácter social, político o económico sirvieron de motor e impulso a la producción de obras de contenido matemático. Así la consolidación de las ideas de los novatores, la expulsión de los jesuitas, las reformas educativas de los borbones y el influjo de la ilustración sirvieron como marco de fondo para la divulgación de las matemáticas a través de cátedras, tertulias y, desde luego, de los libros.

Matemáticos españoles de distinto origen social y profesional emprendieron la ardua tarea de escribir libros de matemáticas. Sus motivaciones fueron variadas, en algunos casos vocacionales, en otras altruistas y, no en pocas ocasiones, con fines comerciales o para demostrar su estatus académico o científico. Con todo ello, su labor fue fundamental para que en España durante el siglo XVIII se dieran a conocer los avances en esta ciencia y para que un mayor número de personas entendieran y tuvieran a su alcance las matemáticas, siéndoles útiles e incluso necesarias en sus empleos y profesiones.

Hombres de grandes y pequeñas ciudades, eruditos y maestros, académicos y autodidactas, civiles y militares, religiosos o laicos, todos ellos españoles con el deseo de que la ciencia y, en particular, las matemáticas fueran de dominio de la sociedad, contribuyeron a ello a través de su obras, en ocasiones majestuosas y grandiosas, en otras simples y básicas, pero siempre con un hilo conductor común, las matemáticas.

*Agradecimientos:* este estudio ha sido financiado por el proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2016-78764-P y Fondos FEDER.

## REFERENCIAS

- Arroyo, A. (2008). Literatura y libros: editoras en el siglo XVIII. *Tonos digital: Revista de estudios filológicos*, 16. Consultado el 20/08/2019 y en <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2778852&orden=177049&info=link>
- Arenzana, V. (1987). *La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. La escuela de matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País* (Tesis doctoral). Universidad de Zaragoza, Zaragoza.
- Audin, M. (1997). *Conseils aux auteurs de textes mathématiques*. Disponible en <http://irmasrv1.u-strasbg.fr/~maudin/publications.html>. Consultado el 10 de junio de 2019.
- Bails, B. (1793). *Elementos de Matemática*. Tomo I. Segunda Edición. Madrid: D. Joaquín Ibarra. Impresor de la cámara de S. M.
- . (1779). *Elementos de Matemática*. Tomo II. Madrid: D. Joaquín Ibarra. Impresor de la cámara de S. M.

- Bernues, J. y Miana, P. J. (2019). Soñando con números, María Andresa Casamayor (1720-1780). *Suma*, 91, 81-86.
- Blanco, M. (2013). The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France. *Science & Education*, 22(4), 769-788.
- Casado, M. J. (2006). *Las damas del laboratorio: Mujeres científicas en la historia*. Barcelona, España: Debate.
- Cerdá, T. (1816). *Liciones de Mathematica, o Elementos Generales de Arithmetica y Algebra*. Tomos I y II. Barcelona: En la imprenta de Agustin Roca.
- Cortes, G. (1724). *Arithmetica practica, muy util parar todo tipo de tratantes y mercaderes...* Zaragoza: Herederos de Diego de Larumbe.
- Cuesta Dutari, N. (1974). *El maestro Juan Justo Garcia I*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- De Guzmán, M. y Garma, S. (1980). El pensamiento matemático de Antonio Eximeno. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 3(5), 3-38.
- De los Reyes, F. (2005). Segovia y los orígenes de la imprenta española. *Revista General de Información y Documentación*, 15(1), 123-148.
- De Torres Villarroel, D. (1800). *Obras escogidas del doctor D. Diego de Torres Villarroel. Tomo primero*. Barcelona: Juan Francisco Piferrer, impresor de S. M.
- Eximeno, A. (1872). *Don Lazarillo Vizcardi* (Tomo 1). Madrid, España: M. Rivadeneyra.
- Fernández, C. (2017). Sistema-mundo y lugar del infierno en la narrativa dieciochesca. *DIECIOCHO*, 40(2), 205-206.
- Feijóo, B. J. (1733). *Theatro Critico Universal o discursos varios en todo genero de materias, para desengaño de errores comunes*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Francisco del Hierro.
- Fried, M. N. (2014). Mathematicians, historians of mathematics, mathematics teachers, and mathematics education researchers: The tense but ineluctable relations of four communities. En M. N. Fried y T. Dreyfus (Eds.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for common ground* (pp. 94-98). Dordrecht: Springer.
- Garcí, J. J. (1782). *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría*. Tomo primero. Salamanca: Imprenta de D. Vicente Blanco.
- García de la Fuente, F. (1736). *Voz Arithmetica practica para todos. Principios geométricos, con reglas para medir los campos, y para formar todo genero de cuentas, con las circunstancias que puedan ocurrir*. Salamanca: En la imprenta de S. Cruz.
- Gutiérrez-Rubio, D., y Madrid, M. J. (2018). *Geometría Selecta Theorica, y práctica del matemático cordobés Gonzalo Antonio Serrano*. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(1), 32-39
- Hijosa, M. (1791). *Compendio de la Geometría práctica, con un breve tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planes arreglados a ellos*. Madrid: En la Imprenta Real.
- Hormigón, M. (1994). *Las matemáticas en el siglo XVIII. Vol. 24*. Madrid: Akal.
- Jankvist, U. T. (2009a). History of modern applied mathematics in mathematics education. *For The Learning of Mathematics*, 29(1), 8-13.
- . (2009b). «Using history as a “goal” in Mathematics Education» (Tesis doctoral). Universidad de Roskilde, Dinamarca.

- Kjeldsen, T. H. (2012). Reflections on and benefits of uses of history in mathematics education exemplified by two types of students work in upper secondary school. En B. Sriraman (Ed.), *Crossroads in the History of Mathematics and Mathematics Education* (pp. 303-356). Charlotte, NC: IAP.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., y Madrid, M. J. (2019). Juan Cortázar (1809-1873): profesor, autor y matemático. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 22(1), 159-169.
- López-Ocón, L. (2003). *Breve historia de la ciencia española*. Madrid: Alianza editorial.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2017). Una caracterización de los autores de manuales de matemáticas en España en el siglo XVIII. En D. Carrillo, E. Sánchez, J. M. Matos, P. L. Moreno y W. Rodríguez (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática. Actas.* (págs. 281-291). Murcia: Universidad de Murcia.
- Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2009). Las Liciones de matemáticas de Thomas Cerda: ciento cincuenta años (1758-2008), *SUMA*, 60, 1-7.
- . (2013). *Tratado elemental de matemáticas*, de José Mariano Vallejo, en el bicentenario de su publicación. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 74, 55-63.
- Navarro, J. (2013). *Don Pedro Giannini o las matemáticas de los artilleros del siglo XVIII*. Segovia: Biblioteca de Ciencia y Artillería.
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 417-426). Gijón: SEIEM.
- Poy y Comes, M. (1786). *Elementos de Aritmetica, y Algebra, para la instruccion de la juventud*. Barcelona: Francisco Suria y Burgada, Impresor del Rey.
- . (1790). *Llave aritmetica y algebraica*. Barcelona: Francisco Suria y Burgada.
- Restivo, S. (1992). *Mathematics in society and history: Sociological Inquiries*. Dordrech: Kluwer Academics Publisher.
- Romero y Serrano, L. M. (1797). *Lecciones de Aritmética, puestas en forma de diálogo*. Madrid: Imprenta de Villalpando.
- Rico, L. y Maz, A. (2005). Matemáticas, libros y matemáticos: un recorrido por su historia y su relación con la enseñanza en España. En D. Rodríguez y A. García, (Eds.), *El libro español de matemáticas* (pp. 11-35). Córdoba: Servicio de publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Steenrod, N. E., Halmos, P. R., Schiffer, M. M. y Dieudonne, J. A. (1973). *How to write mathematics*. United States of America: American Mathematical Society.
- Torre, J. (1991). *El libro, la imprenta y el periodismo en América durante la dominación española*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Tzanakis, C. y Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: analytic survey. En J. Fauvel y J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education: The ICMI study* (págs. 201-240). Dordrecht: Kluwer Academi Publisher.
- Vera, F. (1935). *Los historiadores de la matemática española*. Madrid: Victoriano Suárez.



## CAPÍTULO 3

---

### PARATEXTOS DE LIBROS ESPAÑOLES DE MATEMÁTICAS DEL SIGLO XVIII. EL CASO DE LOS PRÓLOGOS

### PARATEXTS OF 18TH CENTURY SPANISH MATHEMATICS TEXTBOOKS. THE CASE OF PREFACES

JOSÉ MARÍA MUÑOZ-ESCOLANO

*Universidad de Zaragoza*

ANTONIO M. OLLER-MARCÉN

*Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza*

#### RESUMEN

El prólogo de una obra es un caso paradigmático de paratexto, que puede proporcionar información interesante sobre aspectos como las motivaciones del autor, los destinatarios de la obra, el origen de las ideas presentadas, etc. Además, en el caso de obras matemáticas, los prólogos pueden contener información sobre aspectos didácticos y filosóficos. En este trabajo se realiza un análisis de los prólogos de textos matemáticos españoles del siglo XVIII. Por un lado, se realiza un análisis temático empleando como herramientas teóricas las categorías definidas por Genette (1987) y Flores (1998) para identificar y caracterizar tanto los temas «extramatemáticos» como los relacionados con concepciones y creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje presentes en ellos. Además, para algunos de dichos temas, realizamos un análisis de contenido que nos permite identificar rasgos distintivos de autores y obras en función de la formación del autor y de los destinatarios de la obra.

Palabras clave: *Paratexto, prólogo, matemáticas, España, siglo XVIII*

#### ABSTRACT

The preface of a book is a paradigmatic example of paratext, that may provide interesting information about aspects related to the author's motivations, the addressees of the book, the origin of the presented ideas, etc. Moreover, in the case of Mathematics textbooks, prefaces can contain information regarding didactical and philosophical issues.

In this work, we analyze the prefaces of 18th century Spanish Mathematics textbooks. On one hand, we carry out a thematic analysis using the categories defined by Genette (1987) and Flores (1998) to identify and characterize the «extramathematical» themes as well as those related to conceptions and beliefs about Mathematics, its teaching and its learning to be found on them. In addition, for some of these themes, we carry out a content analysis allowing us to identify distinctive features of authors and books according to the background of the autor and the addressees of the book.

Keywords: *Paratext, preface, mathematics, Spain, 18<sup>th</sup> century*

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

LOS PRIMEROS AÑOS DEL SIGLO XVIII en España estuvieron marcados por la Guerra de Sucesión y, tras su final efectivo en 1715, por profundos cambios políticos ocasionados a consecuencia del cambio de la dinastía reinante. El nuevo rey, francés de nacimiento, atrajo al reino a artistas y científicos relacionados con el mundo de la ilustración y concedió becas para estudiar fuera de España. Esta promoción de la actividad científica y técnica se consolidó aún más durante el reinado de Carlos III.

Quizás en parte como consecuencia de esta política, la producción de textos matemáticos en esta época es abundante. Inicialmente, los principales autores están vinculados a los jesuitas o al mundo militar (Navarro Loidi, 2013). Sin embargo, durante la segunda mitad del siglo, aunque se mantiene la producción en los ámbitos anteriores, se produce un aumento en el número de textos dirigidos a ámbitos profesionales especializados (agrimensores, pilotos náuticos, mercaderes, etc.) y a la sociedad civil en general (Garma, 1980; Capel, 1982; Arenzana, 1988).

Esta riqueza de textos matemáticos, tanto en número como en origen de los autores y en destinatarios de las obras, contrasta con la relativa escasez del siglo anterior. Como muestra, cabe señalar que *Arithmetica practica, y speculatiua* (Moya, 1562) de Juan Pérez de Moya se reeditó en múltiples ocasiones durante el siglo XVII (y también en el XVIII) mientras que apenas se conocen tratados que incluyan contenidos algebraicos escritos durante ese siglo. Por otro lado, este aumento culminará en un siglo XIX en el que los libros de texto de matemáticas experimentaron una «popularización sin precedentes» (Gómez, 2011, p. 13).

El análisis de libros dedicados a la enseñanza de las matemáticas tiene gran interés desde el punto de vista de la Educación Matemática (Schubring, 1987). De hecho, existen multitud de estudios que abordan este tipo de análisis (Schubring & Fan, 2018) desde variados puntos de vista y con distintos objetivos (Fan, Zhu & Miao, 2015; Son & Diletti, 2017). En el ámbito de la Historia de la Educación Matemática, López-Esteban (2019, p. 99) señala que:

El análisis de textos antiguos facilita la reconstrucción de los conceptos, ayuda a contextualizarlos y a conocer los diversos acercamientos a lo largo de la historia, permite interrogar sobre la validez de las formas de argumentar vigentes en otras épocas y buscar los fundamentos de las formas actuales.

En la contextualización de los conceptos matemáticos, se hace indispensable aproximarse al texto desde un punto de vista que trascienda lo puramente matemático. En este sentido, trabajos como el de Maz-Machado y Rico (2015) muestran la posibilidad de encontrar en los textos antiguos de matemáticas elementos que proporcionan información sobre aspectos como la originalidad o actualización de la obra, el interés social de las matemáticas, los principios didácticos y filosóficos que guían al autor, etc.

Como se observa, algunos de estos aspectos no están directamente relacionados con las matemáticas y son susceptibles de aparecer en obras de cualquier temática (originalidad y actualización de la obra, por ejemplo) y otros tienen una relación directa con las posibles concepciones personales del autor acerca de la naturaleza de las matemáticas, así como acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las mismas (p. e. los principios didácticos). Dado el carácter subjetivo de muchos de estos conceptos, que contrasta con la pretendida objetividad del conocimiento matemático, es poco usual encontrar elementos de los mismos en el cuerpo del texto. Sin embargo, sí es usual hallar ideas relacionadas con estos temas en los prólogos o advertencias iniciales en los que el autor presenta la obra y se permite hacer comentarios de carácter más «personal».

Con este trabajo queremos realizar una aproximación a los textos matemáticos españoles del siglo XVIII poniendo el foco en las ideas plasmadas por los autores en sus prólogos. Más detalladamente, los objetivos de este trabajo son los siguientes:

- Determinar los temas de carácter «extramatemático» tratados en los prólogos de obras matemáticas españolas del siglo XVIII.
- Identificar los temas relacionados con concepciones y creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje tratados en los prólogos de obras matemáticas españolas del siglo XVIII.
- Detectar posibles diferencias en los temas tratados y en el modo de abordarlos en función de la formación de los autores y de los destinatarios de las obras.

## MARCO TEÓRICO

El término ‘paratexto’ fue introducido por el teórico de la literatura Gérard Genette en su obra *Palimpsestes: La littérature au second degré* (Genette, 1982). Con este término, se refiere a todos aquellos acompañamientos de un texto escrito que hacen que dicho texto «se convierta en un libro». En una obra posterior (Genette, 1987), el autor proporciona un listado bastante exhaustivo de los posibles paratextos que pueden acompañar a una obra (ver Tabla 1).

La existencia de paratextos es inherente a cualquier obra impresa y publicada y su presencia es especialmente importante y relevante en obras de carácter literario. No obstante, es posible encontrar trabajos analizando la presencia de paratextos en obras de contenido científico (Peraya & Nyssen, 1994). En el ámbito de las matemáticas también existen trabajos en esa dirección, como el de Garnica, Go-

mes y Andrade (2012) quienes utilizan los paratextos como uno de sus principales focos de análisis para abordar el estudio detallado del *Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier* de Lacroix; o el de Barbosa (2014) que analiza los paratextos de algunos manuales matemáticos franceses y sus traducciones al portugués para ilustrar el proceso de adaptación necesario a la hora de importar esos libros al contexto de la *Real Academia Militar de Río de Janeiro*. Desde una perspectiva más microscópica, Puig (2006), se centra en el contenido de una nota al pie del *Tratado Elemental de Matemáticas* de José Mariano Vallejo.

TABLA 1. Posibles paratextos de una obra (Genette, 1987).

Peritextos del editor (portada, portadilla, anexos, etc.)	Epigramas
Nombre del autor	Prefacios
Título	Intertítulos
Prière d'insérer	Notas
Dedicatorias (del trabajo y del ejemplar)	Epitextos (públicos o privados)

El caso de los prólogos resulta de especial interés ya que, cuando existen, pueden proporcionarnos información muy diversa sobre múltiples aspectos como las motivaciones e intenciones del autor a la hora de escribir el texto, la génesis o el origen de las ideas que se presentan, el público al que se dirige, etc. De hecho, el estudio de los prólogos proporciona, entre otros elementos, «la posibilidad de ubicar la obra impresa en un marco cultural» (Berger, 2004, p. 31). La tipología de prólogos descrita por Genette según diferentes criterios (momento en que se escribieron, papel del autor o régimen del mismo) aparece recogida en la Tabla 2.

TABLA 2. Tipos de prólogos (Genette, 1987).

Momento	Original	Aparece en la primera edición de la obra.
	Ulterior	Aparece en una edición posterior a la primera.
	Tardío	Aparece en una edición tardía, posiblemente póstuma.
Papel del autor	Autoral	Escrito por el autor.
	Actoral	Escrito por un personaje de la obra.
	Alógrafo	Escrito por una tercer persona ajena.
Régimen del autor	Auténtico	Escrito por una persona real.
	Ficticio	Escrito por un personaje de ficción.
	Apócrifo	Atribuido falsamente a una persona real.

Aumentando el nivel de concreción, resulta relevante prestar atención a aquellos prólogos de tipo original-autoral-auténtico. Es decir, los prólogos aparecidos en la primera edición de la obra y escritos por el propio autor, que es evidentemente una persona real. Genette señala que los prólogos de este tipo tienen como función fundamental asegurar que el texto se lee correctamente. En particular, estos prólogos proporcionan información sobre aspectos relacionados con por qué leer el libro y con cómo debe leerse. Para cada una de estas dos cuestiones, Genette identifica una serie de temas que pueden aparecer en los prólogos. La Tabla 3 recoge y describe brevemente dichos temas.

TABLA 3. Temas relacionados con las funciones de los prólogos (Genette, 1987).

Temas relacionados con por qué leer el libro	Importancia	Comentarios sobre la importancia o la utilidad de leer el libro.
	Novedad o tradición	Comentarios sobre la originalidad del texto o su adhesión a tradiciones anteriores.
	Unidad	Comentarios para justificar que una colección forma un todo coherente.
	Veracidad	Comentarios para convencer al lector sobre la fiabilidad, la sinceridad o la buena fe al escribir el texto.
	Pararrayos	Comentarios que tratan de frenar críticas.
Temas relacionados con cómo leer el libro	Génesis	Comentarios sobre el origen del trabajo.
	Elección del público	Comentarios sobre el tipo de lector al que se dirige
	Comentarios al título	Comentarios aclarando y completando del título de la obra
	Contratos de ficción	Para obras de ficción, comentarios aclarando el carácter ficticio de la obra.
	Orden de lectura	En obras didácticas, comentarios complementando o aclarando el índice.
	Información contextual	Comentarios ubicando el libro en un plan mayor o anunciando futuras obras.
	Declaraciones de intención	Comentarios sobre la intención o los motivos del autor al escribir el texto.
Definiciones de género	Comentarios clasificando o caracterizando la obra.	

En el caso de los prólogos de textos matemáticos, Vitrac (2008) aborda de forma detallada su análisis en textos de la Grecia clásica. Schmelzer (2016) aborda un estudio en el que se analizan de forma pormenorizada los prólogos de 24 obras matemáticas españolas del siglo XVI a nivel argumentativo, estructural y estilístico. Por su parte, Christiansen (2017) pone de manifiesto la información contextual y sobre aspectos didácticos que puede encontrarse en los prefacios analizando el caso de un texto noruego sobre Aritmética del primer tercio del XIX. El prólogo de un texto matemático también puede proporcionar interesante información respecto a las concepciones y creencias del autor respecto a las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

La definición de los términos ‘concepción’ y ‘creencia’ es problemática y existen definiciones en la literatura que no siempre son coincidentes. Por ejemplo, Gil Cuadra y Rico Romero (2003, p. 28) consideran que las creencias son «verdades personales indiscutibles [...] derivadas de la experiencia o la fantasía [...] que se manifiestan a través de declaraciones verbales» mientras que las concepciones son «organizadores implícitos de conceptos, con naturaleza esencialmente cognitiva y que condicionan la forma en que afrontamos las tareas». Moreno y Azcárate (2003, p. 267) coinciden con los autores anteriores en el caso de las concepciones pero consideran que las creencias son «conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales».

En cualquier caso, y dejando al margen el problema de la definición rigurosa de estos conceptos, la importancia y el interés de los mismos en el ámbito de la Educación Matemática queda de manifiesto por la existencia de multitud de trabajos que abordan el estudio de las concepciones y creencias de los distintos actores del proceso de enseñanza y aprendizaje en relación a las matemáticas, a su enseñanza y su aprendizaje (Thompson, 1992; Pajares, 1992; Ponte, 1994; Carrillo & Contreras, 1995; Leder, Pehkonen & Törner, 2002).

Aquí seguiremos el enfoque de Flores (1998) que se basa en Ernest (1991). Flores, Batanero y Godino (2000) consideran cinco planos para clasificar las concepciones y creencias: epistemológico, cognitivo-epistemológico, didáctico, cognitivo-didáctico y didáctico-epistemológico. Además, estos autores consideran otra variable que describe las interacciones entre el sujeto y el conocimiento: gnoseológica, ontológica y validativa (Tabla 4).

Existen trabajos previos que analizan prólogos de obras matemáticas combinando el marco conceptual de Genette con el estudio de las concepciones y creencias de los autores. Así, por ejemplo, Muñoz-Escolano y Oller-Marcén (2020) estudian en detalle los prólogos de las obras matemáticas en español de los algebristas del siglo XVI (Juan Pérez de Moya, Marco Aurel, Pedro Núñez y Antic Rocha) determinando los temas tratados y rastreando la posible información presente acerca de la visión de los autores respecto de las matemáticas. En un ámbito cronológicamente más cercano al de este trabajo, Oller-Marcén y Muñoz-Escolano (2019)

abordan un estudio de caso centrado en el *Compendio Mathematico* de Thomas Vicente Tosca.

TABLA 4. Planos y etapas en las concepciones y creencias sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje (Flores, 1995; Flores, Batanero & Godino, 2000)

Planos de reflexiones sobre concepciones y creencias	Epistemológico	Reflexiones desde la perspectiva epistemológica sobre la relación entre el autor, los campos de problemas, y la comunidad científica que asume y acuerda que los problemas son interesantes y que el conocimiento propuesto que los resuelve es un conocimiento matemático sabio.
	Cognitivo-epistemológico	Reflexiones desde la perspectiva cognitiva sobre las operaciones internas que ocurren en una persona para incrementar su conocimiento personal acerca un conocimiento matemático.
	Cognitivo-didáctico	Reflexiones desde la perspectiva cognitiva sobre las operaciones internas que ocurren en un aprendiz para incrementar su conocimiento personal acerca de un conocimiento matemático escolar.
	Didáctico	Reflexiones sobre la enseñanza de las matemáticas y las relaciones entre el conocimiento matemático escolar, los sujetos que intervienen en los procesos de enseñanza y la comunidad escolar.
	Didáctico-epistemológico	Reflexiones, desde un punto de vista epistemológico, de los conocimientos propios de la didáctica de las matemáticas con vistas a generar conocimiento científico sobre la educación matemática.
Etapas en la interacción del sujeto y el conocimiento	Gnoseológica	Reflexiones sobre la forma en que los sujetos interactúan con el conocimiento.
	Ontológica	Reflexiones sobre la caracterización del conocimiento.
	Validativa	Reflexiones sobre la forma en que se valida el conocimiento.

## MÉTODO

En este estudio abordamos una investigación de carácter documental (McCulloch, 2004) centrada en el contenido de los documentos analizados (Prior, 2016). El trabajo se ha desarrollado según las fases del método de investigación histórico (Ruíz Berrio, 1976): heurística, crítica y hermenéutica. Este método está

ampliamente extendido y ha sido utilizado con éxito en el ámbito de la educación matemática (Conejo, 2015). La fase heurística consiste en la búsqueda, selección y clasificación de los documentos relevantes; en la fase crítica se determina la autenticidad de los citados documentos (crítica externa) y se analizan los mismos (crítica interna) y, por último, la fase hermenéutica involucra la interpretación de los resultados obtenidos en la fase anterior. A continuación, vamos a detallar cada una de las fases anteriores.

## FASE HEURÍSTICA

Para seleccionar la muestra de textos analizados, se han tenido en cuenta dos factores fundamentalmente: el autor y los destinatarios del texto. De las diversas variables que podrían utilizarse para clasificar a los autores (Madrid, Maz-Machado & León-Mantero, 2018) se ha optado por considerar el origen de su formación. Esta información puede extraerse de estudios bio-bibliográficos (cuando existen) o de la propia obra del autor si bien, en ocasiones, puede resultar imposible de obtener. El público objetivo al que se dirige el texto (si lo hay) puede identificarse en los títulos, advertencias y prólogos de las obras.

Considerando las instituciones más importantes de la época relacionadas con las Matemáticas, y a partir de una búsqueda bibliográfica exhaustiva utilizando los catálogos existentes (Aguilar, 1981), se obtuvieron las siguientes categorías para las variables consideradas:

- Formación inicial del autor: Jesuitas, universidad, militar, maestro y desconocido/otro.
- Destinatarios del texto: No declarado, juventud o niños, profesionales y principiantes en general, agrimensores, academias, seminarios o escuelas de carácter público o privado y militares.

Del cruce de estas dos variables surgen pues 30 posibilidades. Sin embargo, cabe esperar que algunas de estas posibilidades no sean cubiertas por no existir obras con dichas características. Así, Faus Prieto (1995, p. 433) informa de que «casi ninguno de estos manuales escritos específicamente para los agrimensores se debió a uno de ellos» y, de hecho, señala que los autores principales de manuales de agrimensura tenían origen militar o provenían de otros ámbitos (maestros de obra, por ejemplo). En cuanto a la formación dentro del ámbito militar, salvo el caso excepcional de Cerdà, junto con Antonio Eximeno los dos únicos jesuitas que se aproximaron a la enseñanza militar (Navarro Loidi, 2013, p. 83), la mayoría de los textos de matemáticas utilizados en las academias militares o las escuelas navales estaban escritos por militares o marinos, especificando claramente en el título o subtítulo de sus obras este fin. A este respecto, por ejemplo, la *Ordenanza e instrucción para la enseñanza de las Mathematicas en la Real y Militar academia de Barcelona* de 1739 dice (art. IX): «deberá el Director General elegir los tratados más útiles de las Matemáticas [...] escribiendo las materias que se han de dictar,

como doctrina suya». Los casos de autores con formación militar que escriben para otros destinatarios son escasos y algunos se explican porque en algunas academias militares se admitían alumnos no militares que desarrollaban posteriormente su labor fuera del ámbito militar. Por ejemplo, en el caso de Barcelona, la *Ordenanza* (art. V-VI) indica que 4 de los 40 alumnos que ingresen anualmente podrán ser «caballeros particulares que se impongan en esta tan importante ciencia». En otros casos, instituciones civiles contrataban militares para hacerse cargo de la docencia de sus escuelas o se les encargaba la redacción de manuales por su condición de expertos reconocidos y acreditados en la materia (Hormigón, 1980).

Finalmente, lograron cubrirse 22 de las 30 posibilidades existentes (ver Tabla 5). Desde el punto de vista de los autores considerados, se ha tratado de abarcar el mayor número posible siguiendo un muestreo de máxima variación (Patton, 2014, p. 405). Esto implica que se incluyen tanto figuras muy conocidas y de gran importancia histórica (Tosca o Bails, por ejemplo) como otros autores prácticamente desconocidos de los que, en ocasiones, no se conoce más obra que la aquí incluida (Zubiaur o Echeverría, por ejemplo). Aunque muchos de los autores considerados están relacionados con más de uno de los colectivos o instituciones considerados, se ha mantenido el criterio de clasificación de acuerdo a su formación. Por ejemplo, Ventura de Ávila se formó en un contexto militar, fue agrimensor y enseñó matemáticas en la escuela de la *Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País* (Oller-Marcén, 2018). Por otro lado, en ocasiones un mismo autor escribió obras para destinatarios muy diferentes. Benito Bails, por ejemplo, escribió unos *Elementos de Matemáticas* en 11 tomos y también una *Arismetica para negociantes*. Ante estas situaciones, el criterio seguido ha sido nuevamente el de máxima variación, tratando de completar el mayor número posible de casillas puesto que como señala Karp (2014, p. 18):

El historiador de la educación matemática en general debe, en la medida de lo posible, esforzarse por lograr una especie de competencia entre las distintas partes; siempre se debe tratar de encontrar fuentes que representen diferentes enfoques y que presenten la educación matemática de diferentes maneras.

Cabe señalar que 10 de los 21 autores incluidos aquí se hallan entre los 23 estudiados por Madrid, Maz-Machado y León-Mantero (2018). En el Anexo, se presenta el listado completo de los autores y textos analizados.

Desde el punto de vista de su distribución temporal, la muestra cubre la totalidad del siglo XVIII y está prácticamente equilibrada en cuanto a su tamaño (ver Figura 1) respecto a 1767 (año de expulsión de los jesuitas). Hay más textos correspondientes a la segunda mitad del siglo, puesto que (Garma, 1980, p. 61):

A partir de mediados del siglo XVIII, podemos considerar que se ha iniciado claramente la carrera y el esfuerzo por alcanzar el nivel científico, adquirido por países como Francia o Inglaterra, por parte de los sectores ilustrados de la clase gobernante en España.

TABLA 5. Autores analizados según las variables consideradas

		Público objetivo al que va dirigido el texto					
		No declarado	Juventud, niños	Profesionales y principiantes en general	Agrimensores	Academias, seminarios o escuelas	Militares
<b>Formación inicial del autor</b>	Jesuitas	Ulloa	Biel	Wendlingen	n/a	Álvarez	Cerdà
	Universidad	Tosca	Rosell	Corachán	n/a	Bails	Císcar
	Militar	n/a	n/a	Ávila	Verdejo	Conde	Capmany & Bails
	Maestro	n/a	Romero y Serrano	Herranz	n/a	Carratalá	n/a
	Desconocido/ otros	García, J.J.	Zubiaur	García, F.J.	Echeverría	n/a	n/a

Además, como ya hemos mencionado, debe tenerse en cuenta que en la segunda mitad del siglo y, sobre en el último tercio, se fundan numerosas instituciones al margen del ámbito militar o religioso, que fomentaron con total seguridad la aparición de textos dedicados a la enseñanza de las matemáticas. Así, en 1752 se funda oficialmente la *Real Academia de las Tres Nobles Artes de San Fernando* (Ceán Bermúdez, 1800); en 1767 se abre el *Real Seminario de Bergara*, asociado a la *Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País* (Recarte Barriola, 1992); en 1780 se funda la Escuela de Matemáticas de la *Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País* (Arenzana, 1988); en 1781 se crea el *Colegio Académico del Noble Arte de Primeras Letras* (González Pérez, 1994), etc.

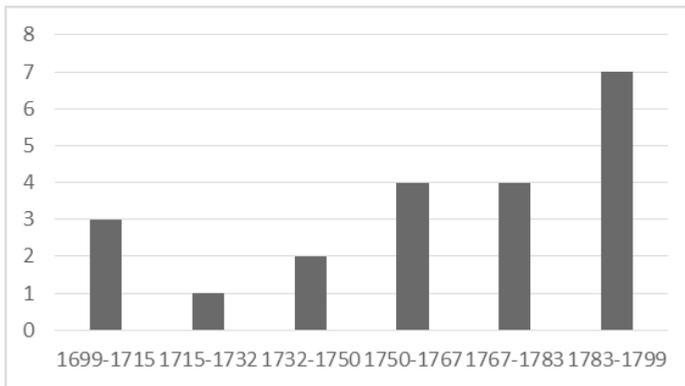


FIGURA 1. Distribución temporal de los textos analizados

#### FASES CRÍTICA Y HERMENÉUTICA

Desde el punto de vista de la crítica interna, los criterios de autenticidad, credibilidad y significado señalados por Scott (1990) para investigaciones de tipo documental se satisfacen gracias a que se han consultado versiones digitalizadas de las fuentes originales disponibles en repositorios públicos. Por otro lado, el cuarto criterio señalado por este autor (representatividad) se consigue en buena medida a

consecuencia del trabajo realizado en la fase anterior en relación con la selección de la muestra de obras analizadas.

El análisis realizado (crítica externa) se ha centrado en los prólogos de las obras. En concreto, se ha llevado a cabo un análisis temático (Braun & Clark, 2006). Según los objetivos de investigación, esta fase del estudio se ha centrado en dos dimensiones fundamentalmente. En primer lugar, se han utilizado deductivamente las categorías de Genette (1987), adaptadas y refinadas teniendo en cuenta trabajos previos de similares características (Muñoz-Escolano & Oller-Marcén, 2018; Oller-Marcén & Muñoz-Escolano, 2019), para identificar los temas «extramatemáticos» abordados en los prólogos. En la Tabla 6, se presentan las categorías utilizadas para este análisis.

TABLA 6. Categorías para el análisis de aspectos «extramatemáticos» (Genette, 1987)

Por qué leer el libro	Importancia (Imp.), utilidad (Util.), novedad o tradición (NoT), unidad (Unid.), veracidad (Ver.), pararra- yos (Par.)
Cómo leer el libro	Génesis (Gen.), elección del público (Pub.), estructura del texto y orden de lectura (Txt.), información contextual (I.C.), declaraciones de intención (Decl.), indicaciones didácticas (I.D.)

En segundo lugar, también con un enfoque deductivo, se ha aplicado una adaptación del marco conceptual de Flores (1998) para el estudio de las concepciones y creencias relacionadas tanto con las matemáticas como con su enseñanza y aprendizaje. La Tabla 7 recoge las categorías utilizadas y su descripción.

Para llevar a cabo la transcripción y codificación de los documentos analizados se ha hecho uso en esta fase del software de análisis de contenido QDA Miner 5 Lite. La unidad de análisis seleccionada fue el párrafo y para mejorar la fiabilidad del proceso se llevó a cabo un proceso de triangulación en el que ambos investigadores actuaron sobre los mismos datos (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).

Tabla 7. Categorías para el análisis temático asociado a las concepciones y creencias (Flores, 1998)

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano matemático	¿Qué son las matemáticas?	¿Cómo se hacen o descubren las matemáticas?	¿Cómo se sanciona el conocimiento matemático?

Tabla 7. Categorías para el análisis temático asociado a las concepciones y creencias (Flores, 1998) (cont.)

	Ontología	Gnoseología	Validación/Validez
Plano docente	¿En qué consiste enseñar matemáticas?	¿Cómo se enseñan las matemáticas?	¿Cómo se valida la enseñanza de las matemáticas?
Plano discente	¿En qué consiste aprender matemáticas?	¿Cómo se aprenden las matemáticas?	¿Cómo se valida el aprendizaje de las matemáticas?

Finalmente, en la fase hermenéutica se aborda un análisis del contenido (Krippendorf, 2014) de carácter interpretativo basado en la información de carácter descriptivo obtenida en la fase anterior. En este caso la unidad de análisis es el prólogo en su totalidad, puesto que lo que se pretende es alcanzar, para un tema determinado, una comprensión de las ideas del autor sobre dicho tema. Este análisis más profundo es el que nos permitirá llevar a cabo posibles comparaciones y buscar diferencias y similitudes entre los distintos autores (según su origen) y obras (según sus destinatarios) que vayan más allá del mero recuento de los temas tratados. Por otro lado, teniendo en cuenta que nuestro trabajo se enmarca dentro de la Historia de la Educación Matemática, esta fase hermenéutica prestará especial atención a temas directamente relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En particular, nos centraremos en analizar detalladamente el contenido de las indicaciones didácticas proporcionadas por los autores, así como de aquellos comentarios vinculados a concepciones y creencias relativas a los planos docente y discente.

## RESULTADOS DEL ANÁLISIS TEMÁTICO

En este primer acercamiento a los datos realizamos un análisis orientado a la identificación de los temas abordados por los autores en los prólogos de las obras consideradas. Este análisis tiene un carácter descriptivo que se complementará con el análisis de contenido posterior.

### ANÁLISIS TEMÁTICO DE LOS CONTENIDOS «EXTRAMATEMÁTICOS»

Comenzamos presentando los resultados relacionados la identificación de temas «extramatemáticos» según las categorías de Genette (ver Tabla 6). En la Tabla 8 se detalla la presencia y ausencia en los prólogos analizados de cada uno de los temas considerados.

En primer lugar, destaca la mayoritaria presencia en los prólogos de comentarios donde los autores muestran sus intenciones o motivos que le llevan a escribir

el texto (Declaración de intenciones). Ejemplos de comentarios de esta categoría se encuentran en el prólogo de J.J. García (1782, p. i):

Luego que el deseo de desempeñar debidamente la asignatura de mi Cátedra, me puso en la precision de instruir con exâctitud á mis discipulos en los elementos de Aritmética, Algebra y Geometría, determiné formar un compendio de estas tres Ciencias, capaz en quanto fuese posible, de llenar útilmente obligacion tan penosa y difícil, en el cortísimo espacio de ocho meses, que dura cada año la enseñanza

O cuando el mismo autor señala que «compuse esta obra, que he juzgado conveniente dar á la prensa, no solo para ahorrar á mis oyentes la enojosa tarea de transcribirla, sino para hacer trascendental fuera de este General Estudio la notoria utilidad que ha resultado de su uso» (García, 1782, p. i).

TABLA 8. Presencia de temas en los prólogos analizados

	Imp.	Util.	NoT	Unid.	Ver.	Para.	Gen.	Pub.	Txt.	I.C.	Decl.	I.D.
Corachán (1699)			x			x		x	x	x		
Ulloa (1706)									x			
Tosca (1707)			x						x	x		
Zubiaur (1718)			x					x			x	
García, F.J. (1733)			x			x					x	x
Álvarez (1739)	x		x			x	x	x	x		x	
Wedlingen (1753-56)			x	x		x		x	x		x	
Echevarría (1758)	x	x	x			x	x	x			x	
Biel (1762)	x	x	x			x		x	x		x	
Cerdá (1764)			x						x			
Capmany & Bails (1772)		x					x	x			x	
Bails (1776)	x		x	x		x	x	x	x	x	x	
Conde (1781)		x						x			x	
García, J.J. (1782)	x		x		x		x				x	
Rosell (1784)								x	x		x	x
Ávila (1786)	x	x		x				x	x	x	x	x
Herranz (1790)		x	x		x		x		x		x	x
Verdejo (1796)		x	x				x	x	x		x	
Ciscar (1796)		x							x			x
Romero y Serrano (1797)		x	x					x		x	x	x
Carratalá (1799)		x					x	x		x	x	

Por otro lado, exceptuando (como es lógico) el caso de las obras y compendios generales sin público objetivo, la mayoría de los autores mencionan en el prólogo el tipo de público al que se dirige la obra. En muchas ocasiones, esta información viene asociada a la declaración de intenciones de la obra. Un ejemplo de esto lo encontramos en Biel (1762): «Y aunque mi principal mira en esta Obra, por razon de mi empleo, ha sido el atender a la instruccion de los Niños, y principiantes, pero es tambien igualmente instructiva para los Mercaderes, Comerciantes, y otros...». En este sentido, es también interesante señalar la ausencia de comentarios sobre

este tema en los textos de Cerdá y Císcar para militares. Esto puede obedecer a lo específico de su finalidad o a que en el título de las obras ya viene indicada explícitamente esta información.

Un tema que también está presente en los prólogos es el relacionado con aquellos comentarios que identifican autores anteriores en los que se basa alguna parte de la obra o que señalan aspectos en los que el contenido es original (Novedad o tradición). Encontramos abundantes ejemplos de este tipo de comentarios en los tomos de los *Elementos* del Padre Wendlingen, con abundantes referencias bibliográficas a los autores en los que se apoya su trabajo y, en especial, al filósofo y matemático alemán Christian Wolff. En el otro extremo, Verdejo y Echeverría, autores de textos para agrimensores, comentan la novedad que suponen sus trabajos llegando a descalificar las obras de autores anteriores o a señalar que son inapropiadas para su público.

Los autores también hacen referencia explícita a la importancia y utilidad que posee su obra en casi todos los prólogos publicados a partir de mediados de siglo. En el caso de los prólogos analizados correspondientes a obras de la primera mitad de siglo, aunque no haya menciones explícitas a la importancia y utilidad de estas obras, sí que es muy común que se haga de manera implícita, mediante abundantes comentarios sobre la importancia y la utilidad de la disciplina o materia que desarrolla la obra.

En cuanto a la ausencia de comentarios relacionados con el tema de la Unidad, cabe señalar que únicamente se ha detectado su presencia en aquellas obras que se publicaron en varios tomos, y donde cada uno de ellos posee un prólogo que ha sido analizado (obras de Wendlingen, Bails y Ávila). En cuanto a la ausencia de comentarios referidos al tema de la Veracidad, sólo hemos recogido en esta categoría aquellos comentarios presentes en los prólogos de Herranz y J.J. García que hacían comentarios sobre la fiabilidad de su obra por haber sido evaluada por parte de otros expertos. Por ejemplo, Herranz (1790) afirma que: «Llevado al fin este mi trabajo, lo comuniqué á diferentes individuos del comercio capaces y desapasionados; y habiéndome todos significado su mucha utilidad».

Las indicaciones didácticas están presentes en 6 de los 21 prólogos estudiados. El ejemplo más temprano de este tipo de comentarios lo encontramos en el prólogo de Francisco Javier García, maestro de primeras letras de Zaragoza, que da la siguiente indicación al lector sobre cómo debe usar el libro:

Y el methodo que se ha de tener, es plantar la misma regla que se hallare puesta en el Libro, y seguir sus preceptos, y despues de salir con ella, plantar otra de su especie con distintas cifras, que de este modo se lograrà lo que se desea. (García, 1733)

Otro ejemplo reseñable de estas Indicaciones didácticas lo encontramos en el texto de Romero y Serrano (1797) cuando concluye el prólogo con «el método que se ha de observar en la enseñanza de esta obrita» (p. xx). Así, Romero y Serrano (1797) enumera las cuatro reglas de su método:

I. No se ha de alterar el orden de los tratados instruyendo á los niños en alguno ántes de saber lo que les preceden, por fundarse la doctrina de unos en otros.

II. Se ha de enseñar lección por lección, deteniéndolos en cada una, hasta que hayan formado ideas exâctas de lo que contiene, y advertido la dependencia que tiene con lo que antecede.

III. Para esto importa mucho que tengan presente lo que vayan estudiando, y los medios mas seguros para conseguirlo son el ejercicio de la memoria, y la continua práctica de las operaciones.

IV. Quando se haga alguna explicación, y ocurra alguna cita, no se ha de decir según tal ó tal párrafo, nombrando el número, sino que se ha de expresar la proposición que corresponda.

Cabe destacar que, exceptuando el de F. J. García, todos los textos en que también se incluyen indicaciones didácticas (Rosell, Ávila, Herranz, Císcar y Romero y Serrano) son textos publicados en el último cuarto de siglo del XVIII.

#### ANÁLISIS TEMÁTICO DE LAS CONCEPCIONES Y CREENCIAS

A continuación se recogen los resultados obtenidos en esta fase crítica referidos a las concepciones y creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje.

TABLA 9. Presencia de concepciones y creencias en los prólogos analizados

	Plano matemático			Plano docente			Plano discente		
	Ont.	Gno.	Val.	Ont.	Gno.	Val.	Ont.	Gno.	Val.
Corachán (1699)	x		x		x				
Ulloa (1706)	x	x							
Tosca (1707)	x	x	x		x			x	
Zubiaur (1718)	x				x				
García, F.J. (1733)	x		x					x	
Álvarez (1739)	x				x			x	
Wendlingen (1953-56)	x		x		x				
Echevarría (1758)	x				x			x	
Biel (1762)	x				x				
Cerdá (1764)									
Capmany & Bails (1772)	x					x			x
Bails (1776)	x		x		x			x	

TABLA 9. Presencia de concepciones y creencias en los prólogos analizados (cont.)

	Plano matemático			Plano docente			Plano discente		
	Ont.	Gno.	Val.	Ont.	Gno.	Val.	Ont.	Gno.	Val.
Conde (1781)	x							x	
García, J.J. (1782)			x			x			
Rosell (1784)	x				x			x	x
Ávila (1786)	x				x	x		x	
Herranz (1790)	x						x	x	
Verdejo (1796)	x								
Ciscar (1796)	x				x				
Romero y Serrano (1797)	x				x		x		
Carratalá (1799)	x								x

En cuanto a las concepciones y creencias en el plano matemático, se aprecia que en casi todos los textos hay presentes concepciones y creencias de carácter ontológico. Por ejemplo, Wendlingen (1753, A1r.) define la matemática y su importancia del siguiente modo:

La Mathematica, fin duda, es Ciencia grande. Todos los inteligentes la aman, estiman, y engrandecen. Los no inteligentes miran con pasmo, y admiracion sus efectos. Es la Mathematica la Ciencia con derecho al señorío sobre todas las demàs, por ser la mas preciosa de todas, y sin la qual pocas Ciencias se alcanzan con perfeccion [...]

Este tipo de comentarios solo está ausente en las obras de J. J. García y Cerdá. En el caso de García, esta ausencia puede ser achacada a que en el primer capítulo de la obra se aborda el origen de la matemática. Por otro lado, aunque el texto de Cerdá tiene un considerable contenido matemático, está principalmente dedicado a la balística. En su prólogo no aparece una mención explícita a las matemáticas, sino que se diserta sobre cómo afectan a la balística algunos aspectos relativos a la física, como la ley de gravitación o la resistencia del aire.

Dentro del mismo plano matemático, las concepciones y creencias referidas a la gnoseología (cómo se hacen o se descubren las matemáticas) están presentes únicamente en los prólogos de compendios y tratados generales sin un público objetivo. Ulloa (1706, pp. 2-3) describe los tipos de demostración existentes en matemáticas:

Dividese la Demostracion en afirmativa, y negativa. Afirmativa, quando por Propositiones evidentes, y dependientes las vnas de las otras, se convence de lo que se pretende demostrar. Negativa, quando se convence, ser vna cosa assi, por

el absurdo, que se siguiere, si fuera de otra suerte: y esta moda de demostrar se llama, Demostracion al imposible, ò por absurdo. En ninguna observan de ordinario los Mathematicos expressamente la Forma Syllogistica Philosophica.

Finalmente, los comentarios relativos a la validez de las matemáticas tienen algo más de presencia que los gnoseológicos, aunque solo están presentes en seis de los 21 prólogos estudiados. Por ejemplo, Tosca basa la validez de las matemáticas en un origen divino: «...infundiò Dios à nuestro primer padre Adan la noticia de las Mathematicas...» (Tosca, 1707, p. 5) apoyada, no obstante, «...en la energia de sus pruebas, en la claridad de sus demostraciones, y continuado hilo de sus consecuencias» (Tosca, 1707, p. 1).

Referido a los planos docente y discente, se recogen principalmente concepciones y creencias de naturaleza gnoseológica. Sin embargo, a diferencia del plano matemático, son muy escasas las concepciones y creencias de carácter ontológico en los textos analizados; completamente ausentes en el plano docente y solamente presentes en los prólogos de Romero y Serrano y de Herranz en el plano discente. Finalmente, las concepciones de carácter validativo aparecen puntualmente solo en textos de finales de siglo como, por ejemplo, en el prólogo de la obra de Carratalá (1799, p. 3):

El numero de Individuos que se han presentado en los exâmenes publicos de Aritmetica y Geometria celebrados en el año pasado y el presente, (unicos de este establecimiento) es de consideración, y si agrega à estos el de aquellos que por juzgarse suficientemente instruidos, por cortedad de genio, ó por no creer necesario hacer una publica demostracion de su instruccion, no se han exâminado, se verá, que en solos dos años, han adquirido los conocimientos cientificos de Aritmetica un numero crecido de Vecinos de esta Ciudad.

## RESULTADOS DEL ANÁLISIS DE CONTENIDO

En base a la información de carácter descriptivo obtenida en la fase anterior, prestamos ahora atención a temas directamente relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En particular, abordamos en profundidad el análisis de contenido de los comentarios de los prólogos referidos a la categoría de Indicaciones didácticas y de los comentarios referidos a los planos docente y discente de las concepciones y creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

### ANÁLISIS DEL CONTENIDO DE LAS INDICACIONES DIDÁCTICAS

Las indicaciones didácticas están presentes únicamente en los prólogos de F. J. García, Rosell, Ávila, Herranz, Císcar y Romero y Serrano, siendo especialmente abundantes en los casos de Herranz y Romero y Serrano.

En cuanto a su contenido, en la mayoría de ellas, se indica que es necesaria la ejercitación de las reglas que se muestran y se dan instrucciones de cómo realizarlo, en la línea del fragmento mostrado en el apartado anterior de F. J. García. Otro ejemplo lo encontramos en el prólogo de Herranz:

Tambien les será muy útil á los que se dediquen al estudio de este escrito, que al tiempo que lo executen practiquen igualmente con la pluma las mismas operaciones que en él se enseñan, repitiéndolas las veces que necesiten para su instrucción, hasta que inteligiendolos de su contenido, se propongan y resuelvan otras que traten del mismo asunto. (Herranz, 1790)

En algunos casos, estas indicaciones van más allá y entran en el ámbito de lo que hoy llamaríamos actividad de aula: «[...] se podrán copiar en cartones á manera de naypes las figuras de cada casilla, y echandolas por suerte se dirá todo lo que se ofrece acerca de cada una de ellas, sin atarse precisamente á las mismas palabras» (Rosell, 1784, pp. 3-4).

Otro aspecto recurrente en estas indicaciones tiene que ver con el orden que debe seguirse al estudiar el texto. Por un lado, algunos autores señalan la necesidad de seguir escrupulosamente el orden expuesto en el tratado: «No se ha de alterar el orden de los tratados instruyendo á los niños en alguno ántes de saber lo que les preceden, por fundarse la doctrina de unos en otros.» (Romero y Serrano, 1797). «Por tanto el que quisiere aprovecharse de este volumen, no salpicará los escalones propassandose de unas reglas á otras, ignorando las que le han de servir de materia para alcanzar las que trahen dificultad.» (García, 1733).

Sin embargo, también nos encontramos algunas sugerencias que indican la posibilidad de omitir ciertas partes del texto van en sentido opuesto. Así, Císcar (1796) señala: «En este primer Capitulo se han puesto de letra menor algunas proposiciones que se pueden pasar por alto hasta que se necesite recurrir a ellas en lo sucesivo».

En una posición intermedia, Herranz (1790), después de señalar la importancia de seguir en orden el texto, matiza su anterior sugerencia señalando lo siguiente:

[...] estudiando párrafo por párrafo con el cuidado y atencion posible deteniéndose en cada uno el tiempo competente para su instrucción [...] mas si estudiando párrafo por párrafo, según y como queda dicho, se hallase alguna dificultad en comprehender sus contenidos, no insistirán con tenacidad para ello, sino es que continuando adelante y tomando algunas luces de lo sucesivo, podrán entender mas fácilmente lo que anteriormente dudaban [...]

También se encuentran comentarios relativos al tiempo que debe dedicarse a la lectura de la obra. Un ejemplo paradigmático lo encontramos en Ávila, que pone especial énfasis en que el estudiante ajuste su tiempo de trabajo a la estructura de la obra: «...pero si quereis estudiar mas de un Dialogo cada dia [...] no me admiraria que en 15 semanas no les comprehendieseis» (Ávila, s.f.b); detallando incluso las horas diarias de dedicación: «...en diez y ocho dias, y con menos de dos horas de aplicacion en cada uno, aprenderéis este Cálculo Literal» (Ávila, s.f.a).

### ANÁLISIS DEL CONTENIDO DE LAS CONCEPCIONES Y CREENCIAS RELATIVAS A LOS PLANOS DOCENTE Y DISCENTE

Respecto a las concepciones y creencias de naturaleza ontológica, solo se han encontrado dos comentarios referidos al plano discente, en los prólogos de Romero y Serrano y de Herranz. Romero y Serrano (1797) afirma que los niños son capaces de razonar matemáticamente y que el aprendizaje realizado no se olvida con facilidad:

[...] he visto que los niños son capaces de formar y percibir los racionios convenientes á cerca de ella, quando llegan á la edad en que se les enseñan las cuentas, y porque he advertido que no las olvidan con facilidad quando se les enseñan con orden, solidez y fundamento.

Herranz (1790) trata de dar una definición personal de aprendizaje de un tema: «...formar ideas claras de su contenido y de la relacion que tenga con los demás...».

La dimensión gnoseológica, en los planos docente y discente, está muy presente en los comentarios sobre concepciones y creencias. De hecho, aparece en 15 de los 21 prólogos analizados con una gran riqueza de ideas.

En primer lugar, se identifican ideas relacionadas con lo que los autores consideran una buena práctica docente. En general, los autores sugieren presentar los contenidos en un orden que facilite el aprendizaje del alumno en algún sentido. Por ejemplo, Tosca (1707) sugiere «...que se procure, en cuanto fuere posible, mezclar con lo áspero lo deleitable» (p. x) y también «que todas sus materias vayan con tal orden, y consecuencia, que parezca nacen las unas de las otras» (p. x). Wendlingen (1753) opina algo similar cuando propone «...unir lo práctico à lo especulativo, para que lo gustoso de la práctica endulce el trabajo del estudio, y avive la aplicacion». También se indica la necesidad de presentar los resultados asociados a sus posibles aplicaciones prácticas. Por ejemplo, Álvarez (1739) señala que: «...si alguna vez se determinan à aplicarse à este util estudio, [...] tropiezan [...] con un gran numero de proposiciones especulativas [...] sin que descubran por entonces los principiantes la utilidad, à que se dirigen».

Por otro lado, es necesario dejar tiempo suficiente para el aprendizaje de los alumnos y dedicar el tiempo necesario en la presentación de los elementos más complicados, tal y como Bails (1776) señala metafóricamente: «...quando se lleva la mira de que los entiendan por sí los mas de los lectores, debe el escritor pintar mas abultados á la vista los obgetos, para que se le hagan mas perceptibles al entendimiento» o como Herranz (1790) indica más explícitamente: «... deteniéndose en cada uno [párrafo] el tiempo competente para su instruccion...» .

Existen finalmente distintas posturas acerca del tratamiento del rigor matemático y de la demostración, siendo habitual (en mayor o menor medida según el autor) la postura de que es lícito omitir algunas demostraciones y aligerar el rigor en aras de facilitar la comprensión, de reducir la carga memorística o por considerarlas innecesarias en función de los destinatarios de la obra. Por ejemplo, Corachán

(1699) reduce el rigor en las demostraciones para que sean mejor comprendidas por los aprendices: «Aquí pongo las demostraciones con solos números, reduciendolas à vna medianía, sin vsar de todo el rigor Mathematico, para que las puedan entender los principiantes...».

Císcar (1796) señala sobre unas demostraciones de su tratado que: «...hemos procurado seguir un método que facilite su deducción, sin necesidad de cargar inútilmente la memoria». Echeverría (1758) contrapone su obra de geometría para agrimensores con otros tratados matemáticos, como el de Tosca, que juzga como inadecuados para esta profesión por el rigor de su «methodo Mathematico». En su obra, los agrimensores hallarán «todo quanto necessitáis de Ciencia, para medir, dividir, y permutar [...] aplicandolas para vuestro fin particular, [...] con methodo mecanico» (Echeverría, 1758).

En ocasiones, la omisión de las demostraciones no se motiva en base a la falta de comprensión de los lectores, sino por contraposición con la presencia de explicaciones que son más importantes en el proceso de aprendizaje. Es el caso de Álvarez (1739) cuando afirma que «mas querría faltar en alguna demostracion, que en la explicacion; porque demostraciones se hallan en todos Libros, y no en todos se encuentra la explicacion conveniente para la inteligencia». El único autor que aboga explícitamente por la demostración pormenorizada de todas las proposiciones (incluso las evidentes) es Wendlingen (1753):

[...] encontrarà el Lector en este Tratado demostradas varias proposiciones de por sí muy claras, y sin demonstracion evidentes: cosa que à algunos parecerà superflua, è inutil; pero mas quiero parecer à los ignorantes demasiadamente escrupuloso, que faltar al fin que me he propuesto en esta Obrita, y es el instruir à los Principiantes, [...]

En segundo lugar, aparecen una serie de ideas centradas en indicar lo que el autor considera una buena práctica discente. Generalmente, se indica la necesidad de que el alumno se ajuste a las indicaciones dadas por el maestro. En este sentido, Ávila (s.f.a) se expresa rotundamente: «Si vosotros quereis salir con lucimiento en vuestra empresa, y no dexarlo à el sexto, ò septimo dia, como muchos hacen, poned especial cuidado en desviaros de lo que á el fin de cada dialogo os prevengo». Además, el aprendizaje conlleva práctica y esfuerzo. Romero y Serrano (1797) destaca que los medios para conseguir aprender son «el exercicio de la memoria, y la continua práctica de las operaciones», mientras que Tosca (1707, p. 2) menciona que no «será en vano el sudor, que se empleare en tierra...» como metáfora del esfuerzo necesario para aprender matemáticas. En algunos casos, se especifica más, señalando prácticas concretas que deben ser llevadas a cabo por los aprendices: «... convendrá exercitarse en describir otras figuras mayores, practicando las reglas que se dan para ello» (Rosell, 1784).

Por último, encontramos una serie de comentarios que presentan ideas contrapuestas respecto al papel del docente y del texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por un lado, hay autores que consideran que es la «viva voz» del

maestro la que dirige la instrucción, siendo el texto un recurso para el aprendizaje. Así, la necesidad y auxilio de un maestro es señalada por Romero y Serrano (1797):

Me persuado, pues, que por medio de este tratadito, y con el auxilio de un Maestro aplicado, podrán los niños adquirir los conocimientos esenciales y precisos en la materia [...] es de creer se logre toda la inteligencia posible, y baxo la dirección del Maestro conseguirán los niños un total adelantamiento, animándolos éste con la viva voz, y venciendo las dificultades que les ocurran.

En otros casos, los autores pretenden emanciparse de la necesidad de un maestro considerando que su obra es suficiente para lograr los aprendizajes sin necesidad del mismo:

[...] no obstante eso no han podido lograr su designio por falta de Maestro, que les explicasse aun los rudimentos, he tomado por empeño en este mi tratado explicarlos tan por menudo, que [...] al que careciere de noticias, [...] conseguirá el fin deseado [...] (García, 1733).

Finalmente, aparecen concepciones y creencias de naturaleza validativa en Ávila, J.J. García y Capmany y Bails. Ávila valora su método de enseñanza en base a su experiencia: «me he servido de este metodo porque la experiencia me ha hecho ver que es el que con mas facilidad aprenden los principiantes» (Ávila, s.f.d). Juan Justo García (1782, p. i-ii), además de ofrecer argumentos similares a los de Ávila, también señala que su método de enseñanza ha recibido «singulares elogios de los mas ilustres Matemáticos», incluyendo la evaluación por expertos como elemento validativo.

Por otro lado, Rosell (1784, pp. 3-4) aborda la validación de los aprendizajes a partir de la realización de prácticas evaluativa en el aula: «Aprendidas por su orden todas las preguntas y respuestas, se reparará saltando...». En otras ocasiones, la práctica evaluativa es externa, como en el caso ya citado de los exámenes públicos de Aritmetica y Geometria mencionados por Carratalá.

En algún caso, se plantea la validación simultánea del método de enseñanza y de los aprendizajes de los alumnos, donde los buenos resultados de los alumnos en los exámenes se consideran indicativos de la validez del método de enseñanza. Por ejemplo, Capmany y Bails (1772) relacionan el aprovechamiento del aprendizaje de los Cadetes demostrado en los exámenes públicos con la valoración positiva de la docencia realizada por sus Oficiales.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El trabajo realizado ha permitido constatar la riqueza de los prólogos como fuente de información que proporciona una visión detallada del estado de la enseñanza de las matemáticas durante el siglo XVIII en diversos ámbitos. Además, debe señalarse la validez de las herramientas teóricas utilizadas (tablas 6 y 7) ya que no

sólo se han encontrado comentarios relativos a todos los temas considerados, sino que no se han detectado comentarios que no se correspondieran con ninguna de las categorías utilizadas.

Los resultados presentados en la Tabla 8 evidencian una riqueza retórica que, a priori, quizás no cabría esperar en textos de carácter técnico. Llama la atención a este respecto la similitud entre los temas «extramatemáticos» tratados por los autores del XVIII y los detectados en el siglo XVI (Muñoz-Escolano & Oller-Marcén, 2020). La principal diferencia radica en la aparición en el siglo XVIII de una nueva categoría relativa a indicaciones didácticas que muestra una mayor preocupación explícita de los autores respecto del uso del libro como instrumento didáctico.

Las indicaciones didácticas van habitualmente dirigidas a aquellas personas que van a utilizar el libro como herramienta para la enseñanza o el aprendizaje de las matemáticas. Surge aquí una discusión sobre la necesidad o no de un maestro para lograr el aprendizaje, así como la idea del aprendizaje autónomo del lector de la obra. No resulta sorprendente la aparición de estas ideas precisamente en el siglo XVIII, «el siglo pedagógico y didáctico por excelencia» (Llopis & Carrasco, 1983, p. 17), ya que el movimiento Ilustrado concibe la ciencia como motor del progreso y mejora de la vida de los ciudadanos (Mestre & Pérez García, 2004).

A este respecto, es muy interesante observar distintas posiciones en función de los autores y habitualmente respecto al rol del texto y de un eventual maestro en el proceso de estudio de la materia. Así, vemos que en el caso de los textos para niños y juventud de Rosell y de Romero y Serrano; y también en el de Císcar para militares, las indicaciones van dirigidas a los maestros, que se consideran necesarios en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, en textos dirigidos a profesionales y principiantes en general se puede apreciar que las indicaciones interpelan directamente al aprendiz. Este hecho es especialmente claro en los prólogos de Ávila, quién aboga explícitamente por el autoaprendizaje (Oller-Marcén, 2018) y por la suficiencia del texto. La misma idea puede también detectarse en los prólogos de F. J. García y de Herranz, que incluyen como mención expresa entre sus declaraciones de intenciones el facilitar el estudio para que aquellos que no han tenido o no tienen maestro: «[...] no obstante eso no han podido lograr su designio por falta de Maestro, que les explicasse aun los rudimentos, he tomado por empeño en este mi tratado explicarlos [...]» (García, 1733). «[...] ponerlo en estado de que qualquiera persona por sí sola, y sin necesidad de los auxílios de la voz viva del Maestro, pudiese comprehender su contenido.» (Herranz, 1790).

Como venimos diciendo, se aprecia una cierta relación entre los destinatarios del texto y la aparición de indicaciones didácticas, que se concentran principalmente en los textos dirigidos a juventud y niños y a profesionales y principiantes en general. En sentido contrario, también cabe señalar que estas indicaciones están ausentes de los prólogos analizados de los compendios y tratados generales sin público objetivo, de los textos para agrimensores y de aquellos dedicados a miembros de Sociedades, Seminarios de nobles, Academias, etc. Esta ausencia puede explicarse en base a distintos factores. En el caso de los tratados generales, puede

deberse quizás a que el autor no concibe la obra explícitamente como una obra destinada a la enseñanza y el aprendizaje, sino como un compendio de carácter más enciclopédico.

Los tratados de agrimensura, tal y como puede leerse en algunos de los prólogos, se presentan por parte de los autores casi como una herramienta a disposición del agrimensor; un material de consulta más que de aprendizaje que permitiera «aclarar las dudas de agrimensores en ejercicio» (León-Mantero, Maz-Machado & Madrid, 2018, p. 124). En el caso de las obras publicadas en el ámbito de las escuelas de matemáticas, se trataba a menudo de textos que constituían unas «notas de clase» para el alumno y estaban escritos por el propio docente que, por tanto, no requería de indicaciones para su uso (es el caso de la obra de Conde, por ejemplo). Este último rasgo, aunque en una obra de otro tipo, también se encuentra en el texto de J. J. García (1782, p. 1): «compuse esta obra [...] para ahorrar á mis oyentes la enojosa tarea de transcribirla».

Otro elemento interesante a tener en cuenta al observar la aparición de las indicaciones didácticas tiene que ver con la formación de los autores que las proporcionan. A este respecto, los autores en los que éstas son más abundantes (Herranz y Romero y Serrano), coinciden en su formación como maestros. Herranz, por ejemplo, regentó dos escuelas en Madrid y fue miembro del *Real Colegio Académico de Primeras Letras* desde 1786 (García Folgado, 2007). La abundancia de indicaciones didácticas en este autor se enmarca así en un ámbito de importante reflexión sobre métodos y materiales sin parangón en la historia de los maestros europeos de enseñanza primaria (Pereyra, 1988).

Por su parte, la Tabla 9 pone de manifiesto el hecho el gran número de ocasiones en que las concepciones y creencias del autor sobre las matemáticas y sus procesos de enseñanza y aprendizaje se hacen explícitas en los prólogos analizados y la riqueza de temas tratados. En una comparación con lo observado en siglos anteriores (Muñoz-Escolano & Oller-Marcén, 2020) vuelve a destacar la frecuencia con en el siglo XVIII comienzan a abordarse aspectos relacionados con los planos docente y discente; especialmente en lo concerniente a aspectos prácticos (gnoseología). De hecho, estas cuestiones relacionadas con el modo de enseñar las matemáticas estaban presentes en los ejercicios académicos (exámenes) que se llevaban a cabo en el citado *Colegio de Primeras Letras*. Pereyra (1988, p. 221) presenta algunos ejemplos de cuestiones planteadas en esos ejercicios entre las que aparecen varias relativas al aprendizaje de la aritmética que ponen de manifiesto esta preocupación metodológica:

¿Se enseñará a los niños la aritmética fundamentalmente, o bastará que aprendan a practicar las operaciones necesarias al trato común?

¿Debe enseñarse la Aritmética práctica al propio tiempo que la teoría de las operaciones, o convendrá hacerlo separadamente?

¿Se necesitan algunos aparatos para enseñar a los niños la aritmética, o hay otros medios con que poderlo verificar?

Este fenómeno, que podríamos denominar de reflexión sobre la práctica educativa, está íntimamente relacionado con la aparición de indicaciones didácticas ya señaladas anteriormente. De hecho Herranz y Romero y Serrano, que son autores de prólogos ricos en indicaciones didácticas, son también los únicos en presentar reflexiones de tipo ontológico en el plano discente. Además, ambos autores publican sus obras en el último decenio del siglo. Esto nos lleva a pensar que quizás podría ser más frecuente encontrar consideraciones de carácter ontológico vinculadas a los planos docente y discente en prólogos de obras del siglo XIX, cuando hay una proliferación aún mayor de textos y de autores con este perfil, las instituciones vinculadas a la formación de maestros están plenamente establecidas y se instaura y generaliza la educación elemental de carácter (al menos teóricamente) obligatorio.

Otro aspecto muy interesante y que puede ser considerado como propio del siglo XVIII es la aparición de comentarios relacionados con la validación de la enseñanza y el aprendizaje, especialmente en textos del último cuarto del siglo. Durante la época se hizo bastante común la celebración de certámenes matemáticos en diversos ámbitos. Por ejemplo, en el ámbito de las escuelas de Artillería de Marina se realizaban pruebas presididas por autoridades en las que se levantaban informes que incluso recogían los nombres de los alumnos destacados (Pérez Fernández-Turégano, 2018). Pero, además de para valorar los progresos de los alumnos, estos certámenes también servían para mostrar al público general la eficacia de la escuela; de ahí que en muchos casos los exámenes fueran certámenes públicos. Aunque no lo hemos analizado aquí, en la *Llave aritmetica y algebrayca* (Poy y Comes, 1790) se relatan estos exámenes públicos señalando los nombres y procedencia de los examinandos y reseñando los buenos resultados obtenidos y cómo éstos son indicativos del método de enseñanza del autor:

El acierto, destreza y prontitud, con que todos desempeñaron el exámen, causó no poca admiración [...] y muchos de ellos [...] me instaron para que diese a luz esta Llave, del mismo modo que se había dictado, considerándola utilísima al Público

Para cerrar el trabajo, pensamos que algunas de las conclusiones obtenidas abren la puerta a realizar investigaciones que profundicen en diferentes aspectos. Por un lado, ya se ha mencionado el interés que puede tener llevar a cabo un estudio similar con obras del siglo XIX, aunque el número de libros de texto y manuales disponible es abrumadoramente mayor que en el caso del siglo XVIII (y además no existen bibliografías exhaustivas, como sí sucede en el caso del siglo XVIII). Otro interesante campo de trabajo puede ser focalizar el estudio en las obras escritas por maestros relacionados con *Colegio de Primeras Letras*. Es de esperar que una formación que se centraba en aspectos didácticos más allá de los meramente disciplinares quedara reflejada en los prólogos (de hecho en la obra completa) de los autores. Por último, también podría resultar de interés abordar el estudio del contenido de otros paratextos. En particular, puede resultar de interés el estudio detenido de los pies de página, como muestra el trabajo de Puig (2006), abordando especialmente

cuestiones relativas a la identificación de los temas tratados que deberá realizarse de modo inductivo pues aunque Genette (1987) lleva a cabo una descripción bastante detallada no es claro que las categorías que presenta sean exportables al ámbito de los libros de texto de matemáticas (como ha resultado ser el caso de los prólogos).

*Agradecimientos:* Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2016-78764-P y ha sido parcialmente financiado por el Gobierno de Aragón y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (Grupo S60\_20R).

## REFERENCIAS

- Aguilar, F. (1981). *Bibliografía de autores españoles del siglo XVIII*. Madrid: CSIC.
- Arenzana, V. (1988). *La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. La escuela de Matemáticas de la Real sociedad Económica Aragonesa de amigos del País*. Tesis doctoral inédita. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Barbosa, E.M. (2014). *As matemáticas puras e mistas e a Academia Real Militar do Rio de Janeiro: análise de paratextos de tratados, elementos e compêndios*. Tesis de maestría inédita. Sao Paulo: Universidad de Sao Paulo.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77-101.
- Berger, S. (2004). An Invitation to Buy and Read: Paratexts of Yiddish Books in Amsterdam, 1650-1800. *Book history*, 7(1), 31-61.
- Capel, H. (1982). *Geografía y matemáticas en la España del siglo XVIII*. Barcelona: oikos-tau.
- Carrillo, J., & Contreras, L.C. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación matemática*, 7(3), 79-92.
- Ceán Bermúdez, J.A. (1800). *Historia de la Real Academia de Nobles Artes de San Fernando*. Madrid: Viuda de Ibarra.
- Christiansen, A. (2017). The function of a preface: Contextual information and didactical foundation described in the preface of a textbook in arithmetics from 1825. En: K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, M. Menghini, J. Prytz y G. Schubring, (Eds.). «Dig where you stand» 4. *Proceedings of the fourth International Conference on the History of Mathematics Education* (pp. 415-416). Torino: Edizioni Nuova Cultura.
- Conejo, L. (2015). *Análisis histórico de las demostraciones en libros de texto sobre los teoremas de límites y continuidad: de la Ley General de Educación a la Ley Orgánica de Educación*. Tesis doctoral inédita. Valladolid: Universidad de Valladolid.
- Ernest, P. (1991). *Philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45(6), 633-646.
- Faus Prieto, A. (1995). El ejercicio profesional de la agrimensura en la España del siglo XVI-II: titulación académica y formación teórica de los peritos agrimensores. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 18(35), 425-440.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Granada: Comares.

- Flores, P., Batanero, C. & Godino, J.D. (2000). Aplicación del análisis de textos mediante técnicas multivariantes al estudio del cambio de concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 3(3), 339-356.
- García Folgado, M.J. (2007). La gramática española y su enseñanza entre dos siglos: Diego Narciso Herranz y Quirós. *Moenia*, 13 (2007), 385-399.
- Garma, S. (1980). Los Matemáticos Españoles y la Historia de las Matemáticas del siglo XVII al siglo XIX. En S. Garma (Coord.), *El científico español ante su historia: la ciencia en España entre 1750-1850: I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias* (pp. 59-72). Madrid: SEHCYT.
- Garnica, A.V.M., Gomes, M.L.M., & Andrade, M.M. (2012). The Memoirs of Lacroix: on public education in revolutionary France, in general, and on the teaching of mathematics, in particular. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(44), 1227-1260.
- Genette, G. (1982). *Palimpsestes. La littérature au second degré*. Paris: Editions du Seuil.
- . (1987). *Seuils*. Paris: Editions du Seuil.
- . (1997). *Paratexts: thresholds of interpretation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- . (2001). *Umbrals*. México: Siglo XXI.
- Gil Cuadra, F., & Rico Romero, L. (2003). Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(1), 27-47.
- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28(1), 9-22.
- González Pérez, T. (1994). Trazos históricos sobre la formación de maestros. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21, 175-198.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill.
- Hormigón, M. (1980). La Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica aragonesa de amigos del País. En S. Garma (Coord.), *El científico español ante su historia: la ciencia en España entre 1750-1850: I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias* (pp. 127-142). Madrid: SEHCYT.
- Karp, A. (2014). The history of mathematics education: Developing a research methodology. En Karp, A. y Schubring, G. (Eds.). *Handbook on the history of mathematics education* (pp. 9-24). Nueva York: Springer.
- Krippendorff, K. (2014). *Content analysis. An introduction to its methodology*. London: SAGE.
- Leder, G.C., Pehkonen, E. & Törner, G. (2002), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., & Madrid, M.J. (2018). Estrategias didácticas en los manuales de Agrimensura del siglo XVIII En: D. Carrillo, E. Sánchez, J.M. Matos, P.L. Moreno y W. Rodrigues (Eds.). *Actas del IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (pp. 123-133). Murcia: CEME.
- López-Esteban, C. (2019). La institucionalización del análisis matemático en el siglo XVIII a través de libros históricos y su reflejo en la enseñanza para Educación Secundaria en España a través del análisis de manuales. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 95-116). Valladolid: SEIEM.

- Madrid, M.J., Maz-Machado, A., & León-Mantero, C. (2018). Una caracterización de los autores de manuales de matemáticas en España en el siglo XVIII. En: D. Carrillo, E. Sánchez, J.M. Matos, P.L. Moreno y W. Rodrigues (Eds.). *Actas del IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (pp. 281-291). Murcia: CEME.
- Maz-Machado, A., y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 49-76.
- McCulloch, G. (2004). *Documentary research in education, history, and the social sciences*. New York: Routledge/Falmer.
- Moreno, M., & Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(2), 265-280.
- Muñoz-Escolano, J.M. & Oller-Marcén, A.M. (2018). Análisis de los prólogos de los textos matemáticos del Bachiller Juan Pérez de Moya. En: D. Carrillo, E. Sánchez, J.M. Matos, P.L. Moreno y W. Rodrigues (Eds.). *Actas del IV Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática* (pp. 235-243). Murcia: CEME.
- Muñoz-Escolano, J.M., & Oller-Marcén, A.M. (2020). Análisis de los prólogos de los textos algebraicos publicados en España durante el siglo XVI. *Historia y Memoria de la Educación*, 11, 51-85.
- Navarro Loidi, J. (2013). *Don Pedro Giannini o las Matemáticas de los Artilleros del siglo XVIII*. Segovia: Biblioteca de Ciencia y Artillería.
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 417-426). Gijón: SEIEM.
- Oller-Marcén, A.M., & Muñoz-Escolano, J.M. (2019). Conceptions about mathematics, its teaching and its learning in the *Compendio Mathematico* (1707) written by the Spanish Thomas Vicente Tosca (1651-1723). *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33(64), 635-648.
- Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62 (39), 307-332.
- Patton, M.Q. (2014). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. Lodon: SAGE.
- Peraya, D., & Nyssen, M.C. (1994) Les paratextes dans les manuels d'économie et de biologie: une première approche. *Mscope*, 7, 13-21.
- Pereyra, M. A. (1988). Hubo una vez unos maestros ignorantes. Los maestros de primeras letras y el movimiento ilustrado de las academias. *Revista de educación, extraordinario*, 195-224.
- Pérez de Moya, J. (1562). *Arithmetica practica, y speculatiua*. Salamanca: Mathias Gast.
- Pérez Fernández-Turégano, C. (2018). *El Real Cuerpo de artillería de marina en el Siglo XVIII (1717-1800). Corpus legislativo y documental*. Madrid: Dykinson.
- Ponte, J.P. (1994). Mathematics teachers' professional knowledge. En J.P. Ponte & J.F. Matos (Eds.). *Actas del PME 18*, Vol 1 (pp. 195-210), Lisboa: PME.
- Poy y Comes, M. (1790). *Llave aritmetica y algebrayca*. Barcelona: Francisco Suriá y Burgada
- Prior, L. (2016). Using documents in social research. En D. Silverman (Ed.), *Qualitative research*. Londres: SAGE.

- Puig, L. (2006). Vallejo perplejo. En Maz, A.; Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la educación matemática* (pp. 113-138). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Recarte Barriola, M. (1992). La renovación educativa en la Ilustración vasca. La Real Sociedad Bascongada de los Amigos del País. *Revista internacional de los estudios vascos*, 37(2), 315-330.
- Ruiz-Berrio, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la Educación. *Revista Española de Pedagogía*, 134, 449-475.
- Schmelzer, F.K.E. (2016). *La retórica del saber: El prólogo de los tratados matemáticos en lengua española (1515-1600)*. New York: IDEA/IGAS.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.
- Schubring, G. & Fan, L. (2018). Recent advances in mathematics textbook research and development: an overview. *ZDM Mathematics Education*, 50(5), 756-771.
- Scott, J. (1990). *A matter of record, documentary sources in social research*. Cambridge: Polity Press.
- Son, J.-W. & Dileti, J. (2017). What Can We Learn from Textbook Analysis. En: J.-W. Son, T. watanabe y J.J. Lo. (Eds.). *What Matters? Research Trends in International Comparative Studies in Mathematics Education* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Thompson, A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of research. En D. Grouws (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). New York: McMillan.
- Vitrac, B. (2008). Promenade dans les préfaces des textes mathématiques grecs anciens. En: P. Radelet-de-Grave (Ed.). *Liber amicorum Jean Dhombres* (pp. 519-556). Turnhout: Brepols.

## ANEXO. LISTADO DE AUTORES Y TEXTOS ANALIZADOS

Listado de los autores seleccionados (Tabla 10) y obras analizadas para cada uno de ellos. Cuando ha sido posible, señalamos las fechas de nacimiento y fallecimiento.

TABLA 10. Autores seleccionados y fechas de nacimiento y muerte conocidas

Nombre	Fechas de nacimiento y muerte	Nombre	Fechas de nacimiento y muerte
Tomás Vicente Tosca	1651 - 1723	Diego Narciso Herranz	1755 - ¿?
Manuel de Zubiaur Eizaga	1660 - ¿?	Gabriel Císcar y Císcar	1759 - 1829
Juan Bautista Corachán	1661 - 1764	Jaime Conde	¿? - 1783
Pedro de Ulloa	1663 - 1721	Ventura de Ávila	¿?
Gaspar Álvarez	1704 - 1759	Jerónimo de Capmany	¿?
Joseph Biel	1712 - 1791	Esteban Carratalá	¿?
Juan Wendlingen	1715 - 1790	Xavier Ignacio de Echeverría	¿?
Tomàs Cerdà	1715 - 1791	Fracisco Javier García	¿?
Benito Bails	1730 - 1797	Lucas María Romero y Serrano	¿?
Antonio G. Rosell Viciano	1748 - 1829	Francisco Verdejo González	¿?
Juan Justo García	1752 - 1830		

Como se puede observar en el listado que sigue, las obras de algunos de los autores constan de más de un tomo. En ese caso se han analizado los prólogos de todos ellos. Ventura de Ávila aparece como autor, aparentemente, de cinco obras distintas pero, tal y como señala Oller-Marcén (2018) estas cinco obras pueden considerarse en realidad como cinco tomos de una obra completa.

#### TEXTOS ANALIZADOS

Álvarez, G. (1739). *Elementos geométricos de Euclides, dispuestos en método breve, y fácil, para mayor comodidad de los aficionados, y uso del Real Seminario de Nobles de Madrid*. Madrid: Oficina de la calle Angosta de San Bernardo.

Ávila, V. de (1786). *Explicación de las Principales Reglas de la Aritmética Practica, o sea de las cuentas que frecuentemente se ofrecen, distribuida en cuarenta y cuatro pequeños Diálogos, por cuyo medio en otros tantos días puede instruirse un Joven por sí mismo* [2ª edición]. Barcelona: Francisco Surià y Burgada.

Ávila, V. de (s.f.a). *Cálculo literal, o sea explicación del sumar, restar, multiplicar y partir cantidades literales, tanto que estén en figura de enteros, como que estén en la de quebrados, distribuida en diez y ocho Diálogos*. Barcelona: Francisco Surià y Burgada.

—. (s.f.b). *Formación de potencias, y extracción de raíces de cantidades numéricas, y literales, distribuida en quince breves Diálogos, por cuyo medio en otros tantos días puede instruirse por sí mismo el que se halle impuesto en los setenta y dos Diálogos, que tiene dados a luz el Autor*. Barcelona: Francisco Surià y Burgada.

—. (s.f.c). *Elementos de Álgebra, o sea reglas generales para encontrar lo que vale la incógnita en las ecuaciones de el primero, y segundo grado, en quienes no haya termino irracional, y*

- resolución de setenta y cuatro problemas, distribuido todo en veinte y tres Diálogos.* Barcelona: Francisco Surià y Burgada.
- . (s.f.d). *Aplicación del álgebra a la regla de tres simple, directa, e indirecta; a la de tres compuesta; a la de compañías sin tiempo; y con él; al interés simple; al interés compuesto; y a las aligaciones; en ocho Diálogos dividida.* Barcelona: Francisco Surià y Burgada.
- Bails, B. (1776). *Principios de Matematica, donde se enseña la especulativa, con su aplicación a dinámica, hidrodinámica, óptica, astronomía, geografía, gnomónica, arquitectura, perspectiva, y al calendario* (3 tomos). Madrid: Joachin Ibarra.
- Biel, J. (1762). *Arithmetica Especulativa, y Practica para lo mercantil, con el valor, y correspondencia de las Monedas, Pesos y Medidas de estos Reynos. Ordenada por el hermano Joseph Biel de la Compañía de Jesús. Y la dedica a Maria Santissima Dolorosa.* Valencia: Joseph Esteban Dolz. Impressor del S. Oficio.
- Capmany, J. & Bails, B. (1772). *Tratados de Mathematica.* Madrid: Joachin Ibarra.
- Carratalá, E. (1799). *Aplicación de la Arithmetica a las operaciones mas usuales del comercio, seguna la practica y usa de esta plaza de Cadiz.* Cádiz: Juan Ximenez.
- Cerda, Th. (1764). *Leccion de artillería para el uso de la classe.* Barcelona: Francisco Surià.
- Ciscar, G. (1796). *Tratado de trigonometría esférica para la instrucción de los guardias marinas.* Cartagena: Oficina de Marina.
- Conde, J. (1781). *Rudimentos de arismetica, para facilitar la enseñanza de la escuela Patriótica de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del Pais.* Zaragoza: Blas Miedes.
- Corachán, J.B. (1699). *Arithmetica demonstrada theorico-practica para lo mathematico y mercantil.* Valencia: Jayme de Bordazar.
- Echeverría, X.I. de (1758). *Geometria practica, necessaria a los peritos Agrimensores.* San Sebastián: Lorenzo Joseph Riesgo.
- García, F.J. (1733). *Arithmetica especulativa, y practica, y arte mayor, o algebra.* Zaragoza: Imprenta Real.
- . (1782). *Elementos de aritmética, álgebra y geometría.* Madrid: Joachin Ibarra.
- Herranz, D.N. (1790). *Aritmética pura y comercial.* Madrid: Imprenta de D. Benito Cano.
- Romero y Serrano, L.M. (1797). *Lecciones de Aritmética, puestas en forma de diálogo.* Madrid: Imprenta de Villapando.
- Rosell, A.G. (1784). *La Geometría de los niños.* Madrid: Imprenta Real.
- Tosca, Th. V. (1707). *Compendio Mathematico, en que se contienen todas las materias mas principales delas Ciencias que tratan de la Cantidad* (Tomo I). Valencia: Antonio Bordazar.
- Ulloa, P. de (1706). *Elementos Mathematicos.* Madrid: Antonio Gonçalez de Reyes.
- Verdejo González, F. (1796). *Arte de medir tierras, y aforar los líquidos y solidos.* Madrid: Imprenta de Sancha.
- Wendlingen, J. (1753-1756). *Elementos de la Mathematica escritos, para la utilidad de los principantes* (3 tomos). Madrid: Joachin Ibarra.
- Zubiaur, M. (1718). *Aritmetica practica, para instrvir la juventud.* Bilbao: Antonio de Zafra.

## CAPÍTULO 4

---

### LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ACADEMIA DE GUARDIAMARINAS DE CÁDIZ: UNA VISIÓN A PARTIR DE TRES LIBROS CLAVE

### TEACHING MATHEMATICS IN THE ACADEMY OF MIDSHIPMAN FROM CÁDIZ: A STUDY OF THREE KEY BOOKS

MARÍA JOSÉ MADRID  
*Universidad Pontificia de Salamanca*

CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN  
*Universidad de Salamanca*

NOELIA JIMÉNEZ-FANJUL  
*Universidad de Córdoba*

#### RESUMEN

La Academia de Guardiamarinas de Cádiz fue una institución relevante en el siglo XVIII; contó con algunos destacados profesores de matemáticas que no solo enseñaron esta disciplina, si no que también escribieron obras matemáticas, en muchos casos para sus propios alumnos de la Academia. El objetivo de este trabajo es presentar las estrategias didácticas incluidas en tres libros de matemáticas relevantes para el proceso de enseñanza y aprendizaje en esta institución; para ello se ha realizado un estudio histórico matemático utilizando el análisis de contenido de libros de texto. Los resultados muestran los objetivos y motivaciones de estos autores para escribir sus obras así como las estrategias o metodologías que manifestaban en ellas.

Palabras clave: *historia de las matemáticas y la educación matemática, libros de matemáticas, siglo XVIII, Academia de Guardiamarinas.*

#### ABSTRACT

The Academy of Midshipman of Cádiz was a relevant institution during the 18th century; outstanding mathematics teachers worked there and they did not only teach this sub-

ject, they also wrote relevant mathematics books, mainly for their students in the Academy. The aim of this study is to present the different didactic strategies included in three mathematics books, which were important for the process of teaching and learning in this institution. In order to do so, an historical mathematical study has been carried out using the content analysis of textbooks. The results show the objectives and motivations of these authors to write their books and the strategies and methodologies that they presented in them.

Keywords: *history of mathematics and mathematics education, mathematics books, 18th century, Academy of Midshipman.*

## INTRODUCCIÓN

A TRAVÉS DE LOS SIGLOS las matemáticas se han enseñado y aprendido en escuelas o universidades, pero también en otras muchas instituciones como academias o seminarios; estas instituciones y el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que en ellas sucedió son sin duda uno de los focos de interés para los investigadores en historia de las matemáticas y la educación matemática; estas investigaciones identifican y muestran los aspectos que permitieron los procesos de enseñanza-aprendizaje en una institución y además facilitan conocer cómo se llevaron a cabo estos procesos (Maz-Machado, Madrid, León-Mantero y Jiménez-Fanjul, 2017).

Ejemplos de estos estudios son los trabajos sobre la incorporación del cálculo diferencial e integral en la enseñanza de las matemáticas en el Colegio de Artillería de Segovia (Navarro, 2013), sobre la escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País (Hormigón, 1980) o sobre los contenidos matemáticos que se enseñaban en el Real Seminario de Nobles de Madrid (1760-1808) (Carrillo y Sánchez, 2013).

Teniendo esto en cuenta, este trabajo continua la línea de investigación presentada en los estudios Madrid y López-Esteban (2017), Madrid, López-Esteban, Maz-Machado y León-Mantero (2018) o Madrid y López-Esteban (2019) centrados en una institución relevante para la enseñanza de las matemáticas en el siglo XVIII, la Academia de Guardiamarinas de Cádiz.

Una prueba de esta relevancia puede deducirse de las palabras de Ausejo y Medrano (2010) que indican que: «La Ilustración en Matemáticas viene definida por el nivel alcanzado en el dominio del nuevo cálculo diferencial e integral» (p.6) o las de Hormigón (1994, p. 48): «Las Matemáticas del siglo XVIII son el Cálculo Infinitesimal». Si atendemos a estas afirmaciones, entonces podemos destacar que entre las primeras referencias al cálculo diferencial e integral en España se encuentra un certamen celebrado en la Academia de Guardiamarinas de Cádiz en 1754 (Hernández, 1980, citado en Ausejo y Medrano, 2010).

## LA ACADEMIA DE GUARDIAMARINAS DE CÁDIZ

En 1717 crea en Cádiz José Patiño, Secretario de Estado y del Despacho en las negociaciones de Guerra, Marina, Indias y Hacienda durante el reinado de Felipe

V, la Real Compañía de Guardias Marinas dentro de un conjunto de iniciativas que tenían como objetivo renovar y mejorar la marina española (González, 1993).

Esta Compañía poseía una doble estructura: militar y docente; esta última se concretaba en la Academia de Guardiamarinas de Cádiz. En esta academia se formaba a los futuros oficiales de la Armada, enseñándoles distintos contenidos entre ellos los científicos y en particular los matemáticos (García, 2009; Manterola, 2015). No solo esto, también en Cádiz en 1753 se crea, promovido por Jorge Juan, el Real Observatorio de la Armada, pues se consideraba la astronomía importante en la formación de los guardiamarinas (González, 1993; Lafuente y Sellés, 1988).

La creación tanto de esta academia como del observatorio viene dentro de un siglo en el que cobran relevancia las instituciones civiles y militares, en las que además se produjo un movimiento matemático y que requirieron por tanto de profesores con conocimientos matemáticos. Será también en este siglo cuando se creen observatorios astronómicos, laboratorios de física y química, etc. (Gómez, 2011).

Las enseñanzas matemáticas que se abordaron en la Academia variaron a lo largo del siglo XVIII. Así el primer plan de estudios fue elaborado por el propio José Patiño; este escribió una *Instrucción* para regular las enseñanzas a los oficiales de marina en la que preveía una enseñanza teórica en las dependencias de la compañía y otra práctica que se impartiría posteriormente en el embarque de los cadetes, esta *Instrucción* se aprobó en 1718 (Lafuente y Sellés, 1988; Manterola, 2015).

Si se analiza el plan de estudios presentado por Patiño vemos como dentro de la enseñanza teórica, las matemáticas formaban parte del plan de estudios con clases diarias de dos horas en ambos semestres, que incluían geometría, trigonometría, cosmografía, náutica, fortificación y artillería (Tabla 1). La inclusión de estas disciplinas no es extraña en las matemáticas de este siglo como se analiza en el capítulo de esta obra: *Política educativa y manuales de matemáticas en el siglo XVIII. La Universidad de Salamanca como laboratorio*.

De hecho si vemos la propia definición que da un futuro director de esta Academia, Luis Godin, este dice:

La Mathemàtica es pura, ò mixta segùn considera la cantidad en sî, ò en la ma-  
tèria: la primera comprehende la Arithmètica, y la Geometria, ambas universales;  
la segunda se compone de todas las demas ciencias, cuyo objeto es la cantidad  
sensible; tales son la Mechànica, la Optica, la Astronomia, la Navegacion, la  
Artillera & c. (Godin, 1758, p. 2)

Y aunque a lo largo del siglo XVIII los planes de estudio en esta institución sufrieron distintas reformas, en todos los casos se mantuvieron los contenidos matemáticos.

Así en 1734 se encargó a Diego Bordick la elaboración de un nuevo plan de estudios más específico que el de Patiño. Este se aprobó en 1735 (Manterola, 2015) y en él nuevamente tenemos dos horas diarias de matemáticas que incluyen geometría, aritmética, náutica, artillería, fortificación y dibujo (Tabla 2).

TABLA 1. Distribución horaria en la *Instrucción* de Patiño.

PERIODOS	HORARIOS	MATERIAS Y HORARIOS
Primer semestre de octubre a marzo. Clases de lunes a sábado.	7h-8h	Misa.
	8h-10h	Matemáticas: geometría, trigonometría, cosmografía, náutica, fortificación y artillería.
	10h-12h	Artillería práctica. Armamento. Danza.
	14h-15h	Manejo del fusil. Evolución militar.
	15h-17h	Construcción naval. Maniobras de naos.
Segundo semestre de abril a septiembre. Clases de lunes a sábado.	6h-7h	Misa.
	7h-9h	Matemáticas: geometría, trigonometría, cosmografía, náutica, fortificación y artillería.
	9h -11h	Artillería práctica. Armamento. Danza.
	15h-16h	Manejo del fusil. Evolución militar.
	16h-18h	Construcción naval. Maniobras de naos.

Fuente: Lafuente y Sellés (1988, p.56).

TABLA 2. Plan de estudios de Bordick para la enseñanza de las matemáticas

Clase de Matemáticas. Horario 8h-10h de lunes a viernes de cada semana.	
8h-8:30h	Demostración de los Elementos de Euclides por un autor metódico. Libros 1-6, 11 y 12. Todos los cadetes deberán poseer el manual.
8:30h – 9h	Resolución de problemas de aritmética hasta las ecuaciones de 2.º grado.
9h-9:30h	Aplicación de la teoría geométrica a la resolución de los problemas prácticos. Hasta las secciones cónicas.
9h:30-10h	Matemáticas mixtas: náutica, artillería, fortificación y dibujo.
1.º, 2.º y 3.º sábado de cada mes.	
8h-9:30h	Repaso de lo estudiado « fomentando por vía de conferencia y controversia entre los individuos más sagaces de la clase, que aclaren los puntos que en las materias opinables reconocen no haber sido comprendidos de todos».
9:30h-10h	Esfera (36 lecciones): teoría e instrumentos.

TABLA 2. Plan de estudios de Bordick para la enseñanza de las matemáticas (cont.)

4.º sábado de cada mes.	
8h-9h	Repaso general.
9h-10h	Filosofía experimental: cosmología, cosmografía, gravedad.

Fuente: Lafuente y Sellés (1988, p. 68).

En 1748 se aprobaron las *Ordenanzas de la Armada* que recogían el siguiente plan de estudios en el que vemos como las clases y el maestro varían según los conocimientos matemáticos (Tabla 3).

TABLA 3. Cuadros de enseñanzas del plan de estudios previsto en 1748.

Horario Mañana	1ª Clase	2ª Clase	3ª Clase	
3 horas. Clases distribuidas según conocimientos.	3 <sup>er</sup> maestro de matemáticas Aritmética inferior. Geometría elemental. Trigonometría plana. Resolución de triángulos. Logaritmos. Rudimentos de Náutica.	2 <sup>o</sup> maestro de matemáticas Navegación. Instrumentos. Derroteros. Diarios de navegación. Cartas planas y esféricas. Cosmografía y esfera. Astronomía náutica.	1 <sup>er</sup> maestro de matemáticas Arte de navegar. Vientos y corrientes. Hidrografía. Geografía política. Geografía física. Mecánica. Álgebra y geometría superior. Astronomía.	
Tarde	Dibujo	Artillería	Construcción	Maniobra
2:30 horas. Cuatro grupos rotativos.	Problemas de geometría. Instrumentos. Planos. Mapas. Fortificación. Puertos y arsenales.	Manejo de armamento. Táctica. Pólvora: uso y fabricación. Cañones: uso y fabricación. Estrategia.	Despiece de un buque. Arquitectura naval.	Cabos y Velamen. Vocabulario marino. Estiba. Arboladura. Máquinas del buque.
	Lenguajes extranjeros francés e inglés.	Esgrima.	Baile.	Instrucción militar.

Fuente: Lafuente y Sellés (1988, pp. 78-79).

En 1751 Jorge Juan fue nombrado Comandante de la Real Compañía de Guardiamarinas de Cádiz, en 1752 este propuso un nuevo plan de estudios que reforzaba los estudios teóricos y la enseñanza de las matemáticas, se organizaba en dos ciclos como se muestra en la Tabla 4. Se establecieron además en este período certámenes públicos (Manterola, 2015).

Sin embargo, en la práctica se produjeron períodos de menor nivel académico por distintos motivos, desde la falta de profesorado, de financiación o incluso por la necesidad de oficiales para la Armada que hacía que se licenciara a los cadetes antes de completar sus estudios (García, 2009; Lafuente y Sellés, 1988).

TABLA 4. Plan de estudios diseñado por Jorge Juan.

CICLO ELEMENTAL			
1ª Clase	2ª Clase	3ª Clase	4ª Clase
Aritmética: hasta la raíz cuadrada.	Geometría elemental: Euclides libros 1,3,5 y 6.	Trigonometría plana y esférica. Esfera. Problemas.	Navegación. Geografía. Hidrografía.
CICLO SUPERIOR			
5ª Clase		6ª Clase	
Repaso 1er ciclo. Euclides libros 2 y 4. Fortificación y planos. Mecánica: Estática e Hidrografía. Máquinas. Fluidos. Construcción naval.		Astronomía. Álgebra y geometría superior.	

Fuente: Lafuente y Sellés (1988, p.91).

En 1776 se crearon las Compañías de Guardiamarinas de Cartagena y Ferrol, dotadas de sus respectivas Academias para la formación de oficiales. Así, en el año 1783 se aprueba un plan de estudios uniforme para las tres Academias que estuvo vigente (con pequeñas variaciones) hasta 1803 (López y López, 2016).

TABLA 5. Plan de estudios del año 1783.

Mañana			
Primera Clase	Segunda Clase	Tercera Clase	Cuarta Clase
Aritmética.	Geometría plana y sólida. Trigonometría plana.	Cosmografía. Trigonometría esférica. Práctica de resoluciones trigonométricas.	Navegación.
Tarde			
Baile. Esgrima.	Francés. Dibujo.	Artillería. Inglés.	Geometría. Maniobra.

Fuente: Manterola (2015, p. 142).

Además, se crea un programa de formación superior y adiestramiento técnico destinado a un grupo de oficiales, el Curso de Estudios Mayores o Matemáticas sublimes (García, 2009; Lafuente y Sellés, 1988; Manterola, 2015). En definitiva, es posible ver como los planes de estudios de la Academia de Guardiamarinas siempre incluyeron contenidos matemáticos.

En cuanto a los maestros de matemáticas ya las *Instrucciones* de Patiño incluían varios profesores por ejemplo un Maestro de facultades matemáticas, de artillería, de armas, fabricante de instrumentos matemáticos para el uso y práctica de la navegación, etc. (Manterola, 2015). En todos los planes posteriores se incluyeron igualmente maestros de matemáticas, por ejemplo Jorge Juan indicaba que eran necesarios 5 maestros de matemáticas, uno de artillería, un constructor de navíos, uno de maniobras, uno de dibujo, perspectiva y fortificación, etc.

Entre estos maestros de matemáticas encontramos que la primera elección fue Francisco Antonio de Orbe (Lafuente y Sellés, 1988), en 1722 llegará Pedro Manuel Cedillo que fue maestro de matemáticas en la Academia y director desde 1728 (García, 2009). En 1729 Antonio Gabriel Fernández fue nombrado maestro tercero de matemáticas en la Real Academia de Guardiamarinas de Cádiz (Meavilla y Oller, 2017). También sería maestro de matemáticas Blas Martínez de Velasco (Lafuente y Sellés, 1988).

En 1751 fue nombrado Jorge Juan Comandante de la Compañía de Guardiamarinas y este a su vez nombró a Luis Godín director del centro, cargo que ocupó desde 1753 a 1760 (Capel, 1982).

También encontramos entre los profesores de matemáticas a Juan Cruillas, o a Gerardo Henay, que estudió en la Academia de Guardias de Corps en tiempos de la dirección de Pedro Padilla e incluso se presentó a los certámenes de 1752 (Ausejo y Medrano, 2010) y fue nombrado director titular de la Real Academia de Guardiamarinas de Cádiz en 1765 (Capel, 1982). Así mismo, Joseph Aranda fue profesor de la Academia de Guardiamarinas, siendo reclutado en la Academia de Guardias de Corps (Lafuente y Sellés, 1988).

Tras la muerte de Henay en 1768, se nombró a Vicente Tofiño director de la Academia (Capel, 1982). A su vez, Cipriano Vimercati que fue designado en 1776 Director de la Academia de Ferrol, asumió en 1790 la Dirección también de la Academia de Cádiz (Fraga, 2018).

En cuanto a los textos utilizados para las matemáticas tenemos en las primera etapas el *Compendio del arte de la Navegación* y la *Trigonometría aplicada* de Pedro Cedillo, y probablemente los *Elementos geométricos de Euclides* del Padre Jacobo Kresa y los tratados I, II, III y VII del *Compendio Matemático* de Tosca (García, 2009; Lafuente y Sellés, 1988). También la obra de Antonio Gabriel Fernandez, el *Compendio de la Geometría Elemental*, se utilizó en la primera etapa de la Academia (Mantero, 2015).

El plan de estudios de 1783 indicaba específicamente qué manuales se estudiarían, en el caso de las matemáticas estos eran: el *Compendio de mathematicas* de Luis

Godin para la enseñanza de la aritmética, la geometría con el *Compendio de geometría elemental y trigonometría rectilínea* de Vicente Tofiño y para la trigonometría esférica el de *Trigonometría esférica* de Antonio Gabriel Fernandez (García, 2009), aunque como indican Lafuente y Sellés, (1988) con algunas puntualizaciones.

Es posible ver como en muchos casos los textos utilizados eran los propios elaborados por el profesorado de la institución. No se trata de un hecho aislado, distintas instituciones en las que se enseñaba matemáticas en la época contaron con profesores que escribieron obras para la enseñanza en dicha institución, por ejemplo Pedro Padilla publica en 1753 el primer tomo del *Curso militar de matemáticas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra, para el uso de la Real Academia establecida en el Quartel de Guardias de Corps* (Padilla, 1753).

Sin duda, un hecho relevante y que favoreció la publicación de estos manuales fue la creación promovida por Jorge Juan de una imprenta en la Academia de Guardiamarinas que permitía la publicación de obras destinadas a los alumnos, por eso mismo el primer texto impreso en ella en 1757 fue el *Compendio de Navegación para el uso de los caballeros guardias-marinas* redactado por Jorge Juan (1757).

Aunque tuvo épocas de problemas económicos, esta imprenta fue considerada la más importante en temas náuticos y astronómicos del siglo XVIII (Lafuente y Sellés, 1988).

En 1783 se indicaron tres obras para la enseñanza de las matemáticas a los oficiales de la marina del siglo XVIII: el *Compendio de mathematicas* de Luis Godin, el *Compendio de geometría elemental y trigonometría rectilínea* de Vicente Tofiño y el libro de *Trigonometría esférica* de Antonio Gabriel Fernandez, el objetivo de este trabajo será conocer las distintas estrategias didácticas que se incluyen en ellas.

## METODOLOGÍA

La investigación que se presenta es exploratoria, descriptiva y ex post facto. Forma parte de las investigaciones de tipo histórico matemático que basan su análisis en libros de texto antiguos de matemáticas.

La técnica de análisis seguida es el análisis de contenido de libros de texto, para ello se han seguido las pautas propuestas por Maz (2009) que se han utilizado en diversas investigaciones dentro de la historia de las matemáticas y la educación matemática (Madrid, Maz-Machado, López-Esteban y León-Mantero, 2020).

Se definieron como unidades de análisis cada uno de los párrafos incluidos en las obras. Todos ellos se leyeron y analizaron y posteriormente se categorizaron mediante una revisión de expertos en historia de la educación matemática.

Adaptando la propuesta de León-Mantero, Maz-Machado, Madrid y Jiménez-Fanjul (2018), las estrategias didácticas consideradas son:

- Objetivo y utilidad de la obra.
- Justificación y secuenciación de los contenidos incluidos.

- Estructura y organización en la presentación de los contenidos.
- Sugerencias y propuestas metodológicas.
- Representaciones gráficas y otros apoyos a las explicaciones.
- Recomendaciones sobre el uso de materiales o herramientas.
- Aplicaciones a cuestiones prácticas.

En todas las transcripciones de las obras incluidas en este trabajo se han mantenido tanto el lenguaje como la ortografía original aun cuando estos no siempre coinciden con el lenguaje ni con las normas ortográficas, de puntuación o acentuación del castellano actual.

## RESULTADOS

### COMPENDIO DE MATHEMATICAS (1758) – LUIS GODIN

La obra fue publicada en 1758 por Luis Godin en la imprenta de la academia en Cádiz, siendo la segunda obra publicada en esta imprenta (Lafuente y Sellés, 1988). Fue reimpressa en 1788 (Capel, 1982); Manterola (2015) indica que los únicos cambios entre ambas ediciones son en la grafía, cambiando las *f* por *s*, o en el sentido de las tildes. Además la edición de 1788 lleva un apéndice de 11 páginas dedicado a las fracciones decimales.

La portada de la obra ya indica que esta fue publicada para uso de los caballeros guardias marinas de su academia y lleva el emblema calcográfico de la Compañía de Caballeros Guardias–Marinas. En ella se indica que se trata de la I. Parte pero no se publicaron más partes de la misma, quizás debido a la enfermedad y fallecimiento de Godin en 1760 (Capel, 1982).

Los contenidos de la obra se resumen en el esquema mostrado en la Figura 1.

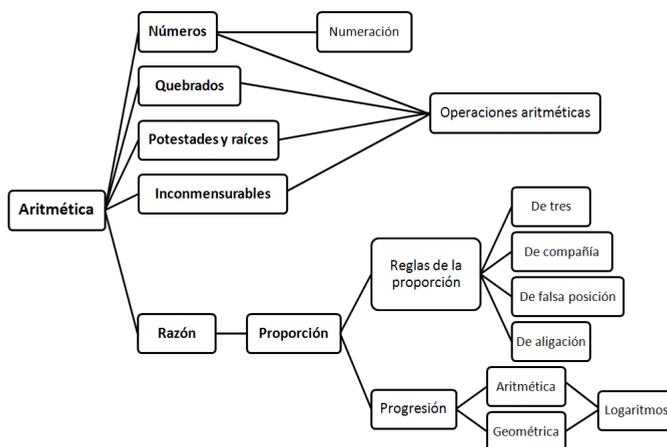


FIGURA 1. Mapa conceptual del *Compendio de Mathematicas*.

Fuente: Madrid, López-Esteban, Maz-Machado y León-Mantero (2018, p.8).

## COMPENDIO DE GEOMETRIA ELEMENTAL Y TRIGONOMETRIA RECTILINEA (1771) - VICENTE TOFIÑO

Fue publicado por primera vez por Vicente Tofiño en 1771 en Isla de León. La obra fue reeditada en varias ocasiones (1788, 1794 y 1799) (Manterola, 2015).

Manterola (2015) y Madrid y López-Esteban (2019) analizan las diferencias entre sus ediciones. Siendo la más destacable que en la edición de 1794 se añade una sección sobre las propiedades de las líneas rectas consideradas en sus diferentes posiciones respecto a los planos y de los planos en sus diferentes posiciones unos respecto de otros que va acompañada con sus respectivas representaciones gráficas (Tofiño, 1794).

La portada de la obra ya indica que esta fue publicada para uso de los caballeros guardias marinas de su academia. Además, fue utilizado como libro de texto en colegios de la marina como el de San Telmo (Mena, 1977).

Los contenidos incluidos en la obra se dividen en tres libros según las tres especies que considera Tofiño: líneas, superficies y sólidos. Lleva la obra también un compendio sobre trigonometría rectilínea. Además, al comenzar incluye Tofiño un resumen de algunas cuestiones sobre la parte de la aritmética que tiene más conexión con la geometría.

## TRIGONOMETRIA ESFÉRICA (1789) - ANTONIO GABRIEL FERNANDEZ

El caso de la *Trigonometria esférica* de Antonio Gabriel Fernandez es más particular como indican Meavilla y Oller (2017). Así, Antonio Gabriel Fernandez escribió el libro *Compendio de la geometria elementar, aritmetica inferior, y trigonometria plana, y espherica* en 1735, este fue ampliado por el autor en su segunda edición de 1742.

De esta última edición (o de partes de ella) se realizaron distintas reediciones, y así la obra *Trigonometria esférica* es una reedición del tratado sobre trigonometría esférica incluido en el *Compendio* de Fernandez que se reeditó por separado al menos en 1784 en Cartagena, en 1789 en Isla de León, en 1800 (Meavilla y Oller, 2017) y sin datar en algunas otras ocasiones (Manterola, 2015). Entre la edición de 1784 y la de 1789 sí se incluyen algunas diferencias como indica (Manterola, 2015).

En la edición de 1789 se indica que Antonio Gabriel Fernandez fue maestro de matemáticas en la Academia de Guardiamarinas y que esta se reimprime para su uso en ella. Esta edición consta de 53 páginas centradas en la trigonometría esférica.

## OBJETIVO Y UTILIDAD

El *Compendio de Mathematicas* fue escrito por Godin para el uso de los Caballeros Guardiamarinas, en la introducción de la obra habla el autor sobre la relevancia de las matemáticas para los oficiales de marina, comienza apuntando que:

Los Tratados de *Mathemàtica theòricos elementares* que conducen à la construccion de los Navios, à su gobierno, y à su maniobra; en viages particulares y en Armada; en tiempo de paz y en èl de guerra, que necesita saber un perfecto Oficial de Marina, son los que se enseñan en esta real Acadèmia à los Caballeros Guardias-Marinas. (Godin, 1758, Introduccion)

Indica además que: « Unos Oficiales sin *Mathemàticas* han sido buenos; con ellas hubieran sido mejores» (Godin, 1758, Introduccion). Añadiendo que con ellas estos podrían haber cumplido mejor con su obligación en algunas ocasiones.

Explica que las matemáticas son necesarias en la construcción de navíos, en la maniobra, en el pilotaje y en la artillería justificando además esa necesidad. Y dice que el *Compendio* busca contribuir al remedio de los inconvenientes que puede provocar no conocer las matemáticas.

Sin embargo, indica también que no es necesario que todos los oficiales de marina sean matemáticos pero sí que al menos todos sepan algo de matemáticas. Por eso el objetivo de este *Compendio* es incluir conocimientos matemáticos que les sirvan tanto a aquellos oficiales que tienen más facilidad con las matemáticas y que posteriormente podrán seguir profundizando, como para que aquellos que no tengan esta facilidad conozcan las principales reglas.

De forma general, la alta consideración que tiene Godin sobre las matemáticas y los matemáticos puede verse en estas palabras:

El *Mathemàtico* trata de los números, considera los cuerpos, forma figuras, mide la tierra, determina la profundidad de los cielos, acierta con el movimiento de los astros, descompone la luz, sigue el sonido, construye màquinas, aumenta, ò limita su energia, levanta edificios, ordena exèrcitos, fortifica ciudades, lleva navios de una parte del mundo à otra, &c. (Godin, 1758, p. 1)

El *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea* lleva ya en la dedicatoria la intención de Tofiño de que la obra sea útil para la enseñanza de los miembros de la Compañía de Reales Guardias-Marinas.

En la aprobación de la obra firmada por Antonio de Ulloa, este considera que esta no solo será útil para la instrucción de los Caballeros Guardias Marinas sino para cualquiera que desee aprender geometría elemental.

Tofiño en su Introduccion indica que cualquiera sin conocimientos previos puede comprender la obra sin dificultad, asegura además haberlo verificado con 13 caballeros guardias marinas que consiguieron aprender los contenidos en 4 meses por sí solos.

Además, en la parte del *Compendio de la trigonometria rectilinea* dice:

[...] es de suma importancia para los Tratados de Navegacion, Geometria practica, y otros, en los quales suele ser muy facil el medir tres de los terminos de un Triangulo, pero muy dificil el conocer los otros tres, sin el auxilio de esta Ciencia; por lo que su practica fué tenuta en principios por maravillosa, viendo medir distancias, y alturas inaccesibles con mayor exactitud que si materialmente se midiesen, y asi sus practicas son sumarnente agradables. (Tofiño, 1771, p.85)

La edición de 1789 del libro *Trigonometria esférica* no cuenta con prólogo ni introducción, al comenzar se indica sobre la trigonometría esférica: «Esta parte de trigonometría es de grande utilidad en las facultades de esfera, geografía, náutica y astronomía» (Fernandez, 1789, p.1). Además la obra se reimprime específicamente para el uso de los Guardias Marinas de Cádiz como indica su portada.

#### JUSTIFICACIÓN Y SECUENCIACIÓN DE LOS CONTENIDOS

El *Compendio de Mathematicas* lleva en la introducción de la obra la justificación del autor sobre los contenidos incluidos de la siguiente forma:

Empezamos por la Arithmética. En ella se ha procurado poner con claridad, y en términos adecuados lo necesario para saber las cuentas en lo Civil, las propiedades de los números, y operaciones precisas en las Ciencias que se enseñarán en adelante. Se han dado las demostraciones, pero se han abreviado las explicaciones, y se han puesto pocos ejemplos, particularmente en las reglas mas comunes y fáciles. Lo primero se juzgó preciso para convencer de la verdad de las propiedades, y de la exactitud de las reglas que contiene el tratado. A lo segundo suple la voz viva propia de los compendios, como tengan estos en método claro lo suficiente para interesar la memoria, y despertar el juicio. En quanto à lo tercero, sobran Maestro y pizarra, hai tiempo bastante, y no faltará la aplicación en estos Caballeros, tanto en las Salas de la Academia, como fuera de ellas. (Godin, 1758, Introducción)

También entre sus páginas podemos encontrar aclaraciones como esta: « pudiéramos añadir otras propiedades de las muchas que encierran las progresiones; pero nos hemos de acordar, que esto es un compendio, y que basta lo que se ha dado para el fin que nos debemos proponer» (Godin, 1758, p.110).

Además, presenta un índice con los artículos del *Compendio de Arithmética* que incluye al final una tabla de erratas (Figura 2).

En el *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea* se indica en su introducción:

Todo lo que en la Naturaleza es capaz de medida está incluso en las tres especies, Líneas, Superficies, y Solidos; y así parece que la división mas natural que puede darse à este Tratado es en tres Libros, que por el mismo orden traten de la igualdad, desigualdad, y propiedades de las tres cantidades, que tiene por objeto.

Cada Libro há parecido conveniente subdividirlo en Secciones, para que cada una contenga solamente las propiedades de una especie de línea, ò de dos que concurriendo en un punto forman Angulos, ò de tres que forman Triangulos, &c. y así la Sección I<sup>a</sup>. Trata de la Línea Recta, sus condiciones; y su distinción de toda Línea Curva. La Sección II<sup>a</sup> trata de... (Tofiño, 1771, Introducción)



## ESTRUCTURA Y PRESENTACIÓN

El *Compendio de Mathematicas* está organizado en distintos apartados en los que se definen los distintos contenidos y se explican cuestiones sobre ellos; en ocasiones incluye demostraciones de algunas cuestiones y ejemplos.

En las páginas 2 y 3 de la obra dice el autor que el modo de proceder en matemáticas es por definiciones, axiomas, postulados, proposiciones con demostraciones, lemas, teoremas, problemas con su resolución, corolarios y escolios. Sin embargo no hace un excesivo uso de estos en su *Compendio arithmetico*.

Tofiño incluye las definiciones de axioma, peticiones, teorema, problema, demostración, corolarios, escolios, aunque indica que para más detalles sobre ellos se puede consultar la obra de Godin. Además, la obra se divide en libros y secciones, y está en general estructurada en axiomas, definiciones, postulados o peticiones, escolios, corolarios, teoremas, demostraciones o problemas.

Igualmente la *Trigonometría esférica* se organiza en capítulos con definiciones, proposiciones, teoremas, demostraciones, lemas, escolios o problemas.

## SUGERENCIAS Y PROPUESTAS METODOLÓGICAS

Godin indica en la introducción del *Compendio* que este se debe explicar con la voz viva a los jóvenes Caballeros Guardiamarinas; considera que a los principiantes no les será útil reflexionar sobre los tratados que se deben dar, sobre el método seguido o examinar otros autores, puesto que estos no están hechos a razonamientos abstractos y esto puede incluso atrasarles.

Los contenidos son principalmente teóricos incluyendo algunos ejemplos de cada contenido, aunque el propio Godin indica que ha incluido pocos ejemplos pues será el maestro en la pizarra quien los hará en la academia.

Incluye también algunas sugerencias en la obra, por ejemplo: « La prueba ô demonstracion que acabamos de dar es exacta; parecerà quizás algo difícil en estos princìpios; pero con un poco de aplicacion lo dexarà de parecer» (Godin, 1758, p.108).

Tofiño indica en la Introducción de su *Compendio*:

Con los conocimientos que acaban de expressarse, se halla qualesquiera en estado de poder entender sin dificultad todo lo que contiene el siguiente Tratado; y assi lo hà verificado la experiencia, en trece Cavalleros Guardias-Marinas, que por sì solos lo aprendieron en quatro meses de tiempo; cuya facilidad parece consistir, en haverse dado à cada proposicion toda la explicacion necessaria. (Tofiño, 1771, Introduccion)

En las demostraciones del *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea* se incluyen estrategias como la demostración por superposición (figura 4), por movimiento, etc.



En el *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea* abundan las llamadas a otros puntos para aclarar conceptos. Se incluye también un anexo con figuras que son llamadas desde el texto para acompañar a las explicaciones (Figura 7).

En la *Trigonometria esferica* se incluyen también representaciones gráficas (Figura 9), llamadas a otros puntos de la obra para aclarar conceptos, llamadas a las figuras para acompañar a las explicaciones e incluso se mencionan distintos libros: Geometría Elemental, Euclides o Trigonometría plana.

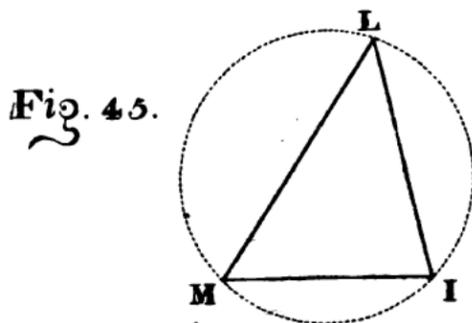


FIGURA 7. Ejemplo de representación gráfica en la obra de Tofiño.

#### USO DE MATERIALES O HERRAMIENTAS

En algunos problemas de la obra de Tofiño, *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea* se apuesta por la resolución utilizando compás (Figura 8).

**POSTULADO.**  
 39 Se pide, que sea permitido describir un círculo de qualquier centro, y con qualquier interbalo. El instrumento que se usa de ordinario para este efecto se llama *Compás*, y por conocido se escusa su explicacion.

**PROBLEMA I.** Fig. 6.  
 40 De un punto I dado como centro, y con un interbalo IA determinado, describir una circunferencia.

**RESOLUCION.** Abrafe el compás igual à el interbalo IA, y poniendo una de sus puntas en el punto dado I, hagafe jirar la otra en contorno de dicho pun-

FIGURA 8. Uso del compás (Tofiño, 1771, p. 8).

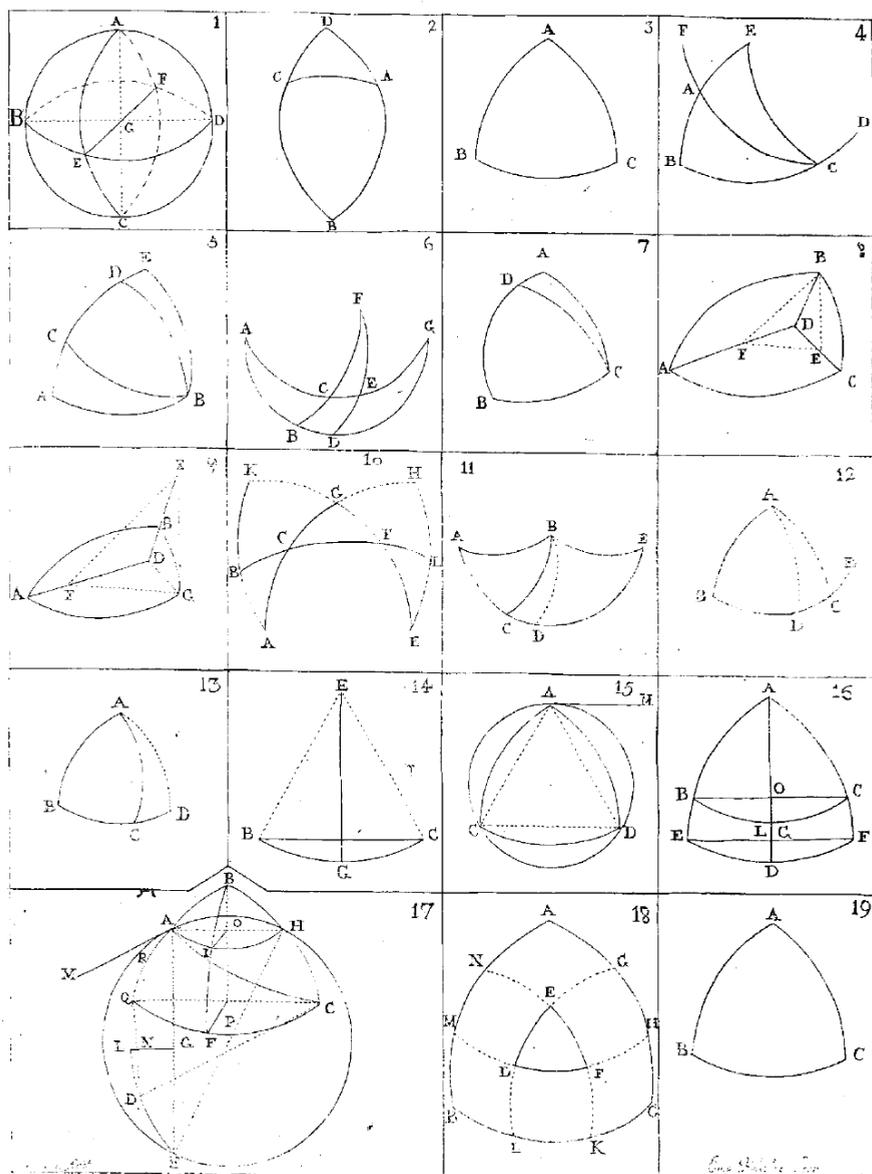


FIGURA 9. Lámina con figuras en la obra de Antonio Gabriel Fernandez (1789).

#### APLICACIONES A LA PRÁCTICA

Seguramente por la naturaleza de los contenidos matemáticos tratados en el *Compendio de Mathematicas* encontramos en él algunos ejercicios contextualizados a distintos temas. Por ejemplo para las operaciones introduce distintas magnitudes y sus unidades de medida: « como en los pesos, son quintales, arrobas, libras, on-

zas, &c: en las medidas en largo, varas, pies, pulgadas, líneas, &c: en las monedas; escudos, reales, maravedis» (Godin, 1758, p.13).

También encontramos algunos ejemplos contextualizados por ejemplo en oficios: « 100 hombres trabajando 8 horas cada día acaban en 40 días una cierta obra; 70 hombres con 6 horas de trabajo por día en quantos días acabarán la misma obra?» (Godin, 1758, p. 115).

En el comercio: « Dos personas han puesto 20000 pesos en cierto comercio; el primèr interesado 14000, el segundo 6000; ganaron 8000 pesos, y quieren partir en la misma razón que han contribuido» (Godin, 1758, p. 118). O en distancias:

Tres barcos distantes entre sí llevaron de uno en otro una noticia importante à 2000 leguas; el segundo caminò al doble del primero, y 32 leguas mas; el tercero caminò tanto como los dos primeros, menos 120 leguas; quanto caminò cada barco? (Godin, 1758, p. 122)

Además para los problemas de aligación dice que aunque podría parecer menos útil a su interés por el uso que hacen de ella los aritméticos, puede utilizarse en servicio del rey para lo económico y para lo militar, con ejemplos como el siguiente:

Se mezclan 18 quintales de pòlvora à 4 reales de vellon la libra, 25 quintales à 3 reales la libra, y 12 quintales à 2 reales la libra; qual debe ser el prècio de la libra de esta mezcla? Es el primer caso de la regla. (Godin, 1758, p. 124)

El *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilínea* no incluye ninguna aplicación fuera del ámbito matemático, aunque sí aparecen unidades de medida como pies, pulgadas, varas o codos. Los problemas que se incluyen no están contextualizados a ninguna situación sino que son del tipo: « En el Triangulo Rectangulo ABC, dada la hypotenusa CB de 125 varas, y el lado BA de 84, resolver el Triangulo» (Tofiño, 1771, p. 98).

Igualmente en la *Trigonometria Esferica* tampoco se incluye ninguna aplicación fuera del ámbito matemático. Los problemas son del tipo: « Dados los lados AB, BC y el angulo intermedio B del triangulo oblicuángulo ABC hallar qualquier angulo» (Fernandez, 1789, p.41).

## CONCLUSIONES

La Academia de Guardiamarinas de Cádiz fue una institución creada en el siglo XVIII en la que la enseñanza de las matemáticas fue una constante, al menos en sus planes de estudio. En ella impartieron clases distintos científicos de diferente relevancia, algunos de los cuales además publicaron obras para uso de los propios estudiantes de la Academia.

Tres de estos libros, el *Compendio* de Godin, el de Tofiño y la *Trigonometria esferica* de Fernandez, fueron elegidos en 1783 como textos para la enseñanza en

las tres Academias de Guardiamarinas de la época, incluida la de Cádiz, por tanto fueron textos claves en el proceso de enseñanza-aprendizaje en esta institución.

El estudio de estos tres textos muestra como los autores junto con los contenidos propiamente matemáticos incluyen una serie de aspectos como la justificación de la relevancia de sus contenidos o distintas sugerencias al lector que tienen como objetivo favorecer el aprendizaje de las matemáticas.

Las obras presentan estrategias didácticas similares:

- Similar objetivo: enseñanza de ciertos contenidos matemáticos a alumnos de la academia.
- Estructura y organización en general rigurosa, sobre todo en las obras de Tofiño y Fernandez.
- Las obras geométricas presentan imágenes al final de la obra y llamadas a ellas durante sus páginas.
- Son obras teóricas, como indica Godin los ejemplos se realizarán en la pizarra.
- No incluyen en general demasiadas sugerencias didácticas, salvo comentarios ocasionales, aunque se publicaron para la enseñanza.

El conocimiento sobre estas obras nos permite conocer más sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas que se impartía en una institución relevante del siglo XVIII como fue la Academia de Guardiamarinas.

*Agradecimientos:* esta comunicación se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## REFERENCIAS

- Ausejo, E. y Medrano, F. J. (2010). Construyendo la modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717-1787). *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 33(71), 25-56.
- Capel, H. (1982). *Geografía y Matemáticas en la España del siglo XVIII*. Oikos-tau: Barcelona.
- Carrillo, D. y Sánchez, E. (2013). La enseñanza de las matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid (1760-1808). En G. Espigado, J. Gómez, M. J. de la Pascua, J. L. Sánchez y C. Vázquez (Eds.), *La Constitución de Cádiz: genealogía y desarrollo del sistema educativo liberal/ XVII Coloquio Nacional de Historia de la Educación, Cádiz, 9-11 de Julio de 2013* (pp. 35-46). Cádiz: Universidad de Cádiz, Servicio de Publicaciones.
- Fernandez, A. G. (1789). *Trigonometría esférica*. Isla de León: Imprenta de la Academia.
- Fraga, X. A. (2018). *Cipriano de Vimercati y Benítez*. Recuperado de: <http://dbe.rah.es/biografias/5828/cipriano-de-vimercati-y-benitez>
- García, M. (2009). De la ballestilla al sextante: análisis de dos centros de formación náutica en la España del siglo XVIII. *Drassana: revista del Museu Marítim*, 17, 13-38.

- Godin, L. (1758). *Compendio de mathematicas para el uso de los cavalleros guardias marinas*. Cádiz: Imprenta de la academia.
- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28(1), 9–22.
- González, F. J. (1993). Una institución ilustrada para las ciudades de la Bahía: Cádiz, la Isla de León y el Observatorio de la Marina. *Cuadernos De Ilustración Y Romanticismo*, 3, 89-108.
- Hormigón, M. (1980). La Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País. En S. Garma (Coord.), *El científico español ante su historia: la ciencia en España entre 1750-1850: I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias* (pp. 127-172). Madrid: SEHCYT.
- Hormigón, M. (1994). *Las matemáticas en el siglo XVIII. Vol. 24*. Madrid: Akal.
- Juan, J. (1757). *Compendio de navegacion*. Cadiz: Imprenta de Marina.
- Lafuente, A. y Sellés, M. (1988). *El observatorio de Cádiz (1753-1831)*. Madrid: Ministerio de Defensa Secretaria General Técnica.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., Madrid, M. J. y Jiménez-Fanjul, N. (2018). Estrategias didácticas en libros de matemáticas españoles del siglo XIX: los tratados elementales de Juan Cortázar. *Unión*, 52, 34-45.
- López, J. F. y López, C. (2016). Las disciplinas matemáticas en el Curso de Estudios Elementales de Marina (1803) de Gabriel Ciscar. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 39(83), 161-188.
- Madrid, M. J. y López-Esteban, C. (2017). El derrotero de las costas de España en el Mediterráneo, y su correspondiente de África (1787) y el proyecto de levantamiento de las cartas esféricas. En J. M. Hernández y E. Eyeang, (coord.), *Los valores en la educación de África. De ayer a hoy* (pp. 587-596). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- . (2019). *El Compendio de geometría elemental y trigonometría rectilínea* de Vicente Tofiño: comparativa entre ediciones. En *JAEM 19*. A Coruña.
- Madrid, M. J., López-Esteban, C., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2018). *El Compendio de Mathematicas* de Luis Godin (1758). En *XVII Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Matemáticas en tierra de cine*. Almería.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., López, C. y León-Mantero, C. (2020). Old Arithmetic Books: Mathematics in Spain in the First Half of the Sixteenth Century. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(1), em0553. <https://doi.org/10.29333/iejme/5935>
- Manterola, J. (2015). *Las matemáticas en los estudios de náutica en España en el siglo XVIII: estudio comparativo de los libros de texto empleados en la formación de pilotos y guardiamarinas* (Tesis doctoral). Logroño: Universidad de la Rioja.
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González, y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5-20). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Maz-Machado, A., Madrid, M. J., León-Mantero, C. y Jiménez-Fanjul, J. (2017). Research trends in the history of mathematics education: the Spanish case. En K. Patter-

- son (Ed.), *Focus on Mathematics Education Research* (pp. 150-182). Nueva York: Nova Science Publishers.
- Meavilla, V. y Oller, A. (2017). La formación matemática de los pilotos náuticos españoles a finales del siglo XVIII. El «Plan Winthuysen» de 1790. En *Encontro internacional 3M+1: História da Matemática, da Música e Militar*. Braga.
- Mena, C. (1977). La enseñanza en el Colegio de San Telmo a través de las Ordenanzas de 1786. *Archivo hispalense: Revista histórica, literaria y artística*, 60(185), 63-78.
- Navarro, J. (2013). La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 36(78), 333-358.
- Padilla y Arcos, P. (1753). *Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra. Tomo 1*. Madrid: Imprenta de Antonio Marin.
- Tofiño, V. (1771). *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea*. Isla de León: Imprenta de la Real Academia.
- . (1794). *Compendio de geometria elemental y trigonometria rectilinea*. Isla de León: Imprenta de la Real Academia.



## CAPÍTULO 5

---

### EL MÉTODO DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS EN LOS LIBROS DE TEXTO ESPAÑOLES DEL SIGLO XVIII: INFLUENCIAS EUROPEAS

### METHOD FOR FINDING THE MAXIMA AND MINIMA IN THE EIGHTEEN CENTURY SPANISH TEXTBOOKS: EUROPEAN INFLUENCES

CARMEN LEÓN-MANTERO  
*Universidad de Córdoba*

ANA SANTIAGO  
*Escola Superior de Educação de Coimbra*

M<sup>a</sup> PILAR GUTIÉRREZ-ARENAS  
*Universidad de Córdoba*

#### RESUMEN

Los libros de texto han sido fundamentales para divulgar los avances científicos alcanzados en cada época y transmitir conocimientos, y destrezas. Su análisis nos permite conocer los conocimientos alcanzados en las diferentes disciplinas académicas y cómo se incorporaron a la enseñanza de la materia. En este trabajo examinaremos los libros de texto que formaron parte del proceso de introducción y consolidación del cálculo infinitesimal en la enseñanza de las matemáticas en España durante el siglo XVIII. A pesar de que estos nuevos métodos surgieron durante la segunda mitad del siglo XVII, su tímida y limitada llegada a España, no se produjo hasta mediados del siglo XVIII. En un primer momento, solo militares y religiosos, estudiaron las obras europeas de Newton, Leibniz, McLaurin o Simpson y trataron de incorporarlo a los planes de estudio de formación de profesionales. Fue a partir del último cuarto de siglo, que fueron publicadas obras de amplia difusión y extensión, en las que se incluían contenidos sobre cálculo diferencial e integral y que tenían como objetivo fundamental mejorar la enseñanza de las matemáticas en todas las instituciones españolas. Por ello, la finalidad de este trabajo es identificar y analizar estos libros de texto, así como examinar cuáles fueron las influencias que recibieron de los libros de referencia a nivel europeo. En concreto, centraremos nuestra atención en el enfoque utilizado, en los

contenidos incluidos y su secuenciación, en la notación utilizada y en cómo se abordaba el método para calcular máximos y mínimos.

Palabras clave: *Historia de la educación matemática, máximos y mínimos, libros de texto, siglo XVIII, España*

## ABSTRACT

Textbooks have been fundamental in disseminating the scientific advances achieved in each era and transmitting knowledge and skills. Its analysis allows us to know the knowledge achieved in the different academic disciplines and how they were incorporated into the teaching of the subject. In this work we will examine the textbooks that were part of the process of introduction and consolidation of the infinitesimal calculus in the teaching of mathematics in Spain during the eighteenth century. Although these new methods emerged during the second half of the seventeenth century, their timid and limited arrival in Spain, did not occur until the mid-eighteenth century. At first, only military and religious, studied the European works of Newton, Leibniz, McLaurin or Simpson and tried to incorporate it into the professional training curricula. It was from the last quarter of the century that works of wide dissemination and extension were published, which included contents on differential and integral calculus and whose main objective was to improve the teaching of mathematics in all Spanish institutions. Therefore, the purpose of this work is to identify and analyse these textbooks, as well as to examine the influences they received from the reference books at European level. Specifically, we will focus our attention on the approach used, on the contents included and their sequencing, on the notation used and on how the method for calculating maximums and minimums was addressed.

Keywords: *History of mathematics education, maxima and minima, textbooks, eighteen century, Spain*

## INTRODUCCIÓN

LA HISTORIA DEL ANÁLISIS o cálculo infinitesimal nace y se desarrolla en la Europa de los siglos XVII y XVIII motivada por el estudio de las curvas, la búsqueda de tangentes y cálculo de áreas, bajo una filosofía de liberación de los cánones euclidianos, en la que ganaba importancia el desarrollo de herramientas frente a la demostración de los resultados. Tradicionalmente se considera que la historia del cálculo está dividida en tres periodos:

un primero, de naturaleza geométrica, en el que los problemas y métodos de investigación geométricos eran predominantes; una etapa analítica, o algebraica, que comienza alrededor de 1740 con los trabajos de Euler y que alcanza su forma final con Lagrange, al final del siglo XVIII; y el periodo en el que se forjó una nueva arquitectura para el análisis matemático, propuesto inicialmente por Cauchy al inicio del siglo XIX y continuado por otros matemáticos de las siguientes décadas [traducción propia]. (Roque, 2012, p. 293)

Sin embargo, su llegada a España no se produce hasta la mitad del siglo XVIII. Si bien es cierto que Cuesta Dutari (1994) señala al estudiante Francisco de la Torre

Argáiz, como el primer español en estudiar cálculo infinitesimal, con el motivo de la defensa de 153 tesis matemáticas de su profesor Jean Durranc, en 1717 en la Universidad de Toulouse, se trata de un episodio aislado, que no repercutirá en la introducción del cálculo infinitesimal en los planes de estudio de las instituciones españolas.

Desde mediados de siglo hasta la expulsión de los jesuitas en 1767, la labor que militares y religiosos realizaron para tratar de incorporar los conocimientos científicos sobre el cálculo en el currículo tradicional fue fundamental, aunque limitada. No obstante, en el último cuarto de siglo, la beneficiosa política ilustrada de Carlos III, promovió que las distintas instituciones en las que se estudiaban matemáticas solicitaran a sus profesores, la redacción y publicación de libros de texto, que sirvieran de referencia durante las clases a alumnos y a profesores, y mejoraran y sentaran las bases de actualizados planes de estudio de calidad (Ausejo y Medrano, 2010). Estos libros de texto, dirigidos a formar a profesionales, se caracterizaban por no constituir obras originales (Maz-Machado y Rico, 2015), en la mayoría de los casos las directrices que los autores recibieron de las instituciones fueron las de resumir y traducir de las obras de referencias europeas del momento, e incluso algunos autores, para tal fin, dispusieron de fondos que les permitieron comprar gran número de ellas (Ausejo y Medrano, 2015; Dorce, 2017).

Debido a que los libros de texto han sido hasta hace poco la principal vía para acceder, conservar y divulgar el saber cultural y científico a lo largo de la historia, su análisis nos permite conocer los avances científicos de cada época, cómo fueron incorporados en la enseñanza de la materia y la influencia del contexto histórico, social y científico (Maz-Machado y Rico, 2015). En este sentido, se consideran elementos curriculares, cuyo análisis da acceso a los contenidos incluidos en los planes de estudio, cómo se estructuran dichos contenidos, qué tipo de aplicaciones se trabajan y a los errores y dificultades de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Gómez, 2011).

Por ello, la finalidad de este trabajo consiste en analizar los libros de texto que fueron determinantes en el proceso de introducción y consolidación en la enseñanza del cálculo infinitesimal en España, examinar las influencias de las obras europeas que los autores españoles tomaron de referencia para la redacción de estas e identificar cómo los progresivos avances científicos de esta rama de las matemáticas se incorporaron a su enseñanza. En concreto, centraremos nuestra atención en el enfoque utilizado, en los contenidos incluidos y su secuenciación, en la notación utilizada y en cómo se abordaba el método para calcular máximos y mínimos.

Son numerosos los investigadores que durante las últimas décadas han analizado la introducción del cálculo infinitesimal en España y su consolidación como disciplina científica (Cuesta Dutari, 1994; Dorce, 2017; Garma, 1988; Hormigón, 1994). Por ejemplo, los estudios realizados por Ausejo y Medrano (2010, 2015) retoman la investigación de Cuesta Dutari (1994) y extiende su análisis hasta 1787 y 1796 respectivamente, para cerrar la cuestión de la enseñanza del cálculo infinitesimal en las instituciones educativas más influyentes. Por otro lado, el trabajo realizado por

Navarro (2013) explora la incorporación del cálculo infinitesimal en el Real Colegio Militar de Caballeros Cadetes de Segovia durante el último cuarto del siglo XVIII.

Asimismo, entre los estudios que centran su atención en las aportaciones que los autores españoles realizaron en la difusión y en la enseñanza del cálculo en España, encontramos varios que abordan el uso que hace del cálculo Jorge Juan en sus tratados (García, 2015), el método de máximos y mínimos en el *Curso militar de mathematicas* de Pedro Padilla (Blanco, 2011, 2013), el método de fluxiones en el manuscrito inédito de Tomás Cerdá anunciado en la dedicatoria de las *Liciones de Matemáticas o Elementos Generales de Arithmetica y Álgebra para uso de clase* (Beren-guer, 2015, 2016), los primeros pasos del cálculo en los *Elementos de Matemática* de Benito Bails (Saiz Montes, 2004) o la consolidación del cálculo infinitesimal en la edición revisada por Gabriel Císcar del *Exámen marítimo teórico práctico o Tratado de mechanica aplicado á la construcción* de Jorge Juan (Ausejo y Medrano, 2012).

El trabajo que nos ocupa ahora contribuye a completar las investigaciones anteriores estableciendo los periodos más importantes por los que ha atravesado la enseñanza del cálculo infinitesimal en la España del siglo XVIII, identificando y analizando libros de texto que ayudaron a introducir y consolidar la enseñanza de esta rama de las matemáticas en los planes de estudio españoles y examinando las influencias de los libros de texto de referencia europeos en la redacción de estos, con respecto a uno de los métodos que han sido y que siguen siendo de vital importancia para el cálculo, el método para encontrar máximos y mínimos.

## LA APARICIÓN Y DIFUSIÓN DEL NUEVO CÁLCULO EN EUROPA

El nacimiento del cálculo está envuelto en un ambiente de disputas por el reconocimiento de la autoría de los nuevos métodos. De manera similar pero independiente, Newton y Leibniz descubrieron las técnicas de un análisis infinitesimal de gran potencialidad por su capacidad de ser aplicado a todo tipo de funciones, ya sean racionales, irracionales, algebraicas o trascendentes. Sus descubrimientos otorgaron gran importancia a las funciones trascendentes que la geometría de Descartes había excluido años atrás, y demostraron que el análisis a través de series infinitas se regía por las mismas leyes que el álgebra de cantidades finitas.

Hoy en día se reconoce que el método de fluxiones desarrollado por Newton precedió en el tiempo al de las diferenciales de Leibniz, aunque este posea la prioridad de publicación de sus resultados. A pesar de que el enfoque de Newton se encuentra más cercano a la fundamentación moderna del cálculo, la elección de una eficaz y afortunada notación promovió una rápida difusión del método de Leibniz y, por tanto, una mayor aceptación entre los matemáticos de la época.

Newton escribió entre 1665 y 1676 al menos tres exposiciones sobre sus métodos infinitesimales, la más popular de todas, es la que consideraba a las cantidades  $\dot{x}$  e  $\dot{y}$  como las velocidades de variación o *fluxiones* de las variables que van fluyendo o *fluentes*  $x$  e  $y$  (Figura 1). Sus razonamientos sobre el momento de un término, es decir, un incremento de este infinitamente pequeño, le permitieron encontrar

un algoritmo general para calcular las diferenciales de toda función. Así, en las primeras publicaciones de Newton sobre sus métodos del cálculo, demuestra que llamando  $a$  al momento de  $A$  y  $b$  al momento de  $B$ , el momento de  $AB$  es  $AB+bA$ , el momento de  $A^n$  es  $naA^{n-1}$  o el momento de  $\frac{1}{A}$  es  $\frac{-a}{A^2}$  (Boyer, 1968).

Por su parte, Leibniz recoge los trabajos realizados por Pascal y Barrow y descubre que la tangente de una curva depende de la razón entre las diferencias de las ordenadas y de las abscisas, cuando estas se hacen infinitamente pequeñas. Sin embargo, su primera publicación sobre el cálculo diferencial lo realiza en 1684 con el *Nova methodus pro maximis et minimis* (Leibniz, 1684) (Figura 2) en el que da las fórmulas de las *diferenciales* de sumas, diferencias, productos, cocientes, potencias y raíces y da muestras de su buena apreciación para elegir una notación adecuada (Roque, 2012).

55. Let the Equation proposed be  $2x - z + yx = 0$ ; that I may obtain the Relation of the Quantities  $x, y,$  and  $z,$  whose Fluxions  $\dot{x}, \dot{y},$  and  $\dot{z}$  are contained in the Equation; I form a Relation at pleasure between any two of them, as  $x$  and  $y,$  supposing that  $x = y,$  or  $2y = a + z,$  or  $x = yy,$  &c. But suppose at present  $x = yy,$  and thence  $\dot{x} = 2y\dot{y}.$  Therefore writing  $2y\dot{y}$  for  $\dot{x},$  and  $yy$  for  $x,$  the Equation proposed will be transform'd into this:  $4y\dot{y} - \dot{z} + yy^2 = 0.$  And thence the Relation between  $y$  and  $z$  will arise,  $2yy + \frac{1}{3}y^3 = z.$  In which if  $x$  be written for  $yy,$  and  $x^{\frac{1}{2}}$  for  $y,$  we shall have  $2x + \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} = z.$  So that among the infinite ways in which  $x, y,$  and  $z$  may be related to each other, one of them is here found, which is represented by these Equations,  $x = yy, 2y^2 + \frac{1}{3}y^3 = z,$  and  $2x + \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} = z.$

FIGURA 1. Extracto de *The Method of Fluxions* (Newton, 1736, p. 42)

**NOVA METHODVS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, itemque tangentibus, quas nec fractas, nec irrationalis quantitates moratur, & singulare pro illis calculi genus, per G.G.L.**

**S**it axis AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatæ, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respective, v, vv, y, z; & ipsa AX abscissæ ab axe, vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Jam recta aliqua pro arbitrio assumpta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel vv, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, ve. YD, vel ZE) vocetur d v (vel d vv, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum vv, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

Sit a quantitas data constans. erit da æqualis 0, & d ax erit æquæ dx: si sit y æquæ z (sive ordinata quævis curvæ YY, æqualis cuius ordinatæ respondenti curvæ VV) erit dy æquæ dv. Jam **Additio & Subtractio:** si sit z - y + vv + x æquæ v, erit dz - y + vv + dx seu d v, æquæ dz - dy + d vv + dx. **Multiplicatio,** dx v æquæ x d v + v dx, seu positò

FIGURA 2. Extracto del artículo sobre el método de máximos y mínimos de Leibniz en el *Acta Eroditorum* (Leibniz, 1684, p.46)

Notables matemáticos siguieron trabajando ambos enfoques del cálculo, ampliando y contribuyendo al desarrollo y formalización de esta rama de las matemáticas durante todo el siglo XVIII y principios del XIX. Sin ánimo de ser exhaustivos, destacan las aportaciones de algunos miembros de la familia Bernoulli, Mclaurin, Taylor, Euler, D'Alembert, Lagrange o Cauchy. Es importante aclarar que numerosas contribuciones de Jean Bernoulli fueron publicadas por el marqués L'Hôpital en base a un acuerdo económico establecido entre ambos. Sin embargo, la difusión de estos nuevos resultados no se produjo únicamente a través de la publicación de las exitosas obras de estos grandes matemáticos, fue mucho más efectivo el efecto que produjeron las obras de varios volúmenes que hacia la segunda mitad de siglo, recopilaron todas o la mayoría de las ramas de las matemáticas. A pesar de no constituir obras originales, alcanzaron gran popularidad y lograron reeditarse en varias ocasiones y ser traducidas a lenguas diferentes. Entre ellas, la que alcanzó mayor éxito fue el *Cours de mathématique* de Etienne Bézout (Boyer, 1968).

## LOS PROTAGONISTAS DE LA INTRODUCCIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN ESPAÑA

Las primeras muestras de la llegada de los métodos del cálculo infinitesimal a nuestro país se dieron durante la primera mitad del siglo XVIII, sin embargo, su introducción en los planes de estudio de las diversas instituciones no se produjo hasta mediados de siglo. La falta de compromiso de las universidades españolas para incorporar nuevos conocimientos científicos hizo fracasar todos los intentos de la Corona por mejorar el sistema educativo. Por este motivo, tuvieron que recurrir a militares y religiosos para instruir a ingenieros y profesionales (Ausejo, 2012).

Los jesuitas comenzaron a enseñar esta rama de las matemáticas en El Real Seminario de Nobles, el Colegio Imperial y probablemente en el Colegio de Nobles de Cordelles. En el ámbito militar se estudiaba en la Academia de Guardias de Corps y en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz, aunque en la formación de ingenieros militares y artilleros se introdujo posteriormente (Ausejo y Medrano, 2015). Por ello, no es de extrañar que entre los primeros españoles que adquirieron conocimientos sobre cálculo infinitesimal, encontremos a militares como Jorge Juan, Pedro Padilla Arcos y Pedro Lucuze o a los jesuitas Tomás Cerdá y Rieger (Garma, 1988; Hormigón, 1994).

No cabe duda de que el director de la Academia de Guardias Marina de Cádiz, Jorge Juan y Santacilia fue uno de los primeros introductores del cálculo infinitesimal en España. Prueba de ello es el buen uso que hace de este en las obras que publicó en 1748, *Observaciones astronómicas y físicas hechas en los reinos del Perú* y en 1771, *Exámen marítimo teórico práctico o Tratado de mechanica aplicado á la construccion* (García, 2015). A su vez, bajo la dirección de Pedro de Lucuze, los profesores de la Real Academia de Matemáticas de Barcelona publicaron en 1755 el texto *Sobre el área del cono oblicuo* en la que hacen uso de la integral abeliana para obtener su expresión (Cuesta Dutari, 1994).

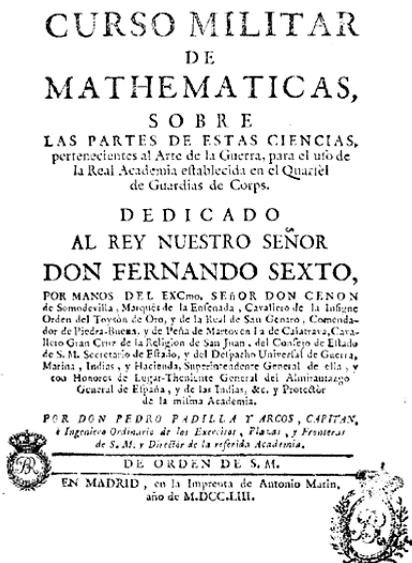


FIGURA 3. Portada del *Curso militar de Matemáticas* de Padilla y Arcos (1753)

Sin embargo, la primera obra que constituye realmente un libro de texto que incluye los principios del cálculo infinitesimal y tiene por objetivo la enseñanza de esta rama de las matemáticas es el *Curso militar de Matemáticas sobre las partes de estas ciencias pertenecientes al Arte de la Guerra, para el uso de la Real Academia establecida en el Quartel de Guardias de Corps* (1753-1756) publicado por el capitán Pedro Padilla y Arcos. Es el tomo IV, titulado *Geometría superior ó de las curvas y de los cálculos diferencial é integral o Methodo de las Fluxiones* publicado en 1756 el que incluye resultados sobre cálculo infinitesimal. El autor cita tanto a Leibniz como a Newton, usa la notación del primero, pero atiende a un enfoque newtoniano caracterizado por incluir descripciones con un fuerte sentido geométrico. Con respecto al método para calcular máximos y mínimos, Padilla toma de referencia el *Treatise of fluxions* de McLaurin (1742) en el que se presenta el primer algoritmo de resolución a través de las fluxiones sucesivas y el desarrollo en serie de Taylor, pero en el que aún se determinaba si los valores obtenidos eran realmente máximos o mínimos por el contexto en el que estaba planteado el problema (Blanco, 2011, 2013).

Dentro de la institución jesuita, encontramos algo más tarde el anuncio que Tomás Cerdá hace en la dedicatoria de las *Liciones de Matemática o Elementos generales de Arithmetica y Álgebra para uso en clase* publicadas en 1758 sobre la próxima impresión de tres tomos más, entre los cuales figura uno sobre cálculo diferencial e integral (Figura 4).

Sin embargo, tras la expulsión de los jesuitas de España en 1767, se requisan todos sus documentos aún manuscritos, que no aparecieron hasta 1973 junto con un curso completo de matemáticas del Padre Rieger. En los papeles manuscritos

pueden distinguirse dos tipos de letra, una atribuida a Rieger que contiene un cuadernillo titulado *Introducción al algoritmo de fluxiones* en el que advierte que opta por una visión newtoniana y que usará la técnica y notación de la escuela inglesa. Por el contrario, en la atribuida a Cerdá, tomada y traducida de *The doctrine and applications of fluxions* de Simpson (1750), se adapta a la notación de Leibniz, aunque se sigue hablando de fluentes o fluxiones. Cerdá también dedica un capítulo a los máximos y mínimos titulado, *Aplicación de las fluxiones a problemas de máximos o mínimos*, en el cual deduce que, si la variable fluente aumenta o disminuye, entonces la fluxión será positiva o negativa respectivamente, con lo que su fluxión será cero cuando la cantidad alcance un máximo o un mínimo (Garma, 1988).

**comenzará la impresion de los otros tres, que tengo ya dispuestos para ello; es á saber, la Geometría, y Trigonometría, la Aplicacion de la Algebra á Geometría, y Curvas, el Método Directo, é inverso de las Fluxiones, que otros llaman Cálculo diferencial, é integral; y allanados estos pasos, segun vea la disposicion del público, proseguiré en las otras partes superiores, asegurando, que procuraré en los elementos de cada ramo de las Matemáticas, el poner los puntos segun el estado, en que actualmente se encuentran estas Ciencias en Inglaterra, y Francia dos Naciones sin duda las mas adelantadas en esta materia, entresacando de sus libros lo mas**

FIGURA 4. Anuncio en las *Liciones de Matemáticas* de Cerdá (1758)

En definitiva, la tendencia principal entre los concedores del cálculo infinitesimal a mediados de siglo es el método de fluxiones de Newton, debido a la influencia inglesa sociopolítica y cultural, aunque comienzan a aparecer referencias a las diferenciales de Leibniz, que tan rápido se habían difundido por el resto de Europa (Ausejo y Medrano, 2015)

## LOS LIBROS DE TEXTO QUE CONSOLIDARON LA ENSEÑANZA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL EN ESPAÑA

Hemos visto que, a pesar de los esfuerzos de jesuitas y militares por incorporar los nuevos métodos del cálculo infinitesimal a la enseñanza, su impacto fue limitado con respecto a la producción de libros de texto y a la instrucción de estudiantes especializados en esta rama de conocimiento (Ausejo, 2012). No obstante, durante el último cuarto del siglo XVIII, España se adhiere al pensamiento ilustrado en el que la educación toma gran importancia por ser la conducente a la felicidad y al bienestar personal. En ese sentido surgen nuevas instituciones educativas y profesores dispuestos a cultivar la ciencia y dar un impulso a la enseñanza de los nuevos contenidos matemáticos que se estaban desarrollando en Europa (Hormigón, 1994).

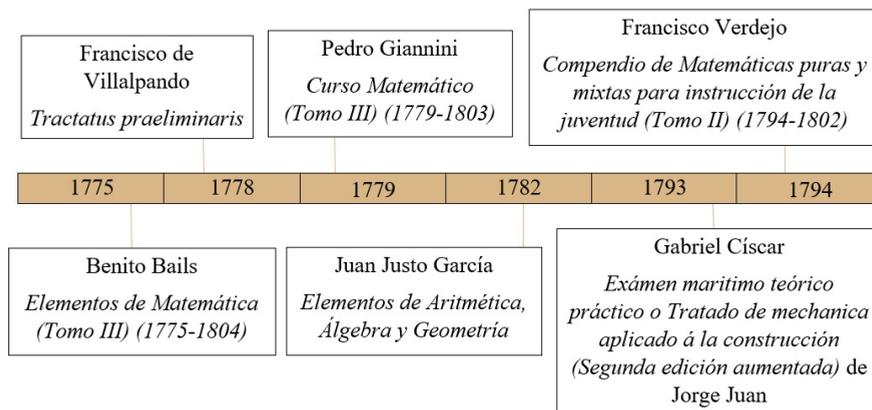


FIGURA 5. Línea cronológica de la impresión de los libros de texto

Las nuevas políticas fomentaron la impresión de libros de texto para la enseñanza de las matemáticas, la mayoría de ellas de amplia extensión, formadas por varios volúmenes, y que abordan la mayoría, si no todas las ramas de las matemáticas, incluido el nuevo cálculo infinitesimal. Entre ellos se consideran de especial importancia las obras de Benito Bails, Francisco de Villalpando, Pedro Giannini, Juan Justo García, Francisco Verdejo o Gabriel Císcar (Ausejo y Medrano, 2010; Cobos y Fernández-Daza, 1997; Cuesta Dutari, 1994; Dorce, 2017; Garma, 1988; Hormigón, 1994; Navarro, 2011, 2013).

#### 1. *TRACTATUS PRAELIMINARIS* (1778) DE FRANCISCO DE VILLAPANDO

Fray Francisco de Villalpando, Francisco de Soto y Abastas antes de su ingreso en los capuchinos salmantinos, escribió en latín en 1778 el *Tractatus Praeliminaris. Mathematicorum Disciplinarum Elementa in usum Physicae candidatorum* en la que incluyó un apéndice titulado *De Analysis quantitatum infinitarum* que sintetiza los principios del cálculo diferencial e integral en 34 páginas.

En 1777, como respuesta a una propuesta suya, Villalpando recibe el encargo de componer un curso completo de filosofía y teología, con lo que, es probable que el *Tractatus Praeliminaris* fueran en sus inicios, los apuntes que el autor preparó entre 1766 y 1777 durante su periodo como maestro de estudiante (Cobos y Fernández-Daza, 1997).

Cronológicamente, el tratado de Villalpando es de los primeros en exponer el cálculo infinitesimal desde el enfoque de Leibniz, pero el autor no lo indica de ningún modo, únicamente explica la notación que usará a lo largo del apéndice: «Para señalar la diferencial de toda variable se antepone la letra *d*» (Villalpando, 1778, p. 274) [traducción propia] y «Para señalar la integral de cualquier diferencial se antepone la letra *S*» (Villalpando, 1778, p. 287) [traducción propia]

A pesar de que el autor no cita a ningún autor ni a ninguna obra que le hubiera servido de referencia, podemos encontrar similitudes entre esta y los *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* que cuatro años más tarde publicará Juan Justo García. En general la de Juan Justo es más teórica y menos superficial e incluye un mayor número de ejemplos, aunque siguen la misma secuenciación de contenidos (Cobos y Fernández-Daza, 1997).

## 2. *ELEMENTOS DE MATEMÁTICA*, TOMO III (1775-1894) DE BENITO BAILS

En 1759 se aprueba en la Academia de Bellas Artes de San Fernando, una reforma de las enseñanzas de Arquitectura que plantea la necesidad de disponer de libros de texto actualizados y escritos en castellano. Es a Bails al que se le confía la elaboración, bajo la supervisión de Jorge Juan, de una obra de carácter más elemental y otra más amplia y avanzada (los *Elementos de Matemática*), que sintetizara los conocimientos matemáticos que los futuros arquitectos de la época debían adquirir para alcanzar una adecuada formación (Arenzana, 1990).

La obra completa de los Elementos está formada por 11 volúmenes en 10 tomos, destinado cada uno a diversas áreas de las Matemáticas, Física, Astronomía, y Arquitectura civil. En el tomo III, de 688 páginas, que fue publicado en 1779, se aborda el cálculo diferencial e integral.

Bails, aunque también aborda el concepto de derivada propio del enfoque newtoniano, indica que para representar las diferenciales usa «la letra *d*, y no un punto, conforme estilan los Ingleses» (Bails, 1779, p. xviii), lo que es coherente con el hecho de que el autor se formara en universidades francesas y contactara con destacados matemáticos de la época como d'Alembert. Del mismo modo indica que «la letra *S*. que significa suma, y se pone antes de la diferencial cuya integral se quiere indicar» (Bails, 1779, p. 488).

Para esta parte se basa en el *Curso de Matemáticas* (Tomo IV) que Bézout [36] había escrito para la instrucción de los Gardes du Pavillon y de la Marina (Figura 1) y en obras de otros autores como L'Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Lacroix o Riccati. Ciertos párrafos y ejemplos son traducidos literalmente e incorporados a los *Elementos de Matemática*.

que l'on fait précéder de la lettre *d* ; ainsi l'on écrit  
 $d(x^2)$ ,  $d(5x^3 + 3x^2)$ ,  $d[\sqrt{(x^2 - a^2)}]$ , &c.  
 paréntesis la letra *d* de este modo  $d(x^2)$ ,  $d(5x^3 + 3x^2)$ ,  
 $d(\sqrt{x^2 - a^2})$  &c.

FIGURA 6. Extracto del Tomo IV del *Cours de Mathématiques* de Bézout (1767)

3. *CURSO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CABALLEROS CADETES DEL REAL COLEGIO MILITAR DE ARTILLERÍA (1779-1803) (TOMO III) DE PEDRO GIANNINI*

Giannini fue nombrado Primer Profesor de Real Colegio de Caballeros Cadetes de Artillería de Segovia en octubre de 1777 y, entre sus obligaciones se encontraba redactar los libros de texto con los contenidos que iban a ser explicados en las clases. Cada uno de los tomos de los que constaba el Curso Matemático fueron publicados exclusivamente para que los cadetes pudieran comprarlos al comienzo de las clases (Navarro, 2013).

Está formado por cuatro volúmenes que abarcan el estudio de la geometría elemental, práctica y trigonometría, el álgebra y la resolución de ecuaciones hasta grado cuarto, el cálculo diferencial e integral y la mecánica. El tomo III, publicado en 1795, está dedicado al completo al cálculo diferencial e integral, es de los cuatro libros analizados el que dedica mayor extensión a esta rama de las matemáticas, el que aborda más contenidos y el que alcanza mayor nivel de abstracción. Los contenidos del tomo III se estructuran en cuatro libros, dedicados al cálculo diferencial de una sola variable, al cálculo integral de una sola variable, a las diferenciales de primer orden con respecto a dos o más variables y a las diferenciales de orden superior, respectivamente.

Giannini utiliza la notación de Leibniz y aclara que usa  $dx$  para notar la «diferencial primera de una cantidad variable simple» (Giannini, 1795, p.39) y  $D$  para la «diferencial primera de una cantidad variable monomía o polinomía» (Giannini, 1795, p. 39). Asimismo, denota la diferencial segunda anteponiendo tanto las dos letras  $dd$  como  $d^2$ , es decir  $ddx$  o  $d^2x$ . Del mismo modo usa indistintamente  $DD$  o  $D^2$  para expresar las diferenciales de funciones. Por último, indica que «La letra  $S$ . puesta delante de una diferencial qualquiera simple ó complexâ denota la integral de la misma» (Giannini, 1795, p. 42).

El propio autor admite en el prólogo de los tomos II y III que para la redacción del tomo III usa como referencias las obras de los autores L'Hôpital, Le Seur y Jacques, Bougainville, Cousin Newton, Riccati, Simpson, Bézout o Euler, entre otros.

4. *ELEMENTOS DE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA DE JUAN JUSTO GARCÍA (1782)*

Tras una polémica oposición para cubrir la recién creada Cátedra de Aritmética, Álgebra y Geometría de la Universidad de Salamanca, Juan Justo García fue nombrado sustituto durante un periodo de seis años en el que tendría que demostrar sus conocimientos para continuar en el cargo. Fruto de ocho años de trabajo, y el estudio de libros de matemáticas extranjeros entre los que se encontraban las obras obligatorias para la preparación de su oposición, Wolf y Newton, nace *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* en 1782 con el objetivo de modernizar el estudio de las matemáticas en la Universidad de Salamanca, que hasta la fecha estaban basadas en antiguas obras de astronomía (Dorce, 2017).

Tal y como indica en el Resumen histórico del origen, progresos y actual estado de las Matemáticas puras con el que encabeza la obra, divide al libro de texto en

tres ramas de las Matemáticas: Aritmética, Álgebra y Geometría, e incluye en este último los principios del cálculo infinitesimal, diferencial e integral en la que habla del «último semblante que ha tomado la Geometría con los cálculos diferencial e integral» (García, 1782, p. xxiii). En este resumen, incluye las obras de referencia nacionales e internacionales para el estudio de esta rama de las matemáticas, si bien deja claro que estas no suponen un avance en la materia. Se trata de las obras de l'Hôpital, Bougainville, Simpson, Emerson, Euler, M. Cousin, Le Seur y Jacquier, Riccati, d'Alembert, Bezout o Benito Bails.

Tomando como referencia los *Elementos de Matemática* de Bails, García denota también la diferencial «con la letra *d* junta á la cantidad cuya diferencia se quiera expresar» (García, 1782, p. 354) y la integral con la letra *S*, «inicial de la palabra suma; porque integrar viene a ser lo mismo que sumar» (García, 1782, p. 385).

5. *EXAMEN MARITIMO TEÓRICO PRÁCTICO O TRATADO DE MECHANICA APLICADO Á LA CONSTRUCCIÓN DE JORGE JUAN, SEGUNDA EDICIÓN AUMENTADA (1793) DE GABRIEL CÍSCAR*

El director de la Academia de Guardias Marinas de Cartagena desde el año 1788 y 1798, Gabriel Císcar amplía y revisa el *Examen Marítimo* o *Tratado de mecánica*, escrito por Jorge Juan en 1771 y lo publica en 1793 para ser usado como libro de texto docente en el *Curso de estudios mayores* que forma parte del nuevo plan de estudio implantado en las Academias de Cartagena, Ferrol y Cádiz (Ausejo y Medrano, 2012).

Entre las razones que le llevan a iniciar este proyecto está la de aclarar algunas lagunas, corregir algunos errores en fórmulas y cálculos y añadir reflexiones que ayuden a los alumnos en el estudio. Pero, por otro lado, su intención es la de actualizar los contenidos sobre el cálculo infinitesimal y añadir los nuevos resultados que han llegado hasta él. Y así lo indica en la propia portada del libro que reza que la segunda edición ha sido «Aumentada con una exposición de los principios del cálculo, notas al texto y adiciones» (Císcar, 1793, portada).

Tal y como el autor admite en el índice de los contenidos que añade, sigue el método del Leibniz por respeto al método que usó Jorge Juan en la edición original, ya que, para él, las cantidades infinitesimales son *absurdas*, aunque utilísimas para deducir otras verdades» (Císcar, 1793, p. 62). A su vez, hace uso de la notación de Leibniz de tal forma que «y en general *dx*, *dy*, &c., representan unas porciones de las cantidades *x* é *y* reducidas á sus limites cero, y se llaman comunmente las diferenciales de *x* é *y*» (Císcar, 1793, p. 56).

6. *COMPENDIO DE MATEMÁTICAS PURAS Y MIXTAS PARA INSTRUCCIÓN DE LA JUVENTUD (1794-1802) (TOMO II) DE FRANCISCO VERDEJO.*

Verdejo compuso este libro de texto para que fuera utilizado en las clases que impartía tanto en los Reales Estudios de San Isidro como en la Real Casa de los

Desamparados, cuyos tomos se publicaron en 1794 y en 1802 respectivamente (Die, 2010).

El tomo II, que está dividido en dos partes, incluye los bloques que hablan «del infinito é infinitamente pequeño, y las cantidades que se reducen á cero, de las Series, Equaciones superiores, aplicacion del Álgebra á la Geometría, Secciones cónicas, Cálculo infinitesimal, Dinámica é Hidrodinámica y la Tabla de las gravedades específicas» (Verdejo, 1802, portada). En desacuerdo con Juan Justo García, Verdejo considera que el cálculo diferencial y el integral forma parte del álgebra.

El autor recomienda las lecturas de diversos tratados a aquellos lectores que quieran profundizar en cada uno de los temas tratados. Así para los límites, infinitos y cantidades infinitamente pequeñas recomienda los textos de Mr. Cusen y de Antonio Rosell; para la mecánica, el compendio de Benito Bails; para la resolución de ecuaciones superiores, los textos de Clairaut y Euler; o para la Hidráulica, el libro de texto de M. Bossut.

Verdejo indica asimismo que sigue a Newton con respecto a «considerar las cantidades como producidas por la fluxión de uno de sus elementos» (Verdejo, 1802, p.119), sin embargo, elige usar la notación de Leibnitz, de forma que expresa con  $dx$ , a la fluxión primera de una variable  $x$  y la nombra diferencial primera y con el signo  $S$  la integral de cualquier cantidad.

## INFLUENCIAS DE LOS LIBROS DE TEXTO DE REFERENCIA EUROPEOS: EL MÉTODO DE MÁXIMOS Y MÍNIMOS

El análisis realizado a los libros de texto europeos y españoles con respecto a la estructura, secuenciación de contenidos y tratamiento dado al problema de máximos y mínimos muestra que los autores lo consideran relevante y dedican un apartado específico de su obra para exponer tanto los principios bajo los que se rige como las aplicaciones algebraicas y geométricas de este. Podemos distinguir dos enfoques bien diferenciados a la hora de enunciar las propiedades necesarias para calcular máximos y mínimos de curvas, establecer su finalidad y enumerar los pasos del algoritmo: un enfoque geométrico y un enfoque analítico.

El enfoque geométrico se fundamenta en la búsqueda de los puntos en los cuales, la curva tiene tangentes paralelas al eje de ordenadas o al eje de abscisas. De esta manera, si el cociente  $\frac{dx}{dy}$  expresa el valor de la tangente del ángulo que la curva forma con el eje de las ordenadas y  $\frac{dy}{dx}$  con el eje de abscisas, si se anula  $dx$  obtendremos los valores que alcanzan mayores y menores abscisas y si se anula  $dy$ , mayores y menores ordenadas. Algunos autores refuerzan este razonamiento además con el valor que debe tomar la subtangente cuando la recta tangente es paralela al eje de abscisas o al eje de ordenadas (Figura 7).

En este caso, el algoritmo

se reduce á tomar la equacion de la curvâ quien se refiere la questão; diferenciarla; sacar el valor de en otra fraccion compuesta de cantidades variables y constantes; é

igualar con cero el numerador ó el denominador de la nueva fraccion para conocer el valor de una de las variables, e qual substituido en la equacion de la curva, nos dará a conocer el valor máximo de la otra variable. (Verdejo, 1802, p. 144)

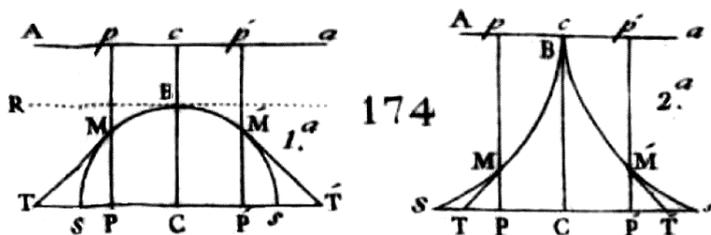


FIGURA 7. Método de máximos y mínimos en García (1782, lámina IX)

Pero este planteamiento no ofrece únicamente los valores máximos y mínimos de las ordenadas o las abscisas, además «se determinan 1.º Los límites de las abscisas y de las ordenadas. 2.º Los casos en que la tangente es paralela á las abscisas ó á las ordenadas. 3.º Finalmente las mayores ó las menores abscisas ú ordenadas.» (Bails, 1779, p. 294).

Por supuesto, debido a la naturaleza de los valores obtenidos mediante el método anterior, los autores deben aclarar varias cuestiones a los lectores. En primer lugar, se debe comprobar si los valores obtenidos son realmente máximos o mínimos sustituyendo en la curva el valor obtenido  $a$ ,  $a+q$  y  $a-q$ , para ver si la ordenada en  $a$  alcanza mayores o menores valores que en los otros dos. Por otro lado, señalan que, si alguno de estos valores fuese imaginario, no existiría ni máximo ni mínimo. Por último, indican que toda expresión algebraica se puede considerar como la ordenada de una línea curva, de tal forma que se puede aplicar este método para resolver diversos problemas del ámbito algebraico y geométrico. Algunos autores se sirven también de ejemplos conocidos, como es el caso de la circunferencia, para aclarar las cuestiones anteriores (Figura 8).

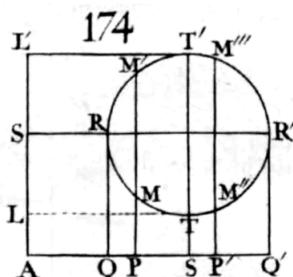


FIGURA 8. Ejemplo de resolución de límites de abscisas y ordenadas y mayores y menores abscisas y ordenadas (Bails, 1779, plana 306)

Por otro lado, el enfoque analítico surge de la propia definición de máximo y mínimo, a saber, en el caso de máximo,

Una funcion  $X$  de las variables  $x, y, z, \&c.$  se dice que a es un máximo quando su valor es tal que substituyendo en vez de  $x$  las cantidades  $x+a$  y  $x-a$ , en lugar de  $y$  las cantidades  $y+b$  é  $y-b, \&c.$  la funcion disminuye de valor. (Císcar, 1793, p. 63)

Este razonamiento hace uso de la serie de Taylor publicada por Brook Taylor en 1715 en el *Methodus incrementorum directa et inversa*, y que expresa el valor de la función  $X$  cuando sustituimos  $x$  por  $x+a$  y  $x-a$  respectivamente (Taylor, 1715) (Figura 9). Por tanto, en el caso en el que  $x$  sea un máximo,  $X'$  y  $X''$ , que son los valores de la función  $X$  cuando  $x$  toma los valores  $x+a$  y  $x-a$  respectivamente, deben ser menores que  $X$ . De ahí se deduce que despreciando los términos de las diferenciales de orden mayor o igual a dos, como  $X'$  siempre es mayor que  $X$  y  $X''$  siempre es menor, «para que  $X$  sea máximo ó mínimo, debe suponerse  $\frac{d^2X}{dx^2}=0$ ; equacion que nos dará el valor que debe tener  $x$  para que la funcion  $X$  se deduzca á un máximo o mínimo, si esto es factible» (p. 66). Estamos ante el primer paso del razonamiento que usamos en la actualidad para calcular los puntos críticos de una función, es decir la condición necesaria de máximo o mínimo relativo.

para los casos de

haber substituido en la funcion  $X$  en lugar de  $x$  las cantidades  $x + a$ , y  $x - a$ ,  
 las funciones. . . . .

$$X' = X + a \cdot \frac{dX}{dx} + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{d^2X}{dx^2} + \frac{a^3}{2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3X}{dx^3} + \frac{a^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{d^4X}{dx^4} + \&c.$$

$$X'' = X - a \cdot \frac{dX}{dx} + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{d^2X}{dx^2} - \frac{a^3}{2 \cdot 3} \cdot \frac{d^3X}{dx^3} + \frac{a^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{d^4X}{dx^4} - \&c.$$

FIGURA 9. Desarrollo de la serie de Taylor (1715) (Císcar, 1793, p. 65)

De forma similar al enfoque geométrico, los autores también advierten al lector que para saber realmente si el valor obtenido es un máximo o es un mínimo se debe volver a comprobar en los desarrollos  $X'$  y  $X''$  si ambos alcanzan valores menores que  $X$ , en cuyo caso se trataría de un máximo o si, al contrario, son mayores  $y$ , por tanto, se trata de un mínimo. Para ello, bastaría examinar si el signo de  $\frac{d^2X}{dx^2}$  es negativo o positivo, respectivamente, que constituye condición suficiente que actualmente seguimos usando para comprobar tal fin (Figura 10).

$$\left\{ \begin{array}{l} X' = X + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{d^2X}{dx^2} \\ X'' = X + \frac{a^2}{2} \cdot \frac{d^2X}{dx^2} \end{array} \right\}$$

FIGURA 10. Comprobación de condición de máximo o mínimo (Císcar, 1793, p. 66)

En definitiva, analizando el enfoque dado al método de máximos y mínimos en las obras españolas y europeas, encontramos que el enfoque geométrico que usan los autores españoles Villalpando, Bails, Juan Justo García, Giannini y Verdejo es

similar al de las obras de L'Hôpital, Euler, Bezout o M. Cousin, aunque sí es cierto que tanto Euler como M. Cousin no tienen en cuenta el cálculo de los límites de las abscisas y de las ordenadas. Asimismo, Císcar es el único autor español que resuelve el problema de máximos y mínimos desde un enfoque analítico, de manera análoga a como se expone en los libros de Euler y M. Cousin, quienes parten del razonamiento inicial dado por McLaurin (1742) sobre el uso del desarrollo en serie y fluxiones sucesivas y lo conjugan con la notación leibniziana. La Tabla 1 sintetiza los libros de texto que presentan similitudes en sus métodos de resolución.

TABLA 1. *Influencias de libros de texto europeos con respecto al método de máximos y mínimos*

	Libros de texto europeos	Libros de texto españoles
<b>Enfoque geométrico</b>	L'Hôpital (1696) Euler (1755) Bézout (1767) Cousin (1777)	Villalpando (1778) Bails (1779) García (1782) Giannini (1795) Verdejo (1802)
<b>Enfoque analítico</b>	McLaurin (1742) Euler (1755) Cousin (1777)	Císcar (1793)

## CONCLUSIONES

Este capítulo ofrece una síntesis global de los trabajos que se han realizado hasta el momento sobre la introducción y consolidación del cálculo infinitesimal en la España del siglo XVIII, de tal forma que permite establecer los diferentes periodos por los que atravesó la enseñanza de esta rama de las matemáticas en nuestro país. Asimismo, se han identificado los libros de texto españoles que formaron parte de este proceso, los libros de referencia europeos que sirvieron de base en la incorporación del cálculo en los planes de estudio de las instituciones españolas y cómo se abordó en todos ellos uno de los métodos más importantes que constituyen el cálculo diferencial, el método de determinación de máximos y mínimos.

En este sentido, se ha visto cómo la introducción del cálculo infinitesimal en la España del siglo XVIII vino de la mano de militares y religiosos, que acorde a la tendencia cultural y social de la época, acogieron las ideas engendradas en Inglaterra por Newton y su método de fluxiones, aunque también supieron conjugarlas con la acertada notación de las diferenciales desarrollada por Leibniz. No obstante, tras la expulsión de los jesuitas en 1776, fueron los profesores de las universidades, academias y seminarios, los encargados de mejorar los planes de estudio y la enseñanza de las matemáticas en las instituciones españolas. Para ello, viajaron a centros europeos y aprendieron de los matemáticos que trabajaban en los temas más actuales, reco-

pilaron las obras de Mclaurin, Euler, L'Hôpital, Bézout o Cousin y compilaron en libros de texto los nuevos avances científicos desarrollados en Europa.

Del análisis realizado tanto a libros de texto españoles como extranjeros se deduce, que el primer libro de texto español que, sin duda intenta aportar fundamentación al estudio del nuevo cálculo y trabajar desde un punto de vista algebraico es la versión ampliada por Císcar del *Tratado de Mechanica*. A pesar de no estar de acuerdo con la teoría de las diferenciales de Leibniz y de encontrar dificultades para aportar explicaciones de cuestiones relacionadas con los infinitésimos, mantiene el enfoque dado por su autor en la primera versión por respeto a este. Císcar aborda el método para calcular máximos y mínimos a través del desarrollo en serie de las funciones de Taylor, de manera similar a como lo hacen Euler y M. Cousin, sin embargo, ambos autores incluyen también en sus textos el enfoque geométrico, lo que nos muestra que seleccionó de manera específica el enfoque analítico para que formase parte de su obra, dando claras muestras de sus conocimientos sobre las nuevas corrientes del cálculo que venían desde Europa.

*Agradecimientos:* este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## REFERENCIAS

- Arenzana, V. (1990). El rigor en los libros de texto de Geometría en los comienzos del siglo XIX. José Mariano Vallejo y las Adiciones a la Geometría de Don Benito Bails. *Llull*, 13(24), 5-19.
- Ausejo, E. (2012). British influences in the introduction of calculus in Spain (1717-1767) En A. M. Roca (Ed.), *The Circulation of Science and Technology: Proceedings of the 4th International Conference of the European Society for the History of Science* (pp. 555-559). Barcelona: SCHCT.
- Ausejo, E., y Medrano, F. J. (2010). Construyendo la modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717-1787). *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 33(71), 25-56.
- . (2012). La fundamentación del calculus en España: El cálculo infinitesimal en Gabriel Císcar (1760-1829). *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 35(76), 305-316.
- . (2015). Jorge Juan y la consolidación del cálculo infinitesimal en España (1750-1814). En A. Alberola, R. Die, y C. Mas (Eds.), *Jorge Juan Santacilia en la España de la Ilustración* (pp. 155-178). Alacant: Publicacions de la Universitat d'Alacant,.
- Bails, B. (1779). *Elementos de Matemáticas* (Vol. Tomo III). Madrid: D. Joaquin Ibarra.
- Berenguer, J. (2015). *La recepció del càlcul diferencial a l'Espanya del segle XVIII. Tomàs Cerdà: introductor de la teoria de fluxions*. Universitat Autònoma de Barcelona, barcelona.
- . (2016). Tomàs Cerdà: introductor de la teoria de fluxions. *Suma*, 83, 9-16.

- Bézout, É. (1767). *Cours de mathématiques a l'usage des Gardes du Pavillon et la Marine (Tomo IV)*. París: Chez Richard, Caille & Ravier.
- Blanco, M. (2011). El método de las fluxiones en la academia de matemáticas del cuartel de guardias de corps: una revisión sobre el curso militar de matemáticas de Pedro Padilla (1753-1756). En J. M. Urkia (Ed.), *XI Congreso de la SEHCYT* (pp. 385-395). Azkoitia, Gipuzkoa: Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas.
- Blanco, M. (2013). The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France. *Science & Education*, 22(4), 769-788.
- Boyer, C. B. (1968). *A History of Mathematics*. Nueva York: John Wiley & Sons, Inc.
- Císcar, G. (1793). *Exámen Marítimo teórico práctico ó Tratado de Mecánica aplicado a la construccion. Edición segunda*. Madrid: Imprenta Real.
- Cobos, J. M., y Fernández-Daza, C. (1997). *El cálculo infinitesimal en los ilustrados españoles: Francisco de Villalpando y Juan Justo García*. Cáceres: Universidad de Extremadura Servicio de Publicaciones.
- Cousin, M. (1777). *Leçons de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral*. París: Claude-Antoine Jombert.
- Cuesta Dutari, N. (1994). *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*. Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Die, G. (2010). *Francisco Verdejo, un matemático olvidado*. Madrid: Ed. Bubok.
- Dorce, C. (2017). *Historia de las Matemáticas en España*. San Cugat: Editorial Arpegio.
- Euler, L. (1755). *Institutiones Calculi Differentialis cum eius usu in Analysi finitorum ac Doctrina Serierum*. Londres: Academia Imperial de Ciencias.
- García, D. (2015). Jorge Juan: el introductor del Cálculo Infinitesimal en España. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*(79), 53-63.
- García, J. J. (1782). *Elementos de aritmética, álgebra y geometría*. Madrid: D. Joachin Ibarra.
- Garma, S. (1988). Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX. En J. M. Sánchez (Ed.), *Ciencia y sociedad en España* (pp. 93-127). Madrid: Ediciones El Arquero.
- Giannini, P. (1795). *Curso matemático para la enseñanza de los Caballeros Càdetes del Real Colegio Militar de Artillería*. Segovia: Oficina de Don Antonio Espinosa.
- Hormigón, M. (1994). *Las Matemáticas en el siglo XVIII* (Vol. 24). Madrid: Akal, S.A.
- L'Hôpital, G. (1696). *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*. París: L'imprimerie royale.
- Leibniz, G. (1680). Un nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene ante cantidades fraccionarias o irracionales, y es un singular género de cálculo para estos problemas. *Acta Eroditorum*, 467-472.
- Maz-Machado, A., y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *RELIME, Revista latinoamericana de Investigación Educativa*, 18(1), 49-76.
- McLaurin, C. (1742). *A Treatise of fluxions in two books*. Edimburgo: T.W. and T. Ruddimans

- Navarro, J. (2011). Las Matemáticas en la Escuela Militar de Ávila (1774). *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 14(2), 309-332.
- . (2013). La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 36(78), 333-358.
- Newton, I. (1736). *The Method of Fluxions*. Londres: Henry Woodfall.
- Padilla y Arcos, P. (1753). *Curso militar de Mathematicas sobre las partes de estas ciencias*. Madrid: Imprenta de Antoni Marín.
- Roque, T. (2012). *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Saiz Montes, L. A. (2004). *Aproximación desde la antigüedad a través de los textos de geometría al cálculo diferencial contenidos en los Elementos de Matemática de Benito Bails. Generación y primeros pasos del nuevo cálculo*. Universidad de Valladolid, Valladolid.
- Simpson, T. (1750). *The doctrine and applications of fluxions* Londres: H.D. Symonds.
- Taylor, B. (1715). *Methodus incrementorum directa et inversa*. Londres: William Pearson.
- Verdejo, F. (1802). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas para instrucción de la juventud (Tomo II)*. Madrid: Imprenta de la Viuda de Ibarra.
- Villalpando, F. (1778). *Tractatus Praeliminaris. Mathematicorum Disciplinarum Elementa in usum Physicae candidatorum*. Madrid: Joaquín Ibarra.



## CAPÍTULO 6

---

### FORMACIÓN DE MAESTROS EN ESPAÑA EN EL PERIODO DE LA HERMANDAD DE SAN CASIANO: LA ARITMÉTICA EN EL *ARTE DE LEER CON ELEGANCIA* [...] DE DIEGO BUENO

### FORMATION OF TEACHERS IN SPAIN DURING THE PERIOD OF HERMANDAD DE SAN CASIANO: ARITHMETIC IN *ARTE DE LEER CON ELEGANCIA* [...] OF DIEGO BUENO

CARMEN LÓPEZ ESTEBAN, FERNANDO ALMARAZ MENÉNDEZ  
*Universidad de Salamanca*

MARÍA JOSÉ MADRID  
*Universidad Pontificia de Salamanca*

#### RESUMEN

Este capítulo está dedicado a los antecedentes de las escuelas normales españolas. Haremos un recorrido histórico-educativo desde lo que en un principio se puede considerar como una sociedad gremial: la Hermandad de San Casiano, hasta que en 1839 se crea en Madrid la primera institución oficial para la formación de los maestros de enseñanza primaria, con el nombre de Escuela Normal de Instrucción Primaria; hay que señalar que la propia norma de creación da preferencia al «método lancasteriano», con la intención de que los maestros salidos de la Escuela lo difundan por todo el país, pero no es hasta 1841 cuando se crean las primeras Escuelas provinciales. Completamos la visión de esos maestros con el currículo de la acreditación que se estableció en la Hermandad de San Casiano, centrandó la atención en los conocimientos de Matemáticas que se requerían en la formación de Maestros en España durante el S. XVIII.

Palabras clave: *Hermandad de San Casiano, historia de las matemáticas y la educación matemática, manuales, aritmética*

## ABSTRACT

This chapter is dedicated to the background of the normal Spanish schools. We will make a historical-educational tour from what at first can be considered as a trade union: the Hermandad de San Casiano, until in 1839 the first official institution for the training of primary school teachers is created in Madrid, with the name of Normal School of Primary Instruction; it should be noted that the creation norm itself gives preference to the «Lancasterian method», with the intention that teachers out of the School spread it throughout the country, but it is not until 1841 when the first provincial schools are created. We completed the vision of these teachers with the accreditation curriculum that was established in the Hermandad de San Casiano, focusing our attention on the knowledge of Mathematics that was required in the training of teachers in Spain during the 18th century.

Keywords: *Hermandad de San Casiano, history of mathematics and mathematics education, manuals, arithmetic.*

## INTRODUCCIÓN

LA EDUCACIÓN OCUPÓ UN LUGAR central en el pensamiento de los ilustrados españoles, puesto que consideraban que a través de la misma se produciría la renovación cultural y el desarrollo económico, al mismo tiempo que afianzarían su proyecto político (Ruiz Berrio, 1988), en el que la enseñanza de primeras letras estaba a cargo principalmente del clero regular o secular y, en menor medida, de maestros. Ruiz Berrio (1988) afirma que en esta etapa la educación se impartía en colegios de instituciones eclesiásticas o en escuelas municipales o bien por preceptores privados, fundamentalmente entre las clases más altas. Según Antonio Viñao (1988) la situación de la educación durante la Ilustración en España era bastante deficiente, los niveles de alfabetización eran muy bajos, al igual que los niveles de escolarización, la formación de los profesores asimismo muy deficiente y el control del Estado sobre la misma bastante escasa, pues no se debe olvidar que la Iglesia era quién realmente monopolizaba la educación en España. A lo largo de finales del siglo XVIII y primer cuarto del siglo XIX se fueron sucediendo diversas instituciones, siempre a la zaga de los movimientos pedagógicos desarrollados en los países europeos (Anguita, 1997).

Las primeras escuelas de formación de profesores de carácter laico surgieron en Alemania y Francia. Ruiz Berrio (1980) afirma que:

La que se considera primera Escuela Normal del mundo es la creada por decreto de la Convención Nacional el 30 de octubre de 1794; el hombre que la propuso fue Lakanal. Su idea era la de que esa Escuela Normal fuese el tipo y la regla de todas las demás. (pp. 105-106)

Aunque dicho proyecto tuvo escasa vigencia, en Francia las Escuelas Normales se establecieron definitivamente en 1811 (Escuela Normal de Estrasburgo), siguiendo en parte el modelo de los seminarios de maestros alemanes.

En España la primera Escuela Normal se fundó el 8 de marzo de 1839, pero anteriormente a la fecha indicada encontramos en nuestro país precedentes significativos sobre la formación de los maestros.

## CÓMO SE ORIGINÓ LA ACREDITACIÓN

Podemos remontarnos al siglo XIV para localizar los antecedentes de la formación del magisterio en España. Si bien ya entonces existía la figura del maestro, no parece que su preparación contara con un ordenamiento académico establecido legalmente para tal fin. Luzuriaga (1916) nos indica la fecha de la primera idea de título de maestro:

No obstante, comienza a despertarse la conciencia sobre la necesidad de una regulación. En 1370, una Real Cédula promulgada por Enrique II de Castilla autorizaba al Consejo de Castilla para que examinara a los maestros y expidiera los títulos que estimara oportunos. (p.11)

Esta fecha es aproximada, como indica Delgado (1994) en *Historia para la Educación en España y América*, ya que Luzuriaga hace referencia a una copia de esta Cédula de 1717, donde además se recogen los privilegios de los maestros de primeras letras concedidos por los sucesivos reyes. Para acercarnos a los antecedentes de las Escuelas Normales españolas debemos remontarnos al siglo XVII y primera mitad del XVIII cuando la capacitación docente se regía por mecanismos gremiales. La formación docente se realizaba de modo similar al llevado a cabo para el aprendizaje de otros oficios. Mediante mecanismos corporativos de control gremial y administrativo, el aprendiz actuaba al lado de un maestro como pasante, leccionista o ayudante durante un tiempo determinado. Estos aprendices debían superar unas pruebas ante las Juntas examinadoras que les capacitarían para el ejercicio profesional. Habilitado el aprendiz como maestro podía ejercer la docencia. García Hoz (1974) recoge la Ordenanza de 1588, cuando el rey Felipe II ordenó:

[...] ninguna persona que haya sido maestro de escuela o quiera serlo, no ponga escuela pública ni la tenga en pueblo ni parte alguna destos [sic] reinos sin ser primero examinado, o por lo menos aprobado para ello como aquí se dirá, so pena de treinta mil maravedises por la primera vez que lo hiciere; y si no tuviere con qué pagarlos destierro del reino por tres años. Y que ningún maestro examinado y aprobado enseñe a leer y escribir la lengua castellana sino por instrucciones y cartillas impresas de aquí adelante con licencia de los de mi Consejo, so pena de privación de oficio de maestro por tres años la primera vez que se le probare y la segunda de privación perpetua». Además, tendrán que proporcionar «información de sus costumbres, que no son viciosos, dados à vino ni deshonestos, y que no juran ni juegan, ni son hijos ni son nietos de judíos, moros, hereges [sic] ó quemados, ni penitenciados por el Santo Oficio, ni pos otros castigos infames y deshonorados, y que saben la Doctrina Christiana como la Iglesia manda que se sepa». Se establecen dos clases de maestro, unos para todo el país, y otro para las localidades correspondientes, responsabilizando de este último a los Corregidores y Gobernadores de las ciudades y cabezas de partidos realengos y de Señoríos,

que se ocuparan de que algún maestro examinado si lo hubiere, «y si no de dos personas de letras y religiosos y otros seglares los que más noticia tuviesen de la lengua y escriptura [sic] castellana. (p. 597)

Esta Real Cédula se emite después de escritos y memorándum de corregidores y maestros de escribir y contar y doctrina cristiana. Gómez Camacho (2019) nombra como responsables de estos escritos a los maestros Juan de Espinosa, Alonso Roque, Fernando de Ribera, Benito Ruiz, Pedro Gómez, Francisco de Montalvo, Domingo López de Iriarte y Santiago de Mújica. También, fueron decisivas las *Advertencias* del Conde de Barajas de 1588 (que presidió el Consejo de Castilla desde 1582 a 1593), donde se exponían duras críticas a las escuelas de Madrid. En esta Real Cédula se establece que sería el Consejo de Castilla el que resolvería los litigios sobre la expedición de títulos a los maestros.

## LA HERMANDAD DE SAN CASIANO

Es Buenaventura Delgado (1980) quien más se ha ocupado de los maestros antiguos antes de la creación de las Escuelas Normales en España y afirma que en el siglo XVII existen preceptorías y escuelas de primeras letras y casi se carece de escuelas populares. Algunos municipios protegen ya a los maestros y les reconocen ciertos privilegios e incluso en estos lugares se hizo obligatoria la enseñanza, penalizándose a los padres por esta causa, sin embargo, no fue corriente y la enseñanza elemental junto con la profesional de maestros no prosperó demasiado. Estas instituciones estaban regidas por párrocos, sacristanes y laicos medianamente instruidos que impartían: catecismo, lectura, escritura y algo de cálculo. De entre ellos podemos citar a los madrileños López de Hoyos, José Moya, Felipe Zabala, José de Casanovas y Juan de la Cuesta, este último maestro calígrafo que publicó en Alcalá de Henares en 1589 un *Libro y Tratado para enseñar a leer y escribir brevemente* (Cuesta, 1589).

A esta época caracterizada por la individualidad y aislamiento del maestro, le siguió otra basada en la cooperación entre los mismos, fruto de la cual fue el nacimiento en Madrid en 1642 de la Hermandad de San Casiano autorizada por el Rey Felipe IV cuyos objetivos se basaban en «la protección del maestro y mejora de la enseñanza», según Gil de Zárate (1855, p. 239): «Para ello dentro de la organización existía la figura del Maestro examinador de los nuevos aspirantes a los que se les exigía además de otros requisitos y conocimientos, haber sido pasante cuatro años con maestro aprobado en esta Corte».

Comenzó esta Hermandad con unos treinta maestros destacando entre sus fundadores los nombres de Joseph de Casanova y Felipe de Zavala, quienes en 1647 elaboraron las primeras Ordenanzas, aprobadas en 1668 por el Rey. Martínez Navarro (1982) recoge estas primeras Ordenanzas de la Hermandad de San Casiano, que si en principio surgió con fines piadosos y una ideología católica pronto se convirtió en un organismo que representaba los intereses de los maestros:

Una Congregación muy ilustre y ejemplar en la cual observan los hermanos entre sí particular amor, atención y conformidad, amparándose en las cosas lícitas y deseándose bien unos a otros; continuamente se animan a la perseverancia en la virtud, devoción y frecuencia de los Santos Sacramentos, y con especialidad en las festividades del Santo. Y en las juntas guardan sumo silencio y quietud, evitando toda porfía. Dicen su parecer con llaneza y veneración de los demás decanos, sita en el Real y gravísimo convento de los Padres Calzados de la Santísima Trinidad, donde la Congregación tiene cuatro sepulturas para enterrar a los difuntos hermanos.

Cuando algún congregante muere, su esposa o sus hijos, tienen obligación todos los hermanos a asistir a sus entierros, para acompañar y llevar la cera que para este efecto tiene la Congregación, que son 24 hachas y más dos cirios, y si es sumamente pobre lo ha de enterrar de limosna y lo mismo se ha de observar con las mujeres e hijos de los pobres congregantes. A cada uno el día que muere, o si no el día siguiente, se le dicen 24 misas, y en la Octava de Todos los Santos se dicen 100 por todos los difuntos de la Congregación. (p. 274)

Como hacían otras congregaciones o gremios, solicitaron muy pronto del Consejo de Castilla que redujera el número de escuelas públicas en Madrid (lo que aceptó este dejándolas en treinta) y se preocuparon de los exámenes a los aspirantes, empezando por nombrar la Hermandad los examinadores de entre sus propios miembros. Esta Hermandad nace bajo la advocación de San Casiano, mártir de Inmola (Italia) del siglo IV, maestro que muere a manos de sus alumnos, acusado de ser cristiano por las autoridades romanas que deciden entregarlo a sus discípulos para que le castigaran, primero desnudándole y atándole para luego herirle y traspasar su cuerpo con los estiletos que utilizaban para trazar sobre las tablillas de cera los surcos de la escritura (Mause, 1982).

Según Fernando Ventajas Dote (2007), estos procedimientos de los exámenes a maestros no estaban regulados, hasta que la Hermandad de San Casiano lo estableció en sus Ordenanzas de 1667, que fueron renovadas en 1668, 1695, 1703, 1705 y 1719. En el siglo XVIII, por una Real Cédula de 1 de septiembre de 1743, ordenada por Felipe V, se concede a los maestros de primeras letras y en especial a la Hermandad de San Casiano el derecho a examinar a los aspirantes a maestros y la facultad de nombrar veedores o visitantes, que vigilen la marcha de las Escuelas. Otra Real provisión del 20 de diciembre de 1743 prohibía la coeducación de niños y niñas en la Escuela. Hacia 1771 a fin de impulsar la enseñanza se emprendió una reforma general de estudios, cuyo resultado fue la definición de los requisitos indispensables que todo estudiante debía cumplir a la hora de ejercer con posterioridad la enseñanza elemental, y que en síntesis son, según Gil de Zárate (1855, pp. 238-239):

- Haber sido examinado y aprobado de doctrina cristiana por el ordinario eclesiástico.
- Acreditar buena vida, costumbres y limpieza de sangre.
- Sufrir un examen relativo a la pericia en el arte de leer, escribir y contar.
- Haber logrado la aprobación de estos ejercicios por la Hermandad de San Casiano, la cual concedía el título de maestros y designaba la plaza.

En el título se hacía constar el lugar donde podría ejercerlo, esta circunstancia dio lugar a la emisión de tres tipos de títulos: el primero general para la Corte; el segundo, para Ciudades y Villas de largo vecindario; el tercero, para Lugares Aldeas, y Villas cortas.

## COLEGIO ACADÉMICO DEL NOBLE ARTE DE LAS PRIMERAS LETRAS

Durante el reinado de Carlos III, el auge de la docencia, así como la obligatoriedad de la primera enseñanza se hizo notar ampliamente. Las ideas pedagógicas del Reformismo Ilustrado incluyeron dentro del plantel docente a maestros seculares, se legisló sobre exámenes a puestos docentes, así como sobre los veedores de la enseñanza (antecedentes de los inspectores).

En 1780 se creó el Colegio Académico del Noble Arte de las Primeras Letras, que reemplazó a la Hermandad de San Casiano (Gil de Zárate, 1855), cuyos estatutos fueron aprobados por provisión del Consejo en diciembre del mismo año: «Compóngase esta academia de todos los profesores de Primeras Letras destinados a la regencia de las escuelas públicas establecidas en las Cortes» (pp. 238-239).

A ella podían asistir un número de 24 leccionistas para perfeccionarse en el arte de la enseñanza y en la lectura de obras didácticas y pedagógicas como: *La introducción a la sabiduría* de Vives, *Los Diálogos sobre la dignidad del hombre* de Pérez de Oliva, así como el manejo de textos de la Academia de la Lengua como *Orígenes de la Lengua Castellana* de Alderete y *Orígenes de la Lengua* de Mayans y Siscar. Gil de Zárate (1855) también nos presenta las reformas sucesivas de este Colegio Académico del Noble Arte de las Primeras Letras:

En 1783 por una Real Cédula de Carlos III se adoptan nuevas medidas para formar maestros y se exige de los mismos buenas costumbres y saber enseñar doctrina, costura y lectura. Carlos IV continuó la gestión de su antecesor hasta 1791, año en que deroga dicho Colegio y erige la Academia de Primera Educación, dependiente de la Secretaría de Estado y cuyo poder era compartido por la Junta de Caridad y ambas instituciones tenían a su cargo la formación, examen y colocación de los maestros. (p.240)

La academia denotaba una clara influencia francesa que se hizo más patente al crearse la cátedra para explicar temas de educación y enseñanza, momento este en el que se vislumbra la posibilidad de crear en España una Escuela Normal. En 1796 cambió su denominación por Real Academia de Primera Educación, como nos dice García Hoz (1974), cuyos estatutos y reglamentos fueron aprobados por el Consejo de Castilla en 1797, destacando en el mismo el artículo 14 por el que se crea una cátedra para: «Instrucción de pasantes, leccionistas y demás sujetos que se dediquen al magisterio de primeras letras y se afirmaba que se arreglará el establecimiento y método de las Escuelas Normales o colegios de profesores de primeras letras» (p.597).

El artículo 15 señalaba una función inspectora de sus discípulos:

Como en las escuelas de Madrid debe establecerse un mismo método, el cual ha de ser observado puntualmente por los maestros, bajo la vigilancia inmediata de las personas que se destinan a este efecto, se reputarán por Escuelas Normales todas las de la Corte. Los discípulos de la expresada cátedra deberán asistir también los ratos que pudieran a las escuelas públicas en calidad de practicantes, para ejercitarse en el modo de tratar a los niños y observar el arreglo y policía interna de las aulas. (García Hoz, 1974, p.1265)

Como se observa en este texto aparecen ligeras indicaciones respecto a las prácticas de enseñanza y como indica Escolano (1982, p.65): «Constituyen las primeras muestras del intervencionismo estatal en España en la preparación de los maestros, si bien el tratamiento académico del tema era aún incipiente».

Esta institución conservaba las mismas atribuciones que la Hermandad de San Casiano robustecida con la Sanción Real. Entre los objetivos de esta institución se hallaba la apertura de «Escuelas Normales o Colegios de Profesores de Primeras Letras» (Ruiz Berrio, 1980). La actividad de esta Academia destaca significativamente por la publicación del primer Reglamento General de Escuelas y por sus Estatutos –elaborados en el año 1797– en los que se establecía la creación de una «Cátedra de Educación», destinada a la formación teórico-práctica de los alumnos. Por otra parte, la Academia concebía el aprendizaje de las técnicas de enseñanza como un entrenamiento junto a un maestro experimentado. Esa formación práctica se realizaría en las escuelas públicas de Madrid, denominadas «Escuelas Normales». En el referido año de 1797 se recogió por primera vez en documentos oficiales el término «Normales», equivalente a escuelas «modelo» que marcarían la pauta educativa a la que debían atenerse el resto de las escuelas públicas. Con posterioridad, esta acepción se generaliza para designar a los centros de formación de maestros. La Academia de Primera Educación se caracterizó por su breve actuación, ya que desapareció en 1804.

## PLAN GENERAL DE INSTRUCCIÓN PRIMARIA

Ya en el siglo XIX hay precedentes inmediatos a la creación de la primera Escuela Normal española, sobre los cuales existen trabajos clásicos como los de Luzuriaga (1916), que nos hacen ver que los progresos de la sociedad industrial y la creciente demanda social de la escolarización exigían el establecimiento de un cuerpo docente, adaptado a las nuevas necesidades del aparato escolar que se iba gestando y formando en instituciones docentes adecuadas (Delgado, 1980). Así, en 1804 se reorganizó la Academia y quedó libre la formación del maestro, sin más requisitos que la demostración de que las pruebas acreditativas para la docencia las realice la Junta de Exámenes de Madrid, lo que implica una mayor participación del gobierno en temas docentes. A la Academia de Primera Educación le sustituyó la Junta de Exámenes hasta que al pasar las escuelas a la tutela del gobierno municipal las diputaciones asumieron los exámenes de los maestros. La inauguración en 1806 del Real

Instituto Militar Pestalozziano en Madrid, que difundía el método acuñado por el insigne pedagogo, fue un síntoma del progresismo de la época. A todos los alumnos que asistían a este instituto se les expedía un título que les facultaba para aplicar dicho método de enseñanza. Años más tarde, se realizó otro ensayo al fundarse en 1818 la Escuela de Enseñanza Mutua, centro que evolucionó y se convirtió en 1821 en «Escuela Normal de Enseñanza Mutua». Esta experiencia no se consolidó, pues se interrumpió con la vuelta de los conservadores al poder en 1823.

Con un planteamiento similar, la Hermandad de San Casiano, el Colegio y la Academia, respondían a las expectativas propias del momento en que fueron concebidas (Pereyra, 1993). Con el retorno del absolutismo se establecieron en las capitales de provincias unas Academias de maestros y pasantes, cuya misión se concretó en la preparación magisterial. Bajo la regencia de la reina María Cristina, en un ambiente de clara conmoción social, se institucionalizaron las Escuelas Normales de Instrucción Primaria. Este hecho se produjo en 1834, fecha en que la reina regente firmó un decreto para que una Comisión estudiara un Plan General de Instrucción Primaria (López del Castillo, 2013). En este se decretó la implantación del sistema de Enseñanza Mutua y también se instaba a establecer «una normal, en la que se instruyan los profesores de provincias que deben generalizar en ellas tan benéfico método» (Moscoso de Altamira, 1834, p. 849). Se le concedió una importancia especial a la enseñanza primaria y en el decreto se incluyeron dos becas para dos personas para que estudiaran in situ el método lancasteriano, para lo cual se trasladarían a Londres «a estudiar en la Escuela Normal fundada por la Sociedad «Escuelas Británicas y Extranjeras» los conocimientos indispensables para el establecimiento de una Escuela Normal Lancasteriana» (González, 1994, p. 178).

La citada Comisión diseñó el proyecto en el que se incluía una escuela práctica anexa a la Normal. Antón Matas (1950) escribe que la escuela práctica comenzó a funcionar en 1835. En este equipo participaba el ilustre pedagogo Pablo Montesino, el proyecto una vez presentado al gobierno fue ratificado e incorporado al Plan de Instrucción Pública del Duque de Rivas; aunque las Cortes no pudieron aprobarlo ante el inminente golpe de estado, sirvió de plataforma para los planes posteriores. Quedaba con ello bastante claro el objetivo de la formación magisterial; así en los artículos 13 y 14 del *Real Decreto de 4 de agosto de 1836* se establecía lo siguiente:

Art. 13. Habrá en la capital del Reino una Escuela Normal Central de instrucción primaria, destinada principalmente a formar maestros para las Escuelas Normales y subalternas y pueblos de la provincia de Madrid, quedando refundida en este establecimiento la Escuela Normal de Enseñanza Mutua, constituida por Real Orden de 7 de septiembre de 1834.

Art. 14. Cada provincia podrá sostener por sí sola, o reunida con otra u otras provincias, una Escuela Normal primaria para la correspondiente provisión de maestros.

El ministro Godoy asegura en sus memorias, como recoge Gil de Zárate (1855, p. 243) que era necesario tener buenos maestros y se determinó un real decreto por el

que se constituía a aquel magisterio en: «Especial carrera, se sujeté a exámenes donde estos podían hacerse y nombré una comisión para que remitiese cuantos métodos de enseñanza populares se encontrasen en haga y mereciesen estima en Europa».

Así se introdujeron en España las corrientes pedagógicas: pestalozziana y el método de enseñanza mutua, con la creación de centros docentes para el seguimiento de ambos métodos respectivamente, el Real Instituto Militar Pestalozziano, en 1806, y escuelas mutuas lancasterianas, a partir de 1819 (Lorenzo Vicente, 1995). La situación lastimosa de los maestros en esos momentos se recoge en Gil de Zárate (1855, p. 243):

En abril de 1806 el Consejo de Castilla emitió una circular en la que indicaba que en todas las capitales debía formarse una junta de exámenes que con cierto rigor dotara a los pueblos de mejores maestros, muchos de estos proyectos no prosperaron debido a las sucesiones vertiginosas de planes, reglamentos y reformas de enseñanza como consecuencia de los avatares políticos, ideológicos dispares y ensayos de regímenes diferentes y a veces contradictorios que produjeron en los primeros años del reinado de Fernando VII y además, debido a la guerra, el estado de la Instrucción Primaria era en verdad lastimoso.

En la legislación educativa decimonónica, previa a la creación de la primera Escuela Normal española, se acentúa poco a poco la intención pedagógica, pero todavía no se trata explícitamente de la formación profesional del Magisterio. En el informe Quintana (González de Navas, de Vargas Ponce, de Tapia, Clemencin, de la Cuadra y Quintana, 1813) no se habla de Escuelas Normales, aunque sí de la habilitación de los maestros por medio de un examen.

En el Reglamento general de Instrucción pública, decretado por las Cortes de 1821, se abordó el tema de las circunstancias que deben adornar a los maestros, forma de sus exámenes y modo de nombrarlos, dotarlos, removerlos y jubilarlos, pero nada se dice, sin embargo, sobre la enseñanza normal, tal y como puede observarse en el siguiente párrafo del *Reglamento general de Instrucción pública, decretado por las Cortes* (1821):

Los maestros de estas escuelas públicas deberán necesariamente ser examinados; por ahora se verificarán estos exámenes en la capital de la respectiva provincia; y por lo que hace a Ultramar, si la gran distancia no lo permitiese en alguna provincia, se harán los exámenes en las cabezas de partido o donde y por quienes las Diputaciones provinciales determinen. (p.5)

Sin embargo, las revueltas políticas del momento impidieron el desarrollo de esta normativa. El *Plan y Reglamento de Escuelas de Primeras Letras* se promulgó el 16 de febrero de 1825, más conocido como Plan Calomarde, con él se produjo una vuelta a la situación de 1771. El Plan no satisfizo, pero el Reglamento exigió a los maestros exámenes y títulos, aspectos que se cumplieron.

En el periodo posterior a la muerte de Fernando VII, en plena transición hacia el régimen liberal, se habla por primera vez en nuestra legislación del estableci-

miento de una Escuela Normal. El Decreto de 31 de agosto de 1834, como hemos comentado, creaba una comisión para el estudio de las reformas de la primera enseñanza, a la que se le encargaba, entre otras cosas ocuparse: con preferencia como objeto más urgente e interesante de sus tareas, de todo lo que convenga para restablecer en esta Corte las escuelas de enseñanza mutua lancasteriana, Gil de Zárate (1855, p.247), y sobre todo: «Una Escuela Normal en la que se instruyan los profesores de las provincias que deben generalizar en ellas tan benéfico método, por los medios que nos propondréis con este objeto».

Refrendaba el Decreto el Ministro D. José Moscoso de Altamira, pero no es aventurado pensar que fue inspirado por D. Pablo Montesino, a quien puede considerarse como fundador de las Escuelas Normales.

Los acontecimientos políticos del país impidieron llevar a buen término el programa institucional y académico que culminaría la formación del magisterio primario. Este intento de instaurar una Escuela Normal basada en el modelo de enseñanza mutua fracasó. Sin embargo, cinco años después se gestó la Escuela Normal. El 8 de marzo de 1839, con el apoyo incondicional de Pablo Montesino y gracias a la gestión administrativa de Gil de Zárate, se instituyó lo que muchos investigadores han estimado la primera Escuela Normal del Estado español (Ruiz Berrio, 1984). Por tanto, los proyectos iniciales de configuración de las Escuelas Normales, equivalentes a los primeros intentos por formalizar y sistematizar la formación de maestros, se vinculaban a determinadas fórmulas metodológicas ya conocidas en otras partes de Europa. En 1836 se aprobó el plan Duque de Rivas sancionado por el gobierno sin pasar por las Cortes, que no entró en vigor debido al motín de La Granja y por no haber pasado por el órgano legislativo correspondiente, sobre él Gil de Zárate (1855, p.179), dice que: «Tuvo gran influencia en el porvenir de la enseñanza, sirvió de base para todos los proyectos que después se presentaron a las Cortes y se tuvo muy presente en la reforma radical de 1845».

Poco antes de abrirse la primera Escuela Normal, en el *Plan de Instrucción Primaria* (1838), planteado por la ley de 21 de julio de 1838 y firmado por el Marqués de Someruelos, se consignó ya la obligación de crear Escuelas Normales como aparece en el artículo 11 del mismo que dice: «Art. 11. Cada provincia sostendrá por si sola o reunida a otra u otras inmediatas una Escuela Normal de enseñanza primaria para la correspondiente provisión de maestros».

Pablo Montesino, iniciador del fomento de las Escuelas de Párvulos en España y de la formación adecuada de los maestros, vio realizado su proyecto, largamente perseguido, de inaugurar en España una Escuela Normal gracias también a la cooperación de Antonio Gil de Zárate. Este último tuvo la idea, que acogió con entusiasmo el Ministro Pita Pizarro y llevó a efecto por una Real Orden de 9 de abril de 1837, de ordenar a las provincias que pensionasen jóvenes como alumnos de la futura Escuela Normal (Ruiz Berrio, 1968).

Las circunstancias políticas acaecidas por el desarrollo de la guerra civil carlista, suspendieron la ejecución de aquella Real Orden, hasta que el Marqués de Valígor-

nesa la puso de nuevo en vigor por otra de 30 de septiembre de 1838, y se logró inaugurar la primera Escuela Normal Central el 8 de marzo de 1839, con el nombre de Escuela Seminario de Maestros del Reino, ubicándose en el edificio de la calle Ancha de San Bernardo, número 80. La Gaceta de Madrid del 9 de marzo dio cuenta del acto inaugural, precedido de un informe del secretario de la Dirección General de Estudios, Javier de Quinto sobre los trámites y las dificultades que se habían tenido que superar y recogiendo el Discurso del director del nuevo establecimiento. En el día y edificio mencionado D. Pablo Montesino dirigió por primera vez, la palabra a los jóvenes de provincias que venían a iniciarse en el principio de formar ciudadanos útiles y virtuosos. El acto estuvo presidido por el Ministro Antonio Hompanesa de Cos y asistió también una Comisión de la Dirección General de Estudios, compuesta de D. Manuel J. Quintana, D. Manuel J. Tarancón, D. Manuel A. López y D. Javier de Quinto. Además, junto a Montesino se hallaban los profesores universitarios llamados a cooperar con él en la obra de formar los maestros del porvenir (La Gaceta de Madrid, 1839).

Con treinta discípulos se inauguraron las clases de la Normal Central de Maestros (Sardá, 1904, pp.176-178, citado en Gutiérrez Zuloaga, 1989, p.50):

Ellos fueron después los encargados de difundir la nueva savia por todas las Normales españolas destacando por su espíritu docente D. Mariano Carderera, D. Francisco Medina Ballesteros, D. Joaquín Avendaño, D. Jacinto Sarrasé, D. José M Flores, D. José Arce Bodega, D. Laureano Figuero, y otros.

La Escuela funcionó desde su fundación hasta 1853 en régimen de internado, a fin de asegurar su influjo sobre el alumnado organizado y dirigido por Pablo Montesino, que ejerció el cargo de Director de la Escuela desde 1839 hasta 1849 fecha de su fallecimiento. Le sucedieron en el cargo D. Francisco Iturzaeta, D. Miguel Dorda, D. Juan Eugenio Hartzenbusch y otros.

Para el ingreso en el Centro se fijaban ciertos requisitos físicos, morales y culturales. El plan de estudios a seguir por los alumnos comprendía dos cursos completos durante los cuales se impartían las siguientes asignaturas: Religión y Moral; Lengua Castellana; Aritmética y Elementos de Geometría, Dibujo Lineal, Elementos de Física, Elementos de Historia Natural; Geografía e Historia; Principios Generales de Educación Moral, Intelectual y Física, métodos de Enseñanza y Pedagogía; Lectura, Escritura y, como materias optativas, la Agrimensura y las lenguas francesa e inglesa. Las prácticas se realizarían en la Escuela Práctica, aneja al Seminario de Maestros, denominación inicial del establecimiento (La Gaceta de Madrid, 1839).

## PLAN DE ESTUDIOS EN LA HERMANDAD DE SAN CASIANO

Ruiz Berrio (2004) en su trabajo sobre «El oficio de maestro en la Época de Cervantes» nos indica que los exámenes a los maestros habían comenzado en la última década del siglo XVI, observación que parece confirmar la copia de un título de maestro que incluye, el de Juan Lorenzo López, expedido en 27 de julio de

1591, y en el que se lee que Ignacio Pérez, Roque de Liaño y Alonso Roque eran «examinadores perpetuos y generales del nobilissimo arte de leer, escribir y contar en estos Reynos de España, en virtud de Reales Ordenes de su Magestad y Señores de su Real Consejo de Castilla».

Según Gómez Camacho (2019) en la última década del reinado de Felipe II, es normal que maestros examinadores o aprobadores colaborasen con las diversas autoridades civiles y eclesiásticas para certificar las habilidades en lectura, escritura y cálculo de quienes pretendían abrir una escuela pública, de la misma forma que los párrocos eran responsables de los informes de vida y costumbres.

De esta primera época no conocemos disposiciones, pero sí tenemos información sobre exámenes del título de maestro por el título de maestro de Juan Lorenzo del que hemos hablado, que se dice que cumple las condiciones para presentarse a examen, incluida la Licencia eclesiástica para enseñar la doctrina cristiana, y luego detallan que los contenidos de su examen examen, que según Ruiz Berrio (2004, p. 24) son:

- escribir «letra redonda, antigua, bastarda, liberal y aprocesada»
- conocer firmas, rúbricas y letras falsas;
- conocimiento de «las cinco reglas de cuentas, la orthographia y líneas que comprehenden las letras, particularmente las mayúsculas que llaman latinas o góticas, para su perfección, orden, igualdad, disposición, hermosura, simetría y distribución».

En las primeras Ordenanzas de la Hermandad de San Casiano de 1668, que recoge Martínez Navarro (1982), no se regula el tipo de examen, pero en la ordenanza IV se establece que:

No se admita a examen de Maestro de dicho Arte a persona alguna que no tenga veinte años cumplidos [...] y que han de probar aver asistido con Maestro aprobado dos años continuos, y hacer información de su limpieza y buenas costumbres, por los yerros, y malos abusos que pueden acaecer, no siendo persona en quien concurren las calidades, y suficiencia, que para tales Maestros se requiere, enseñando a los niños la Doctrina Christiana, y buenos documentos, en quanto se debe mirar, por ser el principio de la enseñanza de nuestra Santa Fé Católica. (p. 278)

Según Ruiz Berrio (2004) las primeras disposiciones concretas sobre las condiciones para ser Maestro en Madrid y en las poblaciones importantes del Reino, aparecen en un Decreto especial del Consejo de Castilla de 16 de agosto de 1719, que dispone los requisitos ser Maestro de la Corte y Villa de Madrid, es decir, maestro de primera categoría. Luzuriaga (1916, p. 24) transcribe de lo que los aspirantes a maestros tendrían que examinarse:

- que lea sueltamente en un Libro de molde de letra romanilla y de coro, o Bula, y en letra manuscrita antigua muy dificultosa; que lea de seguido en las syllabas de la Cartilla, y que deletree algunos nombres, dando sentido a lo que leyese;
- que escriba todo tipo de letras y en todo tipo de números, indicando la composición de todos los trazos, y qué es escribir;

- cómo ha de enseñar esta letra bastarda a los niños, y el gobierno y disposición de la Escuela;
  - en Ortografía tendrían que dar razón de lo más preciso;
  - en la Aritmética, que sepa las cuatro reglas generales, con los quebrados y reglas de reducción y prorrateos, Reglas de tres, directa con tiempos, y de quebrados, y enteros, y de quebrados solos, y falsas posición, reglas de aligaciones y mezclas, y de Testamentos, la extracción de la raíz cuadrada y cúbica;
  - y en la Doctrina Christiana ha de dar razón de lo que contiene el Catecismo del padre Gerónimo Ripalda, y en particular del Misterio de la Santísima Trinidad, y Humanidad, con los demás Misterios de Nuestra Santa Fé Católica;
- pues ejecutando los Exámenes en esta forma habrá en esta Corte grandes maestros, que sepan el Arte de Escribir científicamente

Según señala Viñao (1988) esta congregación, con la excusa de la calidad de la enseñanza, defendió los intereses de los maestros frente a los poderes municipales, eclesiásticos y estatales, además de limitar el número de maestros por intereses económicos. Para Bernabé Bartolomé (1993), los aspectos más positivos de la Hermandad y Congregación de San Casiano fueron la mejor selección y preparación de maestros de primeras letras y la publicación de manuales de lectura, escritura, cuentas y ortografía preparados para la educación de los niños y para la preparación del examen a maestro.

Uno de estos libros es el escrito por el maestro Diego Bueno: *Arte de leer con elegancia las escrituras más generales y comunes en Europa, como son redonda, bastarda, romano, grifa, gótica, antigua y moderna. Formar las letras con facilidad y acierto. Escribir cartas con ortografía según los entendidos. Y contar con sutilísima destreza las reglas generales de tres o proporción, compañías, testamentos, baratas; alegaciones y falsas posiciones*, que como examinador de maestros de la ciudad de Zaragoza puso a disposición de los futuros maestros un manual para preparar el examen que debían aprobar para ejercer.

#### ANÁLISIS DE CONTENIDO DE LAS MATEMÁTICAS DEL LIBRO *ARTE DE LEER CON ELEGANCIA* [...] DE DIEGO BUENO (1700)

El Análisis de Contenido tal y como aquí se presenta, es una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las Matemáticas. Hemos utilizado la metodología recogida en el artículo de Sierra y López (2013), así como la tesis doctoral de López (2011) ya utilizadas en otras investigaciones en este ámbito (López, Almaraz y Maz-Machado, 2017; Maz y Rico, 2009; Maz-Machado y Rico, 2015; Madrid, Maz-Machado y López, 2015; Rico y Picado, 2011). Por ello, comenzaremos contextualizando el autor y la obra y seguiremos con el Análisis Cognitivo donde analizaremos cuales son las definiciones de los contenidos matemáticos como objetos de aprendizaje, estableceremos una clasificación detallada de ellos y mostraremos el sistema de relaciones que se generan entre los distintos tipos de contenidos; se sigue con el estudio y revisión de los Sistemas de Representación, concretados en cualquier modo de hacer presente

un concepto (Castro y Castro, 1997): mediante signos o símbolos especiales, mediante esquemas, gráficos o figuras; junto al Análisis Fenomenológico que consiste en delimitar aquellas situaciones donde tienen uso los conceptos matemáticos involucrados. Concluiremos con un análisis de las cuestiones sobre metodología de enseñanza y privilegios de los maestros que Diego Bueno recoge en su obra.

## 1. EL AUTOR Y SU OBRA

El autor, Diego Bueno de Virto (cuya imagen está grabada en la segunda cubierta del libro), según los archivos de la Real Academia de Historia (Galende, 2018), nació en la localidad navarra de Miranda a finales de 1645 o principios del año siguiente. Se cree que allí, o en Tafalla, inició su formación, que continuó en Zaragoza. Allí se afincó y logró despuntar notablemente como calígrafo y escritor, alcanzando una cómoda posición social. Fundó una escuela pública y fue examinador de maestros de la ciudad. Falleció en el primer tercio del siglo XVIII, probablemente en Zaragoza.

Como examinador de maestros, Diego Bueno puso a disposición de los aspirantes un manual para preparar el examen que debían aprobar para ejercer. De él se imprimieron tres ediciones con tres títulos diferentes:

- *Arte nuevo de enseñar a leer, escribir, y contar príncipes y señores*, Domingo Gascón, Zaragoza, 1690;
- *Escuela donde se enseña el arte liberal de leer, con buen sentido, hacer buena letra, escribir bien, y contar con destreza a príncipes, nobles y plebeyos*, Manuel Román, Zaragoza, 1697;
- *Arte de leer con elegancia las escrituras más generales y comunes en Europa, como son redonda, bastarda, romano, grifa, gótica, antigua y moderna. Formar las letras con facilidad y acierto. Escribir cartas con ortografía según los entendidos. Y contar con sutilísima destreza las reglas generales de tres o proporción, compañías, testamentos, baratas; alegaciones y falsas posiciones*, Tomás Gaspar Martínez a costa del autor, Zaragoza, 1700.

La obra de 1690 está dedicada al consejero real Baltasar de Funes y Villalpando, Cavallero Noble del Reyno de Aragon, de el Consejo de su Magestad, y Mayordomo de la Reyna, sin embargo, la edición de 1700 se la dedica a Santo Tomás de Aquino, Quinto Doctor de la Iglesia. Tiene un propósito doble: presentar los contenidos y los métodos para la enseñanza de la lectura, escritura, ortografía y aritmética, y, por otro lado, proporcionar a los profesores los conocimientos teóricos y prácticos necesarios para que pudiesen aprobar el examen de maestro y en la introducción de la obra el autor expresa su intención al escribir la obra: «que por la materia es útil, por el orden claro y por el estilo delicioso» (Bueno, 1700). El libro tiene dos portadas: una orlada con adornos tipográficos y otra adicional arquitectónica, estampada, con retrato del autor y motivos alusivos al contenido de la obra. El texto está escrito a dos columnas, o en letra redonda, titulillos y citas

en cursiva. Está dividido en tres partes: la primera consagrada al arte de leer, advirtiéndole de su necesidad en la educación de los niños; la segunda al de escribir, en la que no sólo explica el mejor método para su enseñanza, sino que también se refiere a los instrumentos de los escritorios y a la composición de las tintas; y la última al de contar, con nociones aritméticas. Además, contiene una serie de láminas de muestras (bastardas, romanas, grifas, góticas, redondas, etc.), que titula Formas de Letras del Maestro Juan Claudio Aznar de Polanco.



FIGURA 1. Portada de *Arte de leer con elegancia [...] Y contar con sutilísima destreza [...]* de Diego Bueno (1700) y portada de *Escuela Universal de Literatura y Arithmetica* (Bueno, 1700).

Existen diferencias entre las tres ediciones: destacan unas láminas de ejercicios, alfabetos y tipos de letra que se añadieron en la segunda (Bueno, 1697). La edición de 1690 termina con dos capítulos: CAPITVLO XVI. *DEL METODO QVE HA DE observar el Maestro Examinador, con las que han de ser Examinados para tener publica Escuela de Leer, Escribir, y Contar* y CAPITVLO XVII. *DE LO QVE HAN DE OBSERVAR los Maestros para enseñar con brevedad a los Discípulos*. La edición de 1700 sustituye estos dos capítulos por «Breve recopilación del arte de leer, hacer buena letra, escribir y contar que deben saber los que se han de examinar para poner escuela pública»; este texto está escrito como un diálogo entre el pretendiente al magisterio que debe memorizar las respuestas a las preguntas del Examinador; está dividido en tres conferencias y la primera de las cuales se titula «del arte de leer en diálogo entre el examinador y el pretendiente que se examina»; la segunda «del arte característica» y la última «del arte de contar». La edición de 1700 termina con la recopilación de las Excelencia y Privilegios concedidos por los Serenísimos Señores Reyes a los Profesores del Magisterio de Escribir.

## 2. ANÁLISIS COGNITIVO

El libro tercero de la obra *Arte de leer con elegancia* [...], se refiere al «ARTE DE CONTAR, Y DESPERTADOR DE INGENIOS DEL NAVARRO CONTADOR, COMPREHEN DE EL ARTE MENOR EN CVATRO REGLAS» comienza refiriéndose a su Preceptores: Euclides v Diophanto, Nicolas Tartalia, Juan Pérez de Moya, y al Padre Andres Taoquec para definir la Aritmetica: «que trata de numerosidad la qual nos enseña la verdad ,brevedad,y fineza de con tar. Inventada por vn infignc Mathematico llamado Algor, que quiere dezir número, y aora alterada dezimos Guarismos. Diez son los caracteres, 6 notaciones de la Arithmetica (algunos les llaman dedos, otras figuras) con los cuales le declaran todos los números. 0.9.8.7.6.5.4.3.2.1. También se introduce los números latinos con sus reglas de construcción» (p.33).

Este tercer libro consta de 39 páginas (de la página 33 a la 74 del libro completo) y de quince capítulos, que son:

CAPITVLO I. *DE LOS PRIMEROS PRINCIPIOS.*

CAPITVLO II. *DEL SVMAR.*

CAPITVLO III. *DEL RESTAR*

CAPITVLO IV. *DEL MULTIPLICAR*

CAPITVLO V. *DEL PARTIR*

*la Regla nueva, breve, y fácil de partir, multiplicando, y restando* (No indica que es el capítulo VI).

CAPITVLO VII. *DE LA DEFINICION Y DECLARACIÓN de los números quebrados. Reducir los quebrados a vn común denominador.*

CAPITVLO VIII. *LAS QVATRO REGLAS DE LOS Quebrados: Sumar, restar, multiplicar y partir*

CAPITVLO IX. *APLICACIÓN DE LOS QUEBRADOS a enteros. Sumar sumar, restar, multiplicar y partir quebrados y enteros*

CAPITVLO X. *DE REGLAS BREVES GENERALES para reducciones de monedas, y salarios de criados.*

CAPITVLO XI. *DE LA PRACTICA, y EXERCICIO de las quatro reglas generales, en compras y ventas, muy importantes para todo genero de Mercaderes y tratantes.*

CAPITVLO XII. *DE REGLAS DE TRES.*

CAPITVLO XIII. *DE LA SEGVNDA REGLA DE ORO de Compañías Simples, y con tiempo, reparticiones Ecclesiasticas y Testamentos.*

CAPITVLO XIV. *DE LA TERCERA REGLA DE ORO de ligación o anexión*

CAPITVLO XV. *DE LA QUARTA REGLA DE ORO de las falsas posiciones.*

En cada uno de los capítulos de contenidos podemos ver que comienza dando las definiciones seguidas de ejemplos concretos. Por ejemplo «Sumamos dos, o muchos números, quando damos vno que los iguale a todos» (Bueno, 1700, p. 34).

Usando en un ejemplo la representación en suma en columnas de números (Figura 2):

<b>SVMAR LLANO.</b>	
	1234. duc.
	567. duc.
	890. duc.
Suma.	2691. duc.
Resta.	1801. duc.
Prueba Real. 1801. duc.	Prueba <sup>o</sup> del 9. <sub>o</sub>

FIGURA 2. Sumar llano (Bueno, 1700, p. 34).

Y sigue resolviendo muchos ejemplos y poniendo ejercicios para que el aspirante se ejercite en los procedimientos. En los cuatro primeros capítulos las operaciones las realiza tanto de llano, como de compuestos. Por ejemplo:

**SVMAR DE COMPVESTOS.** Siempre, que se mandan sumar (en Castilla, Navarra, Aragón, y en todos los Reynos de España cosas de diferentes especies En Castilla 1 quintal, tiene 4 . arrobas, 1. arroba 25 .libras, 1. libra 16 onzas, y en el azeyte 10. arrobas hazen 1 .quintal. (Bueno, 1700, p.34)

El capítulo XII, comienza enumerando las cuatro reglas de la Aritmética a la que se dedican los cuatro últimos capítulos:

Quatro son las reglas de la Arichmetica. La primera es de proporción, u de tres: La segunda de compañías, ó consorcios: La tercera de alligaciones, ó anexión: La quarta simple, y doble de posiciones, la qual otros llaman regla de fallos. Entre estas la más principal es la primera de quien todas dependen. (Bueno, 1700, p. 59)

### 3. REPRESENTACIONES

La representación de las operaciones con números compuestos se hace por filas y columnas, de la siguiente manera para la resta (Figura 3) y para la multiplicación (Figura 4):

<b>RESTAR MONEDAS DE NAVARRA.</b>	
<i>Exemplo.</i>	
De. 65. duc. 6. real. 2. tar. 8.co. 10.	
Pag. 54. duc. 7. real. 3. tar. 14. c. 2. tar. 8.	
Resta. 10. duc. 9. real. 3. tar. 2. co.	3. tar. 2.
Pruev. 65. duc. 6. real. 2. tar. 8. co.	2. tar. 8.

FIGURA 3. Restar monedas de Navarra (Bueno, 1700, p. 38).

<i>Exemplo.</i>	
Merco 327. cahizes 3. hanegas 3. almud.	
A razon 93. fueldos 4. dineros.	
981. fueldos.	
2943. fueldos.	
109. fueldos.	
23. fueldos 4. dineros.	
21. fueldos 8. dineros.	
2. fueld. 11. dineros.	
Valeu 305 57. fueld. 11. dineros.	
Libras 1527. libras 17. fueld. 11. diner.	
Prueba del 9.	3 o 10 3

Figura 4. Ejemplo de multiplicación (Bueno, 1700, p. 39).

Introduce la Prueba del 9 y la Regla breve de intereses à tanto por ciento y la Regla nueva, breve, y fácil de partir, multiplicando, y restando en la que además de representación verbal, describe cada uno de los pasos y realiza la siguiente representación (Figura 5).

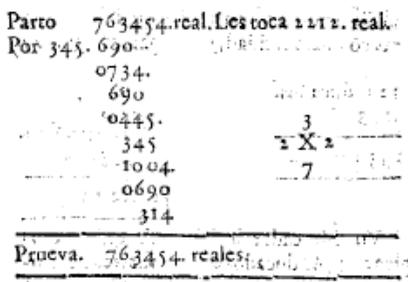


FIGURA 5. La prueba del 9 (Bueno, 1700, p. 41).

En las operaciones con quebrados, la representación gráfica es muy confusa, aunque siempre está acompañada de la representación textual, que la explica (Figura 6).

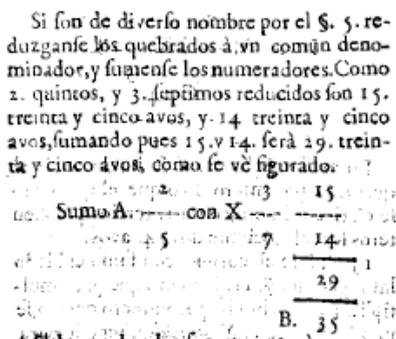


FIGURA 6. Los quebrados en la obra (Bueno, 1700, p. 45).

#### 4. FENOMENOLOGÍA

Los primeros capítulos de la obra transcurren en un contexto puramente matemático, especialmente en el capítulo VII DE LA DEFINICION Y DECLARACION de los números quebrados, donde se trabaja los números quebrados de forma matemática, sin contextualizar, en todos los demás capítulos se ponen ejemplos de las distintas medidas de los reinos de España.

17 Del día al mes, y firme de prueba. Al doblo de los dineros, que fe ganaren al día, añadirás la mitad de los mismos dineros, y todo junto serán los fueldos, que vendrán al mes, cada mitad que fobraré valdrá 6. dineros.

Exemplo. Al día 10. din.	----	2
		5
El doblo.	20.	4
	----	5
Mitad de 10.	5	1
	----	5
Suman.	26.	fueldos al mes.

18 Cinco veces tantos dineros, como la libra gana al mes, tantas libras ganan 100. libras al año. Exemplo, si la lib. gana 4. din. al mes, digo 5. vezes 4. son 20. y tantas libras ganan 100. libras al año.

19 El quinto de las libras, que el 100. gana al año, tantos dineros gana la libra al mes. Exemplo, 100. libras ganan 20. libras

FIGURA 7. Problema resuelto en la obra (Bueno, 1700, p. 53).

En los tres capítulos: CAPITVLO IX APLICACIÓN DE LOS QUEBRADOS a enteros. Sumar sumar, restar, multiplicar y partir quebrados y enteros, CAPI-TVLO X. DE REGLAS BREVES GENERALES para reducciones de monedas, y salarios de criados y CAPITVLO XI. DE LA PRACTICA, y EXERCICIO de las quatro reglas generales, en compras y ventas, muy importantes para todo genero de Mercaderes, y tratantes, se presentan gran cantidad de problemas propuestos y resueltos. Por ejemplo, en el capítulo X, se resuelven 27 ejemplos y se plantean para resolver 6 nuevos (Figura 7).

Otro ejemplo lo podemos ver en el CAPITVLO XI. DE LA PRACTICA, y EXERCICIO de las quatro reglas generales, en compras y ventas, donde se usa la representación textual para la resolución de los 17 ejercicios planteados. Por ejemplo (Figura 8):

11 Compra de Carneros. Merco en Navarra en la junta de San Martin 1800. carneros, a razón de 14. real. cada cabeça: pago de derechos medio real por cabeça, mas pago de portes, y herbages hasta Zaragoza 250. real. muerente por el camino 20. carneros, hago traquilar los que quedaron, y faço de cada vno vna libra de lana limpia, y pagadora, la qual fe vende à 24. real. la arrobas y los carneros à 18. real. cada cabeça pido, que fe gana en dicha compra.

Practica de la compra. Multiplico los 1800. carneros por 14. real. y medio, que está cada carnero, con el medio real que fe paga de derechos por cada cabeça, y valen 26. mil 100. reales à los quales añado los 250. real. que fe pagan de portes, y herbages, y hazen suma de 26. mil 350. real. y en tanto me están dichos carneros puestos en Zaragoza.

Practica de la venta. Quito de los 1800. carneros que mereçé los 20. que fe mueren, y quedarán 1780. carneros, y tantas libras de lana faço de ellos, que son 50. arrobas, las quales multiplicadas por 24. reales, que fe vende la arroba, fuben 1200. reales. Ahora multiplico los 1780. carneros, por los 18. real. que fe vende cada vno, y valen 32 mil 40. real. à los quales añado los 1200. real. que faço de la lana, y hazen suma de 33. mil 240. real. y tanto faço de los dichos carneros.

Practica de la ganancia. Resto los 26. mil 350. reales, que me cuestan los carneros puestos en Zaragoza, de los 33. mil 240. real. que los vendi, y restan 6. mil 890. real. y tantos hallé ganar en dicha compra.

FIGURA 8. Representación textual en la obra (Bueno, 1700, p. 57).

En los CAPITVLOS XII, XIII, XVI y XV donde se tratan las cuatro reglas, los ejemplos usados son nuevamente de medidas y la forma de resolver, la descriptiva textual. Llama la atención las referencias frecuentes al libro de Pérez de Moya (Figura 9).

46 Exemplo 1. de la regla de tres compuesta. Si 4. varas valen 6. lib. y por 8. lib. dan 5. arrobs. de lana, por 18. arrobs. y 3. quartos que varas darán. Advierta el curioso, que esta regla es de Juan Pérez de Moya (folio 265.) y la trae por un modo, que es por dos reglas de tres. Si por 6. lib. dan 4. varas por 8. lib. que varas darán? Multiplica y parte, y vendrán 5. varas y 1. tercia, esto se entiende que lo m.f.m.o., es 5. varas y 1. tercia que 5. arrobs. de lana. Haz otra regla de 3. de quebrados, y di si por 3. enteros de arrobs. dan 16. tercios de vara, por 75. quartos de arrobs. que varas darán? Multiplica en cruz, y te darán 1200. y por partidor 60. parte 1200 a 60. te darán 20. varas por las 18. arrobs. 3. quartos de lana.

FIGURA 9. Referencia a Pérez de Moya (Bueno, 1700, p. 64).

No hay en todo el texto ninguna demostración de las propiedades, ni simples comprobaciones a través de ejemplos. Tampoco hay referencias a la extracción de la raíz cuadrada y cúbica que estaban recogidas en el Decreto del Consejo de Castilla de 16 de agosto de 1719, recogidas por Ruiz Berrio (2004) que dispone los requisitos para ser Maestro de la Corte y Villa de Madrid, es decir, maestro de primera categoría.

## 5. ORIENTACIONES METODOLÓGICAS Y PRIVILEGIOS DE LOS MAESTROS

En el *CAPITVLO XVII. DE LO QUE HAN DE OBSERVAR los Maestros para enseñar con brevedad a los Discípulos* (Bueno, 1690), Diego Bueno comienza con una reflexión sobre si la enseñanza de la lectura y escritura deben hacerse al mismo tiempo o que la primera debe ser anterior. Cita a «Quiatiliano y. el Dócilísimo Vives Valenciano» para asegurar que depende de la edad en la que el niño comienza en la escuela: «mientras los tiernos años que se anteponga el leer» y que es mejor alabar que castigar con aspereza y severidad (Figura 10).

Diego Bueno asegura que, «con diligencia el Maestro debe hacer que no aborrezca el niño el estudio, pues por entonces amar no lo puede», y que el Maestro, además de saber Leer, Escribir y Contar, ha de tener destreza en enseñar, siendo claro en explicar, sufrido en el trabajo de instruir, continuo y no apresurando en enseñar, enmendando sin aspereza, corrigiendo sin desabrimento, porque el Discípulo no oye con agrado al Maestro que le habla como que le aborrece, y aprende muy gustoso del que ama (Figura 11).

... cofa por fi. Salvo mejor juicio, estos dos pareceres se podrán conformar sanamente, y con distincion entendidos, havido respeto a la edad de los que empieza, legi dize Quiatiliano, Autor gravissimo, y el Dócilissimo Vives Valenciano. Porque con los años mas tierra ganará el que amorosamente, y alagandoles enseñare, y algunas veces alabare que no el que inflare, y castigare con aspereza, y severidad continua acomodando trabajo a trabajo, como el escribano al leer. De...

FIGURA 10. Orientaciones didácticas en la obra (Bueno, 1690, p. 76).

El Maestro à mas de saber Leer, Escribir, y Contar, ha de tener destreza en enseñar, siendo claro en explicar, sufrido en el trabajo de instruir, continuo, y no apresurado en enseñar, enmendando sin aspereza, corrigiéndolo sin desabrimiento, porque el Discipulo no oye con agrado al Maestro, que le habla como que le aborrece, y aprende muy gustoso del que ama.

La primera diligencia, que el Maestro Cientifico deve hazer, es reconocer al Discipulo el talento, que tiene, haziendole asistir diez dias à la Escuela, y si con el exercicio que hiziere en este tiempo, fuere tomado bien la lección, y buena forma de letra, y diere tales muestras, que se puede tener del esperanza, que conseguirà buenos fines, juntandosele à esto el ser de un natural dozil, è inclinado à trabajar, à este tal bien se podrá enseñar en tres meses à Leer, Escribir, y Contar, mas si el muchacho fuere rudo, y no tuviere aficion à un menester, ni elà mas tiempo para enseñarle con perfeccion. Ayer no avia cosa mas obscura, y dificil, que saber bien Leer, Orthografia, Escribir, y Contar, y hoy como has visto no ay cosa mas facil, y clara.

FIGURA 11. El maestro (Bueno, 1690, p. 76).

Como decíamos, la edición de 1700 termina con la recopilación de las Excelencia y Privilegios concedidos por los Serenísimos Señores Reyes a los Profesores del Magisterio de Escribir. El libro recoge que:

*Musica, y Arithmetica.* Los Profesores de este honorífico empleo gozan dilatados Privilegios, concedidos por los Serenísimos Señores Reyes Don Enrique Segundo en la Ciudad de Toro año 1319. y Don Fernando en la Ciudad de Toledo año 1409. confirmados despues por el Señor Emperador Carlos Quinto, y mandados publicar por todos los Reynos año 1534 y por el Señor Rey Don Felipe Segundo, con una Cedula Real, que añado en 20. de Noviembre 1609. en que manda, que gozera los Profesores del Arte Liberal de Literatura las honras, preeminencias, y franquezas que gozan las Escuelas de las Univeridades de nuestros Reynos, sin evitar cosa algunas y que gozen toda effencion de hombres de condition, y los Privilegios de Cavalleros Hijosdalgo, honores que corresponden al merito de tan noble empleo, de que haze mencion, corroborando este dictamen el Maestro Blas Antonio de Ceballos en su Libro Historico, y Moral, del origen, y excelencias del Nobilissimo Arte Liberal de Leer, Escribir, y Contar, y su enseñanza, cap. 3. fol. 34. impreso en Madrid año de 1692. refiere, que aviendo de dar un Habito del Orden de Santiago, se le opuso al aprobante aver sido su Padre Maestro de Niños, y el Real Consejo de Ordenes respondió, que quando por su naturaleza no lo mereciera, era digno, y devia darsele, por aver tenido su Padre tan honorífico exercicio. Procuren pues los Maestros de la pueril edad, desvelarle de instruirle en buenas costumbres, y perferas letras, que los aliente à la virtud, guie à la perfeccion, y enseñen el camino del Cielo.

FIGURA 12. Excelencias y privilegios concedidos a los profesores del magisterio de escribir (Bueno, 1700, p. 82).

los profesores de este honorífico empleo gozan dilatados privilegios concedidos por los Señores reyes Don Enrique Segundo en la Ciudad de Toro año 1319 y Don Fernando en la Ciudad de Toledo año 1409, confirmados después por el Señor Emperador Carlos Quinto, y mandados publicar por todos los reynos año 1534 por el Señor Rey Don Felipe Segundo, con una Cedula Real, que añadió en 20 de Noviembre 1609 en que manda, que gozen los Profesores del Arte Liberal de Literatura las honras, preeminencias, y franquezas, que gozan las Escuelas de Universidades de nuestros reynos, fin evitar cosa alguna; y que gozan de toda exención de hombres de condición, y los Privilegios de Cavalleros Hijosdalgo, honores que corresponden al mérito de tan noble empleo, de que haze mención. (Bueno, 1700, p. 82)

Marcos Montero (1954) concreta que estos especiales privilegios que gozaban los hijosdalgos, y que también eran concedidos a los maestros y a los profesores de las Universidades, se refieren al privilegio de usar de todas armas y el singularísimo honor de no poder ser presos por causas que no fuese de muerte, distinguiéndoles en este caso con que la prisión fuese su casa propia, inhibiendo a las Justicias de fuera de la Corte del conocimiento de tales causas, que con el reo debían remitirse a ella, así como y prerrogativas en quintas, levadas, sorteos, así como en las demás cargas concejiles y oficios públicos de que se eximen los que profesan Facultad Mayor.

## CONCLUSIONES

Terminamos este capítulo con las palabras de Gil de Zárate (1855), sobre la importancia y necesidad de la existencia de centros educativos para la preparación profesional de los maestros en nuestro país:

No le basta al maestro poseer los conocimientos que su profesión requiere: necesita saber transmitirlos; necesita educar enseñando y este arte no se adquiere sin un aprendizaje previo, el magisterio exige, pues una carrera y escuelas donde poder seguirlo...

Convencidos de estas importantes verdades, los gobiernos de algunos países, colocados antes que nuestra península en circunstancias, tanto sociales como políticas, que les han permitido con mayor desembarazo iniciar a plantear las grandes reformas, crearon seminarios de maestros con el título de Escuelas Normales, institución que se extendió por toda Europa y que era preciso introducir en España, como paso preliminar, si se quería mejorar la educación del pueblo. (pp. 259-260)

Como se desprende del párrafo anterior, la creación de las Escuelas Normales se inició en otros países europeos antes que en España. Por otra parte, las órdenes religiosas durante los siglos XVII y XVIII crearon seminarios y otro tipo de centros de formación pedagógica, entre los cuales destacan las iniciativas en este sentido de los escolapios, jesuitas y sobre todo, de San Juan Bautista de la Salle en Reims, en 1684.

Para acercarnos a los antecedentes de las escuelas normales españolas debemos remontarnos al siglo XVII y primera mitad del XVIII cuando la capacitación docente se regía por mecanismos gremiales (López, 2011). La formación docente se

realizaba de modo similar al llevado a cabo para el aprendizaje de otros oficios: el aprendiz actuaba al lado de un maestro como pasante, leccionista o ayudante durante un tiempo determinado, hasta el nacimiento en Madrid en 1642 de la Hermandad de San Casiano autorizada por el Rey Felipe IV cuyos objetivos se basaban en: «La protección del maestro y mejora de la enseñanza».

En el siglo XVIII, por una Real Cédula de 10 de septiembre de 1743, ordenada por Felipe V, se concede a los maestros de primeras letras y en especial a la Hermandad de San Casiano el derecho a examinar a los aspirantes a maestros. En 1780 se creó el Colegio Académico del Noble Arte de las Primeras Letras, que reemplazó a la Hermandad de San Casiano. Carlos IV continuó la gestión de su antecesor hasta 1791, año en que deroga dicho Colegio y erige la Academia de Primera Educación, dependiente de la Secretada de Estado y cuyo poder era compartido por la Junta de Caridad (Gil de Zárate, 1885). Entre los requisitos indispensables que todo estudiante debía cumplir a la hora de ejercer con posterioridad la enseñanza elemental estaba «sufrir un examen relativo a la pericia en el arte de leer, escribir y contar».

En el año 1797 se recogió por primera vez en el Reglamento de la Cátedra de Educación la palabra «normales», equivalente a escuelas «modelo» que marcarían la pauta educativa a la que debían atenerse el resto de las escuelas públicas (Ruiz Berrio, 1980). A lo largo de finales del siglo XVIII y primer cuarto del siglo XIX se fueron sucediendo diversas instituciones, teniendo como modelos los movimientos pedagógicos desarrollados en los países europeos, tales como la Junta de Exámenes (1804), el Real Instituto Militar Pestalozziano (1806) y la Escuela Mutua de Madrid (1818), hasta que bajo la regencia de la reina María Cristina, en un ambiente de clara conmoción social, se institucionalizara la Escuela Central de Maestros (1839), donde en los primeros programa aparecen Nociones de Aritmética, Nociones de Geometría, Dibujo Lineal y Agrimensura.

El libro de Diego Bueno: *Arte de leer con elegancia las escrituras más generales y comunes en Europa, como son redonda, bastarda, romano, grifa, gótica, antigua y moderna. Formar las letras con facilidad y acierto. Escribir cartas con ortografía según los entendidos. Y contar con sutilísima destreza las reglas generales de tres o proporción, compañías, testamentos, baratas; alegaciones y falsas posiciones* (1700), es un manual para preparar el examen que debían aprobar para ejercer como Maestro, basándose en el libro de Pérez de Moya. Una de las características del libro de Diego Bueno es que no existen ni enunciados ni demostraciones de teoremas. Los ejemplos son presentados dentro de un contexto matemático y de medida de distintas unidades y usando las representaciones textuales y simbólicas. De este modo queda resaltado el carácter un tanto utilitario de la obra, apoyando la idea de que es el dominio de las operaciones (conocimiento procedimental) el que guía la estructura de la obra.

No existe un carácter didáctico de la obra de Diego Bueno, simplemente, la diligencia del maestro y la repetición de ejercicios al aprendizaje, nos hace darnos cuenta de que la capacitación para Maestro consistía en tener el saber de los contenidos de la enseñanza primaria. Sobre el arte de contar, el pretendiente a Maestro debía definir qué es la aritmética y las cuatro reglas con números naturales

y quebrados, con ejemplos sencillos. Solo después de haber superado un examen oral, el futuro maestro debía mostrar la práctica del cálculo (Figura 13):

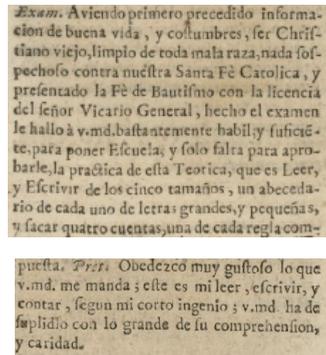


FIGURA 13. Examen (Bueno, 1700, p. 81).

*Exam:* Aviendo primero precedido información de buena vida, y costumbres, ser Christiano viejo, limpio de toda mala raza, nada sospechoso contra nuestra Santa Fe Católica, y presentado la Fe de Bautismo con la Licencia del Señor Vicario General, hecho el examen, le hallo a v.m.d. bastante hábil y suficiente para poner escuela, y solo falta para aprobarle la práctica de esta teórica que es leer y escribir de los cinco tamaños un abecedario de cada uno de letras grandes y pequeñas, y sacar cuatro cuentas, una de cada regla compuesta.

*Pret:* Obedezco muy gustoso lo que v.m.d. me manda; este es mi leer, escribir y contar, según mi corto ingenio; v.m.d. ha de suplido con lo grande de su comprensión, y caridad. (Bueno, 1700, p. 81)

*Agradecimientos:* Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto EDU2016-78764-P del Ministerio español de Economía, Industria y Competitividad y de los Fondos FEDER: «La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. Descripción y análisis comparado de libros de texto».

## REFERENCIAS

- AA. VV. (1988). La educación en la Ilustración española. *Revista de Educación* (Número extraordinario).
- Anguita, R. A. (1997). Algunas claves de la historia de la formación del profesorado en España para comprender el presente. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 30, 97-109.
- Antón Matas, I. (1950). La primera Escuela Normal de Maestros del Estado Español. En *Evolución histórica de la educación en los tiempos modernos* (pp. 7-29). Madrid: C.S.I.C.
- Bartolomé Martínez, B. (1993). Las escuelas de primeras letras. En B. Delgado Criado (coord.), *Historia de la Educación en España y América. vol. 1*, (pp. 175-194). Madrid: Morata y Fundación Santa María.
- Bueno, D. (1690). *Arte nuevo de enseñar a leer, escribir, y contar príncipes y señores*. Zaragoza: Domingo Gascón.

- . (1697). Escuela donde se enseña el Arte liberal de leer con buen sentido, hazer buena letra, escribir bien, y contar con destreza a Príncipes, Nobles y Plebeyos. Zaragoza: Manuel Román.
- . (1700). *Arte de leer con elegancia las escrituras más generales y comunes en Europa, como son redonda, bastarda, romano, grifa, gótica, antigua y moderna. Formar las letras con facilidad y acierto. Escribir cartas con ortografía según los entendidos. Y contar con sutilísima destreza las reglas generales de tres o proporción, compañías, testamentos, baratas; alegaciones y falsas posiciones*. Zaragoza: Tomás Gaspar Martínez a costa del autor.
- Castro, E. y Castro E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.
- Cuesta, J. de la. (1589). *Libro y Tratado para enseñar leer y escriuir*. Alcalá: casa de Iuan Gracia.
- Delgado, B. (1980). *La formación del profesorado de primeras letras antes de la creación de las Escuelas Normales en España* (pp. 121-142). En *La investigación pedagógica y la formación de profesores*. Madrid: Sociedad Española de Pedagogía-Instituto San José de Calasanz.
- . (1994). Educación estamental: la educación del caballero. En B. Delgado Criado (coord.) *Historia de la Educación en España y América, vol. 1*, (pp. 499-508). Madrid: Morata y Fundación Santa María.
- Escolano, A. (1982). Las Escuelas Normales, siglo y medio de perspectiva histórica. *Revista de Educación*, 269, 55-77.
- Galende, J. C. (2018). *Diego Bueno de Virto*. Recuperado de: <http://dbe.rah.es/biografias/60901/diego-bueno-de-virto>
- García Hoz, V. (1974). *Diccionario de Pedagogía*. Barcelona: Labor
- Gil de Zárate, A. (1855). *De la Instrucción Pública en España*. Tres tomos. Madrid: Imprenta del Colegio de Sordo-Mudos. [edición facsímil de 1995: Oviedo: Pentalfa Ediciones].
- Gómez Camacho, A. (2019). *Vida, Escritura y Educación. Biografías de Maestros del Siglo de Oro*. Huelva: Universidad de Huelva.
- González de Navas, M., de Vargas y Ponce, J., de Tapia, E., Clemencin, D., de la Cuadra, R. y Quintana, M. J. (1813). *Informe de la Junta creada por la Regencia para proponer los medios de proceder al arreglo de los diversos ramos de instrucción pública*. Cádiz.
- González, T. (1994). *Trazos históricos sobre la formación de maestros*. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado*, 21, 175-198.
- Gutiérrez Zuloaga, I. (1989). Contexto histórico en el que se produce la creación de las Escuelas Normales en España. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 5. 150º aniversario (1839-1989) de la creación de las Escuelas Normales en España por Pablo Montesino. Actas del Simposio internacional sobre homologación de títulos de profesor de educación básica en los países de las comunidades europeas, 45-60.
- La Gaceta de Madrid. (1839). núm. 1575, de 09/03/1839, (Referencia BOE-A-1839-1005)
- López, C. (2011). *La formación inicial de Maestros en Aritmética y Álgebra a través de los libros de texto*. Salamanca: Editorial Académica Española.
- López, C., Almaraz, F. y Maz-Machado, A. (2017). Formación de maestros en España en el periodo de entre siglos XIX y XX: la aritmética y el álgebra de José Dalmáu Carles. *History of Education & Children's Literature, HEC, XII*(1), 377-398.
- López del Castillo, M. T. (2013). *Historia de la inspección de primera enseñanza en España*. Ministerio de Educación.
- Lorenzo Vicente, J. A. (1995). Perspectiva histórica de la formación de los maestros en España (1870-1990). *Revista Complutense de Educación*, 6 (2), 203-234.
- Luzuriaga, L. (1916). *Documentos para la historia escolar de España*. Madrid: Ed. Junta de Ampliación de estudios e investigaciones científicas.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015). Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. *Ensayos, Revista De La Facultad De Educación De Albacete*, 30 (1), 63-72.

- Marcos Montero, A. (1954). El magisterio en la época de Carlos III. *Revista Española de Pedagogía*, 12, 497-506.
- Martínez Navarro, A. (1982). Las primeras ordenanzas de la Hermandad de San Casiano en 1647. *Revista de educación*, 111, 269-292.
- Mause, L. de (1982). *Historia de la infancia*. Madrid: Alianza Editorial.
- Maz, A. y Rico, L. (2009). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 537-554.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 49-76.
- Moscoso de Altamira, J.M. (1834). Real Decreto. La Gaceta de Madrid, 201, de 03/09/1834, 849.
- Pereyra, M. A. (1993). La educación institucional: maestros de primeras letras. La Hermandad de San Casiano y las academias de maestros. En B. Delgado Criado (coord.) *Historia de la Educación en España y América*, vol. 2. (pp. 786-804). Madrid: Morata y Fundación Santa María.
- Plan y reglamento general de escuelas de primeras letras: aprobado por S.M. en 16 de febrero de 1825*. Madrid: Imprenta Real.
- Plan de Instrucción Primaria (1838). *Gaceta de Madrid*, 1381. Imprenta Nacional.
- Real Decreto de 4 de agosto de 1836. *Suplemento a la Gaceta de Madrid del martes 9 de agosto de 1836*. Imprenta Real.
- Reglamento general de Instrucción pública, decretado por las Cortes*. (1821). Barcelona: Imprenta del Gobierno.
- Rico, L. y Picado, M. (2011). Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas. *PNA - Revista de investigación en Didáctica de la Matemática*, 6(1), 11-27.
- Ruiz Berrio, J. (1968). Antonio Gil de Zárate: Biografía, Introducción, Selección de textos, Bibliografía. En A. Galino, *Textos pedagógicos hispanoamericanos* (pp. 953-97). Madrid: Iter ediciones.
- . (1980). Estudio histórico de las instituciones para la formación de profesores. En *Actas del VII Congreso Nacional de Pedagogía: La investigación pedagógica y la formación de profesores*, tomo I (pp. 99-120). Madrid: S.E.P.
- . (1984). Formación de Profesorado y reformas educativas en la España contemporánea. *Studia Paedagogica*, 14, 3-15.
- . (1988). La Educación del Pueblo Español en el proyecto de los ilustrados. *Revista de Educación* (número extraordinario), 163-193.
- . (2004). El oficio de maestro en tiempos de Cervantes. *Revista de educación (Ejemplar dedicado a El Quijote y la educación)*, Nº Extra 1, 11-26.
- Sierra, M. y López, C. (2013). Análisis de contenidos en aritmética y álgebra en manuales de formación de maestros (1839-1971). En L. Rico y J.L. Lupiáñez (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 375-402). Granada: Comares.
- Ventajas Dote, F. (2007). La congregación de San Casiano y el ejercicio del magisterio de primeras letras en la Málaga setecentista. *Isla de Arriarán: revista cultural y científica*, 30, 43-64.
- Viñao, A. (1988). Alfabetización e Ilustración: difusión y usos de la cultura escrita. *Revista de Educación (número extraordinario)*, 275-303.
- . (1998). Alfabetización y primeras letras (siglos XVI-XVII). En A. Castillo Gómez (dir.), *Escribir y leer en el siglo de Cervantes* (pp. 39-84). Barcelona: Gedisa editorial.

# CAPÍTULO 7

---

## ANÁLISIS DE LOS LIBROS DE TEXTO PARA LA FORMACIÓN DE AGRIMENSORES EN ESPAÑA DURANTE EL SIGLO XVIII

## ANALYSIS OF INSTRUCTION TEXTBOOKS FOR LAND SURVEYORS' EDUCATION IN THE SPAIN OF THE 18TH CENTURY

CARMEN LEÓN-MANTERO, JOSÉ CARLOS CASAS-ROSAL Y CLARA ARGUDO OSADO  
*Universidad de Córdoba*

### RESUMEN

Los libros de texto han sido la principal fuente de información y apoyo en las instituciones escolares, tanto para profesores como para alumnos hasta finales del siglo pasado. Este trabajo presenta un análisis de los libros de texto que fueron redactados y publicados en España durante el siglo XVIII para instruir a los agrimensores en formación y así poder superar las pruebas que les daban acceso al título necesario para ejercer la profesión. En concreto analizamos los contenidos matemáticos, los sistemas de representación y las estrategias didácticas que los autores de libros de texto usaron para formar a los lectores en todos los campos de la agrimensura. Los manuales analizados son los escritos por Gonzalo Antonio Serrano, Juan García Berruguilla, Xavier Ignacio de Echeverría, Manuel Hijosa, Antonio Plo y Camín y Francisco Verdejo. Se trata de un estudio de tipo histórico que usa la técnica del análisis de contenido para interpretar los datos. Se han identificado los diferentes tipos de problemas que forman parte del objeto de la agrimensura, se han clasificado los sistemas de representación utilizados y se han examinado las diferentes estrategias didácticas incluidas en los libros de texto.

Palabras clave: *Historia de la educación matemática, agrimensura, libros de texto, siglo XVIII, España*

### ABSTRACT

Textbooks have traditionally been the source of information and reference in educational institutions, both for teachers and students, until around the end of the last Century.

This work presents an analysis of the textbooks that were written and published in Spain during the Eighteenth Century to aid the instruction of trainee surveyors and their success in the examinations that would let them qualify as professional surveyors. More precisely, we analyse the contents of mathematics, representation systems and didactic strategies that were deployed by textbook authors for instruction in all the fields of land surveying. The reference manuals that have been analysed here are those written by Gonzalo Antonio Serrano, Juan García Berruguilla, Xavier Ignacio de Echeverría, Manuel Hijosa, Antonio Plo y Camín and Graciso Verdejo. It is a historical study using the technique of content analysis for the interpretation of data. Types of problems that relate to the subject of land surveying have been identified and differentiated, the representation systems in use have been classified, and the different didactic strategies found in the instruction textbooks, examined.

*Keywords: History of mathematics education, land surveying, textbooks, Eighteenth Century, Spain*

## INTRODUCCIÓN

LAS INVESTIGACIONES que se llevan a cabo en la línea de investigación de la Historia de la Educación Matemática abarcan numerosas temáticas, como el lugar que ocupan las matemáticas en el contexto educativo de cada época, las aportaciones de los profesores o autores de libros de matemáticas, el rol de los libros de texto en la enseñanza de la materia, la incorporación de los avances científicos de cada época a los sistemas educativos y la influencia del contexto social, cultural y científico en el proceso de enseñanza de las matemáticas (Karp y Furinghetti, 2016).

Entre las investigaciones históricas en Educación Matemática, encontramos estudios sobre las líneas y metodologías de investigación utilizadas en este campo (Karp, 2011, 2014; Schubring, 1987), sobre la evolución de la enseñanza de las matemáticas en las diferentes instituciones educativas (Amadeo y Schubring, 2015; Lines, 2006) o en áreas geográficas concretas (Ausejo y Matos, 2014; Kastanis y Kastanis, 2006), sobre la evolución del rol de docente de matemáticas (Furinghetti y Giacardi, 2012) o sobre la contribución de personajes históricos o libros de texto relevantes (Blanco, 2013; Caramalho, 2008)

Con respecto a las investigaciones realizadas a nivel nacional, podemos distinguir aquellas que estudian la evolución de los planes de estudio en instituciones en las que se cultivaba el estudio de las matemáticas (Ausejo, 2007; Barca, 2006; Veá y Velamazán, 2011), las aportaciones de personajes relevantes en la enseñanza de la materia (León-Mantero, Maz-Machado, y Madrid, 2019; Maz y Rico, 2013; Meavilla y Oller-Marcén, 2014), o el análisis de los libros de texto usados en su instrucción (Gómez Alfonso, 2018; Madrid, Maz-Machado, León-Mantero, y López, 2017; Maz y Rico, 2009; Meavilla y Oller-Marcén, 2015; Puig y Fernández, 2013).

En las últimas décadas, la línea de investigación que ha suscitado más interés entre los investigadores del campo de la Historia de la educación matemática es el análisis de los libros de texto. Hasta hace solo un par de décadas, estos constituían la principal fuente de información y difusión de conocimientos y el único apoyo

en los centros educativos de profesores y alumnos (Gómez, 2011). En ese sentido, los libros de texto constituyen espacios de memoria que nos transmiten todos los aspectos de la cultura escolar, así como las estrategias didácticas empleadas por los docentes de una determinada época (Escolano, 2009). Su análisis nos informa sobre el nivel de desarrollo de los conceptos y métodos matemáticos; sobre la evolución sufrida a lo largo de la historia, sobre los avances científicos alcanzados; sobre cómo fueron incorporados estos a la enseñanza de la materia; y sobre la influencia del contexto social, cultural y político en el sistema educativo (Maz-Machado y Rico, 2015).

Entre las investigaciones internacionales que han centrado su atención en el análisis de libros de texto, destacan la de Schubring (1988) en la que se identifican los manuales de matemáticas alemanes y franceses para determinar el tratamiento que se le daba a los números negativos en la primera mitad del siglo XIX, la de Beyer (2006), donde se examinan los libros de aritmética utilizados en Venezuela durante el siglo XIX, la de Frejd (2013) en la que se estudian y comparan libros antiguos de álgebra publicados en Suecia entre 1794 y 1836 o la de d'Enfert (2014) en la que se realiza un análisis de los libros de texto de matemáticas publicados en Francia durante los siglos XIX y XX.

A nivel español, encontramos investigaciones que usan el análisis de libros de texto como herramienta para diseñar y planificar unidades didácticas (Rico, Marín, Lupiáñez, y Gómez, 2008), que interpretan el tratamiento didáctico dado a un concepto o contenido matemático concreto (Madrid, Maz-Machado, López, y León-Mantero, 2019; Sierra, González, y López, 2003) o que identifican criterios de actividad didáctica en los libros de texto (Azcarate y Serradó, 2006; Maz-Machado y Rico, 2015; Oller-Marcén, 2018).

La revisión de literatura sobre el análisis de libros de texto usados para la instrucción de la agrimensura o geometría práctica arrojó el trabajo realizado por Faus (1995) en el que se resume el proceso de institucionalización de la profesión y se localizan y comentan los manuales que fueron redactados para ayudar a los aspirantes a perito a superar las pruebas necesarias para poder ejercer la actividad, sin embargo no hay constancia de ningún análisis en profundidad del contenido matemático y didáctico incluido en estos manuales.

Es por ello que, la finalidad de este trabajo es identificar los contenidos matemáticos, los sistemas de representación y las estrategias didácticas que los autores de libros de texto de agrimensura y geometría práctica, publicados en España durante el siglo XVIII, implementaron en sus textos para ayudar a instruir a los aspirantes a perito agrimensor o aclarar las dudas de agrimensores en ejercicio y acercarlos los contenidos teóricos de la geometría a los prácticos de la profesión.

## CONTEXTUALIZACIÓN

El siglo XVIII en España se caracteriza por la creación de centros, militares en su mayoría, en los que se le prestaba gran importancia a la enseñanza de las ciencias

y las técnicas. Este proceso fue fruto del apoyo sostenido por los reyes Borbones, Felipe V y Fernando VI, del pensamiento ilustrado que considera la formación como una forma de alcanzar la felicidad y el bienestar. A este sentimiento se le unieron las instituciones educativas religiosas que incorporaron el estudio de la física, matemáticas y construcción a las enseñanzas en sus colegios (Garma, 1988).

Pero la difusión y mejora de los contenidos sobre matemáticas no se produjo únicamente en las instituciones militares y religiosas, las corrientes ilustradas alcanzaron las estructurales gremiales y tenían por objetivo eliminar el atraso en el que vivían los artesanos (Hormigón, 1994). La expulsión de los jesuitas en 1767 favoreció asimismo el surgimiento de instituciones civiles en las que también se enseñaban matemáticas como el Real Seminario de Nobles, los Estudios Reales de San Isidro, Academias de Bellas Artes, Reales Sociedades de Amigos del País o militares como la Academia de Guardias Marinas, para las cuales se necesitaron profesores laicos con importantes conocimientos matemáticos, que sustituyeran a los religiosos. Por otro lado, se crearon observatorios astronómicos y bibliotecas universitarias, gracias a los libros procedentes de las bibliotecas de los jesuitas. Se establecieron, asimismo, colaboraciones científicas internacionales, que dieron la oportunidad a científicos españoles de viajar y aprender de científicos extranjeros los avances que se estaban desarrollando en Europa (Gómez, 2011).

La creación de nuevas instituciones y la necesidad de nuevos profesores con conocimientos actualizados de matemáticas, hizo necesario que se recopilaran libros de texto extranjeros y se escribieran manuales sobre geometría elemental y práctica, trigonometría rectilínea y esférica o cartografía, destinados a instruir a militares e ingenieros, entre ellos, los futuros peritos agrimensores.

En la España del siglo XVIII, el gremio de los agrimensores constituía una corporación profesional dedicada al estudio de la cartografía del territorio. A pesar de tener una preparación y unas funciones más modestas que los ingenieros, prestaron grandes servicios a la sociedad y se constituyeron como un cuerpo profesional de gran importancia en los siglos XVIII y XIX. En esta época la agrimensura se definía como la rama científica que realizaba representaciones cartográficas de parcelas y explotaciones agrarias (Capel, 1982).

Hasta mediados del siglo XVIII la formación de estos profesionales dependía de la experiencia y del aprendizaje de otros profesionales del entorno cercano o familiar (Muro, 2010). Se caracterizaba también por la inexistencia de centros de formación especializados o centros en los que se enseñara matemáticas y que admitieran como alumnos a estos profesionales. Se puede, por tanto, hablar de un abandono social y gubernamental mostrado hacia la instrucción de los agrimensores, teniendo en cuenta las numerosas y diversas tareas que debían desempeñar: dirección de excavaciones y desmontes; medición, tasación y división de tierras; nivelación de terrenos; levantamiento de planos, etc. (Faus, 1995).

Sin embargo, gracias al creciente interés de la época por el rendimiento de las propiedades, el incremento de tierras dedicadas a la agricultura, el deseo de casas señoriales, conventos y militares de conocer la extensión de sus tierras y, sobre todo

a la elaboración del catastro de Ensenada a mediados de siglo, la agrimensura experimentó cierto desarrollo. Las diligencias establecidas en este daban instrucciones precisas sobre la formación que debía recibir todo agrimensor y sobre las complejas funciones de valoración de propiedades, establecimiento del impuesto y, comprobación y rectificación de las reclamaciones, que debían desarrollar (Capel, 1982).

La institucionalización académica del oficio llegó con la creación de las Reales Academias de Bellas Artes, cuya labor consistía en examinar a los aspirantes a perito agrimensor de aritmética y geometría elemental y expedir títulos a aquellos cuya evaluación era positiva. Sin embargo, esta iniciativa no llegó acompañada de un sistema oficial de formación para los aspirantes, lo que generó la necesidad social de formar e instruir a este gremio. Para ello, se crearon centros privados para la enseñanza de las matemáticas, en los que las clases eran impartidas por los propios agrimensores ya titulados, y se publicaron diversos tratados de agrimensura que ayudaban al aspirante a preparar el examen de acceso al título (Faus, 1995).

## METODOLOGÍA

El objetivo de esta investigación es analizar los libros de texto específicos sobre agrimensura o geometría práctica publicados en España durante el siglo XVIII. La metodología seguida es descriptiva y *ex post facto*, se enmarca en el enfoque de investigación de tipo histórico y usa el método del análisis de contenido para interpretar los datos. Esta técnica ha sido ampliamente utilizada en investigaciones anteriores como las de Maz-Machado y Rico (2015) y Madrid et al. (2019).

Para la selección de las fuentes documentales de este estudio, se tomaron como criterios de selección que los libros de texto fueran libros especialmente escritos para la enseñanza de la agrimensura o geometría práctica; que la primera edición de los manuales hubiera sido publicada durante el siglo XVIII; que estuvieran disponibles para su análisis y escritos en castellano.

La búsqueda y localización de los libros de texto se realizó a través del Fondo Histórico de la Universidad de Córdoba, la Biblioteca OCD de Andalucía, la Biblioteca de la Universidad Complutense de Madrid, la Biblioteca de la Universidad Politécnica de Madrid, la Biblioteca Digital Hispánica de la Biblioteca Nacional de España, el Catálogo Colectivo del Patrimonio Bibliográfico Español, el Directorio Nacional de Recursos Digitales, la Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes, la Biblioteca Virtual de Andalucía y el repositorio digital de Google Books.

En total fueron localizados los siguientes libros de texto:

- Gonzalo Antonio Serrano (1736). *Geometría Selecta Theorica, y Practica*. Córdoba: Imprenta del autor.
- Juan García Berruguilla (1747). *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría, sobre las tres dimensiones para un perfecto architecto, con una total resolución para medir y dividir la Planimetría para los agrimensores*. Madrid: Imprenta de Lorenzo Francisco Mojados.

- Xavier Ignacio de Echeverría (1758). Geometría práctica, necesaria a los peritos agrimensores y su examen. San Sebastián: Oficina de Lorenzo Joseph Riesgo.
- Manuel Hijosa (1791). Compendio de la Geometría práctica con un breve tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planos arreglados a ellos. Segunda edición. Madrid: Imprenta Real.
- Antonio Plo y Camín (1793). El arquitecto practico, civil, militar y agrimensor. Madrid: D. Antonio Espinosa.
- Francisco Verdejo (1796). Arte de medir tierras y aforar los líquidos y sólidos. Madrid: Imp. de Sancha.

En el proceso de análisis de los libros de texto se siguieron las recomendaciones establecidas en Maz (2009) y para ello se fijaron como categorías de análisis los conceptos, los procedimientos, las imágenes, los ejemplos y las actividades propuestas en los libros de texto. Por otro lado, fueron clasificadas las representaciones halladas, entendiendo por representaciones las expresiones simbólicas o gráficas de los conceptos y propiedades matemáticas (Castro y Castro, 1997). Por último, se localizaron las estrategias didácticas que los autores de los libros de texto incluyeron en las obras como justificar la secuenciación de contenidos elegida, aportar sugerencias o propuestas metodológicas, recomendar materiales manipulativos, acompañar los problemas abordados con representaciones gráficas o proponer aplicaciones de los contenidos teóricos.

## RESULTADOS

Este apartado ha sido dividido en tres secciones: el tratamiento dado a los contenidos sobre agrimensura, las representaciones halladas y las estrategias didácticas utilizadas por los autores. Los ejemplos incluidos a continuación han sido tomados textualmente, de forma que no se ha adaptado la grafía, la acentuación y la puntuación a las establecidas en la actualidad.

### CONTENIDO MATEMÁTICO

Los campos que aborda la geometría práctica son la delineación o construcción de figuras, la longimetría o medición de líneas, la planimetría o medición de áreas, la geodesia o división de superficies planas bajo ciertas condiciones y la estereometría o medición de volúmenes de cuerpos en el espacio. Así, todos los autores, excepto Serrano y García Berruguilla proponen y resuelven las proposiciones y problemas que ocupan todos estos campos. García Berruguilla centra su atención en planimetría y geodesia, y Serrano únicamente en planimetría.

Además, autores como Serrano, Hijosa y Verdejo deciden introducir su exposición de geometría con un capítulo que define los conceptos principales de la geometría plana y, en el caso de Hijosa y Verdejo, también la geometría en el espacio.

Por otro lado, García Berruguilla enumera una serie de advertencias sobre las partes que deben o no tenerse en cuenta a la hora de medir un terreno y que son esenciales para el ejercicio de la profesión de agrimensor. Termina estas, hablando de la importancia que tiene conocer cómo y para qué se usa la regla de la compañía y la conversión entre unidades de medida. Quizás por ese motivo, García Berruguilla al igual que Verdejo, incluye los principios de la aritmética. Llama la atención que Plo y Camín advierte que «el agrimensor debe ser tan buen geometra como aritmetico» (1767, p. 102) y, sin embargo, no contempla la aritmética en su trabajo.

Para trabajar cada uno de los campos de la geometría práctica mencionados, los autores proponen y abordan una serie de proposiciones o problemas, que posteriormente son resueltos. El análisis de los libros de texto permite agrupar estas proposiciones y problemas en ocho tipos:

- Trazado de líneas, ángulos, polígonos y circunferencias, como, por ejemplo «Sobre una recta dada en el terreno, y de un punto señalado en ella, levantar una perpendicular» (Hijosa, 1791, p. 128).
- Construcción del plano de un terreno, como, por ejemplo «Tomar en papel el plano del recinto de qualquiera figura, siendo inaccesible, y en terreno llano» (Plo y Camín, 1767, p. 477).
- Medición de líneas o distancias entre lugares accesibles, como, por ejemplo «Medir la distancia de la linea AC quando el Agrimensor solo puede arriarse á un extremo» (Echeverría, 1758, p. 27)
- Medición de alturas o profundidades, como, por ejemplo «Medir la altura de una montaña escarpada» (Hijosa, 1791, p. 115)
- Medición de la superficie de figuras planas, como, por ejemplo «Dado el lado del triangulo equilatero, se pide el area» (Serrano, 1736, p. 46)
- División de figuras planas en partes que cumplan unas condiciones dadas, como, por ejemplo «Reducir el poligono irregular en dos partes iguales» (García Berruguilla, 1747, p. 70)
- Transformación de figuras planas, como, por ejemplo «Reducir á quadrado una figura qualquiera» (Verdejo, 1794, p. 141)
- Medición del volumen que ocupan los sólidos, como, por ejemplo «Medir las paredes de un edificio» (Echeverría, 1758, p. 105)

En la Tabla 1 se indican los tipos de problemas y proposiciones que se han hallado en cada uno de los libros analizados.

TABLA 1. Tipos de problemas hallados en los libros analizados.

	TL	LP	D	A	S	D	T	V
Serrano (1736)	x				x			
García Berruguilla (1747)			x		x	x	x	x
Echeverría (1758)	x	x	x		x	x	x	x

TABLA 1. Tipos de problemas hallados en los libros analizados. (cont.)

	TL	LP	D	A	S	D	T	V
Plo y Camín (1767)	x	x	x	x	x	x	x	x
Hijosa (1791)	x	x	x	x	x	x	x	x
Verdejo (1796)	x	x	x		x	x	x	x

Nota. TL= Trazado de líneas; LP= Levantamiento de planos; D= Distancias; A= Alturas; S= Superficie; D= División; T= Transformación; V= Volumen

#### SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

El análisis realizado a los libros de texto evidenció la gran variedad de sistemas de representación usados por los autores. Se localizaron cinco tipos de representaciones: verbales, simbólicas, de tipo numérico y algebraico y gráficas de tipo geométrico, tabulares y figurales. Esta clasificación está basada y adaptada de la propuesta en los trabajos de Madrid, Maz-Machado y León-Mantero (2015) y Maz-Machado, López-Esteban y Sierra (2013).

El tipo de representación que predomina en todos los libros de texto es la representación verbal. Esta se usa para definir los conceptos elementales de la geometría, para enunciar y resolver los problemas o proposiciones propuestas, para hacer cálculos, para explicar el uso de las herramientas del agrimensor y para aconsejar al lector sobre procedimientos más cortos o sobre posibles dificultades a las que puede enfrentarse. Un ejemplo de estas es: «La Geometría es la ciencia de la extensión. La extensión en longitud se llama línea» (Verdejo, 1794, p. 101).

En algunas ocasiones, los autores se apoyan en representaciones numéricas para aclarar algunos cálculos, y la mayoría añaden representaciones geométricas en láminas desplegadas en las páginas finales o intercaladas cada cierto número de páginas. Serrano es el único autor que añade este tipo de representación a continuación de cada definición o problema propuesto (Figura 1).

41. Una figura rectilínea se dice inscribirse en otra rectilínea quando todos los ángulos de la que se inscribe, tocan todos los lados de la figura, en que se inscribe: y así la figura quadrada ADEFH. se dice inscripta en el quadrado BCIG.

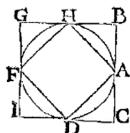


FIGURA 1. Representaciones verbales y geométricas en Serrano (1736, p. 5)

Las únicas representaciones simbólicas que hallamos en los libros son de tipo numérico, es decir, aquellas que usan combinaciones de números y signos. Todos

los autores las usan para simplificar las explicaciones de los cálculos necesarios para resolver los problemas propuestos (Figura 2), sin embargo, destaca el interés de Hijosa por usar, siempre que le es posible, razonamientos teóricos y evitar asignar valores concretos a los datos conocidos en cada situación planteada.

203 *Un Agrimensor quiere reducir 8246 estadales de á 10 pies á estadales de 10  $\frac{1}{2}$  pies.*  
 Resuelyase la questão diciendo: si 441 dan 400, 8246 ¿qué número de estadales de á 10  $\frac{1}{2}$  pies darán? Executando lo dicho (84) salen 7479  $\frac{166}{117}$  estadales de á 10  $\frac{1}{2}$  pies, que si se divide por 400 salen 18 fanegas 279  $\frac{166}{117}$  estradales.  
 Si en qualquiera de las tres questões de reduccion que van explicadas, se invierte la proporcion (85): la primera nos enseñará la reduccion de los estadales de 10 pies á estadales de 10  $\frac{1}{2}$  pies; la segunda la de estadales de 12 pies á estadales de 10 pies; y la tercera la reduccion de estadales de 10  $\frac{1}{2}$  pies á estadales de 10 pies.

FIGURA 2. Representaciones numéricas en Verdejo (1796, p. 161)

Llama la atención la ausencia de representaciones algebraicas en todos los libros, es decir, aquellas que usan combinaciones de números, letras y signos, incluso cuando la resolución del problema requiere del uso de una proporción, como por ejemplo el caso del cálculo de la longitud de una circunferencia (León-Mantero et al., 2018).

Debido a la naturaleza de los libros de texto que estamos analizando, el segundo tipo de representación más usado entre los autores de los libros de texto es la representación geométrica. Su finalidad es la de apoyar visualmente las demostraciones de las proposiciones o la resolución de los problemas propuestos de la Tabla 1. En la Figura 3 se muestran dos ejemplos de la representación geométrica que acompaña a las proposiciones: «Levantar el plano de un terreno en el que no pueda entrar el medidor, como un pantano, bosque ó laguna, y medir su superficie» (Hijosa, 1791, p. 92) y «Se ofrecerá medir alguna hacienda, que linde junto á algun Rios, como se figura» (García Berruguilla, 1747, p. 58).

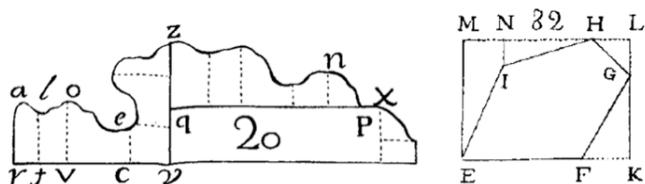


FIGURA 3. Representaciones geométricas en Hijosa (1791, lámina IV) y en Berruguilla (1747, lámina 1)

Echeverría, Hijosa, Plo Camín y Verdejo también hacen uso de las figuras para ilustrar las herramientas del agrimensor o imágenes de lugares y terrenos que muestren sus dimensiones en proporción a sus medidas reales. La Figura 4 muestra dos representaciones adjuntas a los problemas: medir la altura de una torre y medir la base de una montaña.

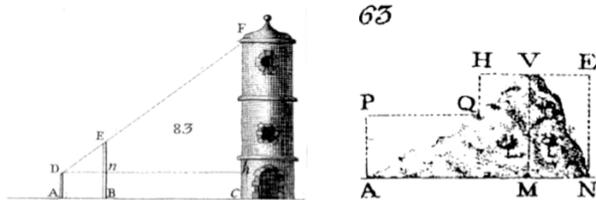


FIGURA 4. Representaciones figurales en Verdejo (1796, lámina 4º) y Plo y Camín (1767, estampa 3, libro 1)

Por último, las representaciones tabulares permiten organizar y agrupar la información necesaria para resolver problemas relacionados con sistemas de medida. En el caso de Echeverría, incluye dos tablas para la medición de la madera en codos, procedimiento que se realizaba exclusivamente en la provincia de Guipúzcoa. Por su parte, Plo Camín y Verdejo usan de manera análoga una tabla para la nivelación de terrenos (Figura 5).

T A B L A  
DE LAS CUENTAS QUE DEBEN  
llevarse en las nivelaciones.

Estadones	Puntos de la regla	Pies	Pulgadas	Lineas	Pulgadas	Lineas	Pulgadas	Lineas	Pulgadas	Lineas
1	A	15.04.03.								
	I	06.03.02.	09.01.01.							alt.
2	I	03.02.05.								
	N	05.04.02.	02.01.09.	06.11.04.						alt.
3	N	12.00.00.								
	O	07.08.11.	04.03.01.	11.02.05.						alt.
4	O	02.10.07.								
	V	09.11.04.	07.00.09.	04.01.08.						alt.
5	V	05.00.08.								
	Z	06.02.02.	01.01.06.	03.00.02.						alt.

FIGURA 5. Representación tabular en Plo y Camín (1767, p. 555)

En la Tabla 2 se resumen los tipos de sistemas de representación hallados en cada uno de los libros analizados.

TABLA 2. Sistemas de representación hallados en los libros de texto

Sistemas de representación	Verbales	Simbólicas		Gráficas		
		Algebraicas	Numéricas	Geométricas	Figuras	Tablas
Serrano (1736)	X		X	X		
García Berruguilla (1747)	X		X	X	X	
Echeverría (1758)	X		X	X	X	X
Plo y Camín (1767)	X		X	X	X	X
Hijosa (1791)	X			X	X	
Verdejo (1796)	X		X	X	X	X

#### ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

Así mismo, los autores utilizan diversas estrategias didácticas que ayudan al lector durante el estudio de la materia. Para su identificación y clasificación, se ha considerado si los siguientes campos basados y adaptados de Maz-Machado y Rico (2015) y León-Mantero, Maz-Machado, Madrid, y Jiménez-Fanjul (2018) están presentes en los libros de texto:

- Justificación y secuenciación de los contenidos incluidos: los autores justifican la inclusión y la secuenciación de los contenidos que incluyen, sean estos originales o no.
- Sugerencias y propuestas metodológicas: los autores incluyen sugerencias y propuestas de tipo metodológico.
- Recomendaciones sobre materiales o herramientas: los autores realizan recomendaciones sobre materiales o herramientas.
- Representaciones gráficas: los autores incluyen representaciones gráficas de apoyo a las explicaciones de problemas y casos prácticos y demostraciones de proposiciones.
- Estructura y precisión en la presentación de los contenidos: los autores presentan los contenidos desde el punto de vista matemático, es decir, si su lenguaje es formal, ceñido a definiciones, axiomas, postulados, teoremas, problemas, demostraciones, corolarios y notas.
- Aplicaciones a la práctica: los autores incluyen aplicaciones a la práctica.

En la Tabla 3 se indica con una «X» si las estrategias didácticas han sido halladas en los libros analizados.

TABLA 3. Estrategias didácticas hallados en los libros analizados.

	JSC	SPM	MH	RG	EP	APL
Serrano (1736)		X	X	X		
García Berruguilla (1747)		X	X	X		X
Echeverría (1758)		X	X	X		X
Plo y Camín (1767)	X	X	X	X		X
Hijosa (1791)	X	X	X	X	X	X
Verdejo (1796)	X	X	X	X	X	X

Nota. JSC= Justificación y secuenciación de los contenidos incluidos; SPM= Sugerencias y propuestas metodológicas; MH= Recomendaciones sobre materiales o herramientas; RG= Representaciones gráficas; EP= Estructura y precisión en la presentación de los contenidos; APL= Aplicaciones a casos prácticos.

### 1. *Justificación y secuenciación de los contenidos incluidos*

Tanto Hijosa, como Plo y Camín y Verdejo hacen uso de un índice en el que especifican los contenidos que deciden incluir en sus obras y, además, justifican la secuenciación seguida en la introducción o el prólogo de los libros.

Hijosa (1791) decide dividir su libro en dos partes: una primera más teórica y una práctica sobre el terreno «no solo para medir y dividir las posesiones, sino también para levantar en ellas planes arreglados» (p. iii). Decide asimismo añadir a esta segunda parte algunos resultados para medir alturas, distancias y profundidades.

Plo y Camín (1793), quien divide su obra en tres libros, dedica el primero y el tercero a las prácticas que deben realizar todos los agrimensores, a saber, el levantamiento de planos sobre el papel y el uso del compás de proporción, de tal modo que el lector «delineará, transformará, y dividirá, ó partirá todo genero de figuras planas, tanto regulares, como irregulares» (p. A2). Al igual que Hijosa, Plo y Camín también añade en el último capítulo los procedimientos necesarios para medir distancias, profundidades y alturas, haciendo uso de la plancheta.

Por último, Verdejo considera que un buen agrimensor debe conocer de manera indispensable las operaciones con números, reglas de tres y de compañía, raíces cuadrada y cúbica, las definiciones de geometría elemental, el uso de las herramientas de agrimensor, la medición y división de tierras, el levantamiento de planos, la conversión entre unidades de medida, la medida de los líquidos y sólidos, la nivelación de terrenos y la medición de distancias y alturas sin usar herramientas.

### 2. *Sugerencias y propuestas metodológicas*

Con el objetivo de ayudar al lector a adquirir las competencias necesarias que le permitan ejercer la profesión de agrimensor de manera adecuada, todos los autores hacen el esfuerzo de incluir advertencias y sugerencias que les alertan sobre algunas

de las dificultades a las que puede enfrentarse, los errores que puede cometer y cómo evitarlos, la manera de aplicar los métodos en un menor número de pasos o de cómo resolver un mismo problema de diversas maneras.

Así, Hijosa, Echeverría, García Berrugilla, Plo y Camín y Verdejo ofrecen distintos procedimientos para resolver un mismo problema, como por ejemplo «Varios modos de tirar líneas paralelas» (Plo y Camín, 1793, p. 19) o diferentes propuestas dependiendo de las herramientas de las que disponga el lector, como es el caso de Hijosa que plantea:

«Medir lo ancho de un río con dos piquetes, de los que el uno sea el doble del otro» (Hijosa, 1791, p. 131) o «De otro modo con piquetes desiguales como se hallen» (Hijosa, 1791, p. 131).

Asimismo, Serrano y Echeverría incluyen consejos a sus lectores sobre la medición aproximada de longitudes o áreas de circunferencias y círculos respectivamente. Ejemplos de ellos son:

Para medir el arco de un sector no es exacta medida la que se hace corriendo por la línea circular, por causa de lo curvo de la línea, y así el Geometra practicara la más perfecta medida, que se hace observando el valor del ángulo del centro BAC. (Serrano, 1736, p. 52)

Sucede muchas veces hallar porciones de Círculos, y especies infinitas de curvas, para cuya medición no se halla método, y quando queremos medirlas con mayor exactitud, hacemos de una Curva muchos Segmentos, y crece más la dificultad. Por lo qual en semejantes ocasiones, persuado al Agrimensor, que divida la Curva en algunas partes iguales [que quanto más fueren, será más justa la medición] y así quedará reducida en rectilínea, y buscada su Área, avrá hallado la de la Curva, física, sensiblemente. Si de las divisiones tirare rectas, parte fuera, parte dentro, sin notable diferencia, hallará la Área, pues con artificio semejante, han procurado los Geometras investigar la razón del Diámetro de el Círculo à su Periferia» (Echeverría, 1758, pp. 58-59)

Es habitual encontrar también sugerencias para comprobar el buen estado de los materiales y herramientas de agrimensor. Por ejemplo, Plo y Camín (1793) recomienda «Examinar si una regla es derecha, ó tuerta para tirar líneas rectas» (p. 3) o Verdejo (1796) indica cómo «Comprobar el cartabón» (1796, p. 133).

### *3. Recomendaciones sobre materiales o herramientas*

Todos los libros analizados definen los materiales y herramientas usuales de un agrimensor, detallan cómo y para qué se usan y algunos de ellos, como Hijosa, Verdejo y Plo y Camín añaden algunas imágenes. En general, el uso de la escuadra, cartabón, compás y regla es habitual para los trazados de líneas y planos en papel. Sin embargo, podemos encontrar grandes diferencias entre las herramientas específicas de agrimensor que cada autor utiliza en la resolución de los problemas propuestos en los libros. García Berruguilla y Echeverría hacen un uso asiduo de

herramientas sencillas y fáciles de adquirir, como el cordel y los palos, para los trazados que se llevan a cabo en el campo.

El resto de los autores por su parte, se apoyan también en instrumentos como la cuerda, la escuadra o cartabón de agrimensor, el estadal, el semicírculo o la plancheta. Serrano y Plo Camín además recomiendan el uso del compás de proporción o pantómetra y el semicírculo graduado para medir la amplitud del ángulo central de un sector circular (Figura 6).

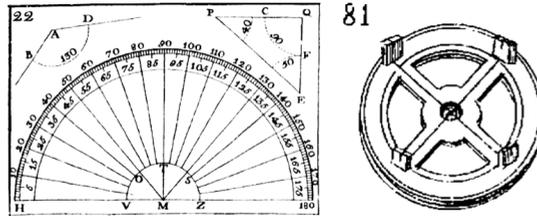


FIGURA 6. Semicírculo graduado (Plo y Camín, 1793, estampa 1, libro 1) y escuadra de agrimensor (Hijosa, 1971, lámina iv)

#### 4. Representaciones gráficas

Como comentábamos en el apartado dedicado a los sistemas de representación, la mayoría de los autores incluyen láminas, en algunos casos desplegadas, con representaciones gráficas que colocan en la parte final del libro o en páginas intercaladas (Figura 7). Estas proporcionan al lector un apoyo visual para seguir el procedimiento de demostración de la proposición o resolución del problema, además de

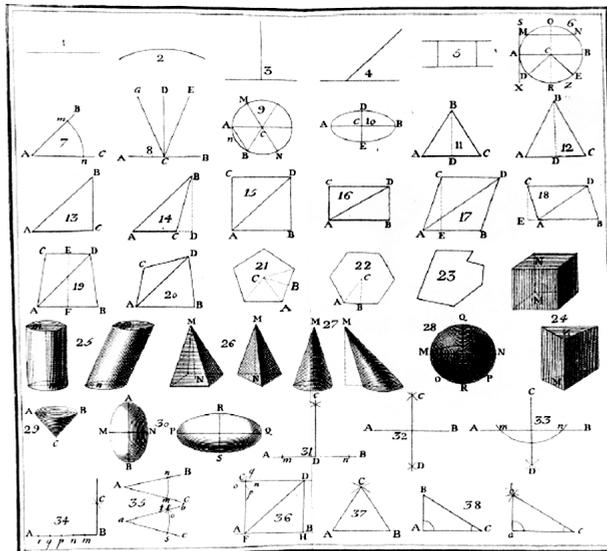


FIGURA 7. Representaciones gráficas en Verdejo (1796, lámina 1ª)

ayudar a localizar los datos que ofrece el problema o el valor que el problema pide calcular. También muestran la forma y estructura que tienen las herramientas del agrimensor. Serrano es el único autor que las incluye tras cada problema planteado como se puede ver en la figura 1.

### 5. Estructura y precisión en la presentación de contenidos

Excepto la obra de García Berruguilla, que divide su obra según las láminas de las representaciones gráficas que incluye, todas las obras se encuentran divididas en libros, capítulos o secciones, organizados a su vez en proposiciones, cuestiones o problemas.

Hijosa Plo Camín y Verdejo dividen su exposición sobre agrimensura en dos libros: el primero, teórico en el que incluyen todas las demostraciones y procedimientos sobre geometría, que se realizan sobre el papel; en el segundo, más práctico, se describen las herramientas del agrimensor, se explica su uso y se proponen y resuelven casos particulares de problemas sobre mediciones o nivelaciones de terrenos con el uso de estas herramientas o de otras más sencillas, como cordeles y palos.

Por otro lado, tal y como se señala en el Capítulo 4 destaca el método que Serrano usa en su exposición, que denomina «methodo sylogistico mui espacial, para facilitar la inteligencia, y demostracion de los Theoremas, y Problemas» (Serrano, 1736, portada) y que caracteriza la estructura de toda su obra. En contraposición al resto de autores, Serrano resuelve los problemas o proposiciones planteadas de forma general y posteriormente asigna valores a cada una de las variables tenidas en cuenta en este. Con este, Serrano pretende facilitar a los lectores la resolución de operaciones geométricas y disminuir las dificultades a las que se suelen enfrentar.

### 6. Aplicaciones a casos prácticos

Además de las aplicaciones a la arquitectura que proponen García Berruguilla y Plo y Camín, en sus obras, todos los libros analizados excepto el de Serrano que solo aborda cuestiones teóricas, incluyen numerosos casos prácticos relacionados con los fines de la agrimensura, como son la medición de líneas, distancias, alturas o profundidades; la medición, división y permuta de tierras; construcción de planos a escala; y la medición del volumen que ocupan sólidos y líquidos.

## CONCLUSIONES

La importancia y variedad de tareas que los agrimensores debían desempeñar incluían medir, valorar y repartir tierras, nivelar terrenos, proyectar planos e incluso gestionar excavaciones. Así, durante el siglo XVIII la profesión de agrimensor comenzó a ser valorada por la sociedad y el gobierno español, lo que inició un proceso institucional que ofrecía una cualificación profesional a aquellos que ya se dedicaban a la profesión o a los que querían acceder a ella. Sin embargo, esta ini-

ciativa no vino acompañada de un plan de formación que preparara a los aspirantes para superar las pruebas que llevaban a la obtención del título de agrimensor, que en su mayoría estudiaron la materia a través de libros de texto específicos.

Este trabajo aborda el análisis de contenido realizado a los libros de texto sobre agrimensura o geometría práctica publicados en España durante el siglo XVIII, en el que se identifican los destinatarios y la finalidad de los libros de texto, los campos y problemas de la agrimensura que los autores trabajan, los sistemas de representación utilizados en sus exposiciones y las estrategias didácticas que utilizaron para ayudar a los lectores a adquirir los conocimientos necesarios para ejercer la profesión o para resolver dudas o salvar dificultades que pudieran encontrarse los peritos agrimensores ya en ejercicio.

Los resultados obtenidos evidencian el interés y esfuerzo de los autores por acercar los complejos contenidos teóricos de la geometría elemental a los problemas prácticos que la agrimensura debe afrontar. Sin embargo, los libros de texto de Echeverría, Plo y Camín, Hijosa y Verdejo, reflejan un interés mayor por instruir a los aspirantes a agrimensor mediante la resolución de casos y proposiciones prácticas en el terreno y el uso de las herramientas propias del agrimensor. De los libros analizados, los anteriores abordan un mayor número de problemas en la práctica y cubren todos los campos que son objeto de estudio de la agrimensura, a saber, problemas de medición, división y permutas, así como la construcción y trazado de planos. Sin embargo, solo Hijosa y Plo y Camín dedican un apartado específico a problemas de medición de alturas de montañas o edificios o de profundidades de pozos o valles.

Con respecto a los sistemas de representación hallados, Echeverría, Plo y Camín y Verdejo recurren a las representaciones verbales, numéricas y gráficas para definir los conceptos, enunciar proposiciones, organizar información y resolver los problemas que forman parte de la agrimensura. Llama la atención que Hijosa no incluya representaciones numéricas, porque trata de abordar la resolución de los problemas mediante razonamientos teóricos.

Por último, el análisis de las estrategias didácticas evidencia que Hijosa y Verdejo presentan un mayor número de estas entre las que se encuentran la inclusión de un índice de contenidos y una justificación de la secuenciación seleccionada, aconsejar y advertir a los lectores sobre las dificultades que pueden encontrar y cómo superarlas, el apoyo visual de representaciones gráficas, la descripción física y del uso de herramientas propias del agrimensor y la aplicación de los contenidos teóricos a situaciones reales.

Estos resultados evidencian el interés didáctico de los libros de Hijosa y Verdejo, que constituyen los libros de texto específicos sobre agrimensura más completos con respecto a contenidos y a recursos y mejor estructurados de todos los analizados en este trabajo. Este resultado coincide con la opinión de Faus (1995), quien los considera a ambos como los más comprensibles entre todos los que fueron publicados durante el siglo XVIII.

*Agradecimientos:* Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## REFERENCIAS

- Amadeo, M., y Schubring, G. (2015). The École Polytechnique of Paris: myths, sources and facts. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(52), 435-451.
- Ausejo, E. (2007). Quarrels of a Marriage of Convenience: on the History of Mathematics Education for Engineers in Spain. *International Journal for the History of Mathematics Education*, 2(1).
- Ausejo, E., y Matos, J. M. (2014). Mathematics education in Spain and Portugal. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 283-302). Dordrecht: Springer.
- Azcárate, P., y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, 340, 341-378.
- Barca, F. X. (2006). The attitude on squares and academics in Barcelona during the 19th century. *Arbor*, 182(718), 219-236.
- Beyer, W. O. (2006). Algunos libros de Aritmética usados en Venezuela en el período 1826-1912. *Revista de Pedagogía*, XXVII(78), 71-110.
- Blanco, M. (2013). The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France. *Science & Education*, 22(4), 769-788.
- Capel, H. (1982). *Geografía y matemáticas en la España del siglo XVIII*. Barcelona: Oikos-tau.
- Caramalho, J. (2008). *Lacroix and the Calculus*: Springer Science & Business Media.
- Castro, E., y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.
- Echeverría, X. I. (1758). *Geometría práctica: necesaria a los peritos agrimensores y su examen, según la mente de esta MNP/dispuesta por su más afecto, y humilde hijo Xavier Ignacio de Echeverría*. San Sebastián: Oficina de Lorenzo Joseph Riesgo.
- Escolano, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias pedagógicas*(14), 169-180.
- Faus, A. (1995). El ejercicio profesional de la agrimensura en la España del siglo XVIII: titulación académica y formación teórica de los peritos agrimensores. *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 18(35), 425-440.
- Frejd, P. (2013). Old algebra textbooks: a resource for modern teaching. *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 28(1), 25-36.
- Furinghetti, F., y Giacardi, L. (2012). Secondary school mathematics teachers and their training in pre-and post-unity Italy (1810–1920). *ZDM*, 44(4), 537-550.
- García, J. (1747). *Verdadera práctica de las resoluciones de la Geometría, sobre las tres dimensiones para un perfecto architecto, con una total resolución para medir y dividir la Planimetría para los agrimensores*. Madrid: Imprenta de Lorenzo Francisco Mojados.

- Garma, S. (1988). Cultura matemática en la España de los siglos XVIII y XIX. En J. M. Sánchez (Ed.), *Ciencia y sociedad en España* (pp. 93-127). Madrid: Ediciones El Arquero.
- Gómez, B. (2018). El uso de la historia en la educación matemática: El caso de los gemelos póstumos. *Matemáticas educación y Sociedad, 2018, vol. 1, num. 1, p. 11*.
- . (2011). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA, 5(2)*, 49-65.
- Hijosa, M. (1791). *Compendio de la geometría práctica: con un breve tratado para medir terrenos, dividirlos y levantar planes arreglados a ellos*. Madrid: Imprenta Real.
- Hormigón, M. (1994). *Las Matemáticas en el siglo XVIII* (Vol. 24). Madrid: Akal, S.A.
- Karp, A. (2011). Toward a history of teaching the mathematically gifted: Three possible directions for research. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11(1)*, 8-18.
- . (2014). The history of mathematics education: Developing a research methodology. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the history of mathematics education* (pp. 9-24). Dordrecht: Springer.
- Karp, A., y Furinghetti, F. (2016). *History of mathematics teaching and learning: Achievements, problems, prospects*. Switzerland: Springer.
- Kastanis, I., y Kastanis, N. (2006). The transmission of mathematics into Greek education, 1800-1840: From individual initiatives to institutionalization. *Paedagogica Historica, 42(4-5)*, 515-534.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., y Madrid, M. J. (2019). Juan Cortázar (1809-1873): profesor, autor y matemático. *La Gaceta de la RSME, 22(1)*, 159-169.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., Madrid, M. J., Gutiérrez-Rubio, D., Jiménez-Fanjul, N., y Santiago, A. (2018). Círculo y circunferencia en los libros de texto españoles del siglo XVIII: métodos de resolución y estrategias didácticas. En A. Rodrigues, A. Barbosa, A. Santiago, A. Domingos, C. Carvalho, C. Ventura, C. Costa, H. Rocha, J. M. Matos, L. Serrazina, M. Almeida, P. Teixeira, R. Carvalho, R. Machado, y S. Carreira (Eds.), *Investigação em Educação Matemática*. Coimbra: Sociedade portuguesa de investigação em educação matemática.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A., Madrid, M. J., y Jiménez-Fanjul, N. (2018). Estrategias didácticas en libros de matemáticas españoles del siglo XIX: los tratados elementales de Juan Cortázar. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática(52)*, 34-45.
- Lines, D. A. (2006). Natural philosophy and mathematics in sixteenth-century Bologna. *Science & Education, 15(2-4)*, 131-150.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., y León-Mantero, C. (2015). Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books. *Universal Journal of Educational Research, 3(6)*, 396-401.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C., y López, C. (2017). Aplicaciones de las Matemáticas a la Vida Diaria en los Libros de Aritmética Españoles del Siglo XVI. *Boletim de Educação Matemática, 31(59)*, 1082-1100.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., López, C., y León-Mantero, C. (2019). Old Arithmetic Books: Mathematics in Spain in the First Half of the Sixteenth Century. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15(1)*. doi:10.29333/iejme/5935
- Maz-Machado, A., López-Esteban, C., y Sierra, M. (2013). Fenomenología y representaciones en «Arithmetica Practica» de Juan de Yciar. En L. Rico, M. C. Cañadas, J.

- Gutiérrez, M. Molina, e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática: homenaje a Encarnación Castro* (pp. 77-84). Granada: Editorial Comares.
- Maz-Machado, A., y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *RELIME, Revista latinoamericana de Investigación Educativa*, 18(1), 49-76.
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González, & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5-20). Santander: SEIEM.
- Maz, A., y Rico, L. (2009). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 537-554.
- . (2013). Tratado elemental de matemáticas de José Mariano Vallejo, en el bicentenario de su publicación. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 74, 55-63.
- Meavilla, V., y Oller-Marcén, A. M. (2014). Gaspar de Texeda y los algoritmos de la multiplicación. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*(75), 61-73.
- . (2015). Los textos matemáticos de Antonio Terry y Rivas. *Números*, 90, 89-103.
- Muro, J. I. (2010). Los agrimensores y peritos tasadores de tierras formados en el Instituto Provincial de Segunda Enseñanza de Tarragona durante la segunda mitad del siglo XIX. En C. Montaner, F. Nadal, y L. Urteaga (Eds.), *Cartografía i agrimensura a Catalunya i les Balears (segles XIX-XX)*. Barcelona: Institut Cartogràfic de Catalunya.
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García, & A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 417-426). Gijón: Universidad de Oviedo.
- Plo y Camín, A. (1767). *El arquitecto practico, civil, militar, y agrimensor*. Madrid: Imprenta de Pantaleon Aznar.
- Puig, L., y Fernández, A. (2013). La Arithmetica Algebraica de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. Preliminares para su estudio. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de las Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 143-150). Granada: Editorial Comares.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the learning of mathematics*, 7(3), 41-51.
- . (1988). Discussions épistémologiques sur le statut des nombres négatifs et leur représentation des les manuels allemands et français de mathématique entre 1795 et 1845. En *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 137-145). Francia: Editions La Pensée Sauvage.
- Serrano, G. A. (1736). *Geometría Selecta Theorica, y Practica*. Córdoba: Imprenta del autor.
- Sierra, M., González, M. T., y López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática*, 15(1), 21-50.
- Vea, F., & Velamazán, M. A. (2011). La formación matemática en la ingeniería. En M. Silva (Ed.), *Técnica e ingeniería en España. Volumen VI. El ochocientos. De los lenguajes al patrimonio* (pp. 299-344). Zaragoza: Real Academia de Ingeniería.
- Verdejo, F. (1796). *Arte de medir tierras y aforar los líquidos y sólidos*. Madrid: Imp. de Sancha.



## CAPÍTULO 8

---

### SEMBLANZA DE UN CORDOBÉS DEL SIGLO XVIII: GONZALO ANTONIO SERRANO, MEDICO, ASTRÓNOMO Y MATEMÁTICO

### SEMBLANCE OF A CORDOBA FROM THE 18TH CENTURY: GONZALO ANTONIO SERRANO, DOCTOR, ASTRONOMER AND MATHEMATICIAN

ALEXANDER MAZ-MACHADO, CLARA ARGUDO-OSADO, DAVID GUTIÉRREZ-RUBIO  
*Universidad de Córdoba*

#### RESUMEN

Presentamos una breve semblanza de un erudito cordobés del siglo XVIII que superó con creces sus humildes orígenes y se erigió en un destacado y respetado médico, astrónomo y matemático que se ganó el respeto y admiración no solo de sus vecinos cordobeses sino de los hombres de ciencia españoles de la época.

Palabras Clave: *Médico, astrónomo, matemático, cordobés, siglo XVIII, ciencia, España*

#### ABSTRACT

We present the biographical sketch of a scholar from Cordova who, in the XVIII century, far exceeded his humble origin and set himself up to become an eminent and renowned doctor, astronomer and mathematician, worthy of respect and admiration not only by Cordovan townsfolk but also by the Spanish men of science of the time.

Key words: *doctor, astronomer, mathematician, Cordovan, XVIII Century, science, Spain*

#### INTRODUCCIÓN

UNA DE LAS PRINCIPALES LÍNEAS de investigación recientes en el campo de la historia de las matemáticas y la educación matemática en España esta orientada hacia el descubrimiento y conocimiento en detalle de los autores

españoles de libros de matemáticas. Se pretende conocer no solo su formación matemática y su desempeño profesional sino también ahondar en los aspectos socioeconómicos y científicos que estaban presentes en su entorno influyendo de diversas maneras en su obra y aportaciones bien a la matemáticas, su enseñanza o difusión.

En este propósito de sacar a la luz no solo a las figuras españolas más destacadas sino también a otras no tan conocidas, de discreto conocimiento tanto por parte del gran público como por el mundo académico ha venido dando sus frutos con diversos trabajos sobre estos autores. Por ejemplo los trabajos de Maz y Rico (2009), Maz-Machado y Rico (2012), León-Mantero y Maz-Machado (2015), Madrid, Maz-Machado y López (2015) o Meavilla y Oller (2015). Los autores de los siglos XVI, XVIII y XIX han sido algunos de los más estudiados recientemente pero siguen existiendo muchos autores casi desconocidos (León-Mantero, Madrid, y Maz-Machado, 2016). En esta línea de investigación se embarca el presente estudio, dar a conocer a un autor ampliamente conocido en el mundo de la historia de la medicina pero olvidado en la historia de las ciencias naturales, como es el cordobés Gonzalo Antonio Serrano.

En el año 1670 habían transcurrido casi veinte años desde que la peste había asolado a la ciudad de Córdoba, reduciendo su población a cerca de la mitad, cuando viene al mundo Gonzalo Antonio Serrano. Nace el 5 de noviembre a las 9 horas y siete minutos de la mañana y es bautizado el 27 del mismo mes en la parroquia de San Lorenzo (Ramírez de Arellano, 1873).

Los orígenes de Serrano son humildes. Su padre Francisco Serrano junto a su madre Francisca de Blancas ejercían de zapateros y le educaron en el oficio familiar; así el pequeño Gonzalo fue zapatero desde su niñez. En una ocasión un cliente le paga por el importe de un par de zapatos con unos libros de astronomía y de su lectura le surgió el interés y la afición hacia tal ciencia (De Valdenebro y Cisneros, 1900), de tal suerte para la ciencia española que este interés y dedicación por tales conocimientos le acompañarían hasta su muerte.

La situación económica familiar no le permitía costearse sus estudios, así que realizó su formación autodidacta en varios campos y pese a ello se alzó como un distinguido científico, amante de la astronomía. Como médico, facultad en la que llegó a doctorarse en la Universidad de Osuna, alcanzó notable celebridad en Ceuta, donde ejerció durante algunos años la medicina (Real Academia de Historia, s.f.). En el año 1688 contrajo matrimonio con Mariana de la Vara y Arguello con la que engendró a sus hijos, Blanca, Francisco, Gonzalo Antonio y Catalina.

Fueron, sin embargo, sus méritos en medicina los que hicieron alcanzar la plaza de *Cirujano Mayor del Ejército y Reales Hospitales de Ceuta*, donde fue nombrado en 1699 por su majestad. Le tomó posesión el marqués de Villadarias, Capitán general y gobernador de Ceuta. Este cargo lo desempeñó durante diez años mientras seguía formándose en otros estudios superiores. Llama la atención que no figure su nombre en la relación del diccionario de cirujanos españoles realizada por Álvarez-Sie-

rra (1959). En Ceuta regentaba un grupo de once cirujanos que según Serrano «en su Arte eran bastante practicos, aunque muy poco Theorico, por cuya razón ellos reconocieron superioridad en el Cirujano mayor» (Serrano, 1735; p. LXXXVII). En el tiempo de su permanencia en Ceuta mantuvo durante las noches animadas conferencias «Physico-Medicas» con Antonio de la Locha, médico de cámara de su majestad y Antonio Pérez, presbítero y médico de la guarnición. El 28 de abril de 1710 recibió del Real Proto-Medicato el título de médico.

Tras su retirada, se estableció de nuevo en Córdoba, lugar desde el que abrió cátedra libre de Astronomía y Astrología (Entrambasaguas, 1913). Aguilar (1993) señala que también abrió una academia de medicina, pero no hallamos ninguna evidencia de ello.

Debido al éxito y popularidad que alcanzó en Córdoba, sus humildes orígenes eran aprovechados por algunos para intentar humillarle llamándole Zapatero y a través de anónimo sonetos (De Valdenebro y Cisneros, 1900; p. XXIV):

«¡Oh pues tu que rodando entre banquetas,  
Con el tranchete en mano y las virillas  
Arrimando hacia un lado las plantillas  
Subes a desvirar también planetas!  
¡Oh pues tu que registras los cometas  
Vuelto el boje astrolabio, v sin rencillas  
El estuche, los tientas y calillas!  
¿Sabes componer bien con las soletas?  
¿Donde o como tu grasa (gracia digo)  
Dexar pudo a tu alezna remontada  
Pespuntando las ciencias tan por punto?  
¡Oh Gonzalo Serrano! «¡Oh buen amitro!  
No se ha visto en el mundo tal puntada,  
Y assi no hay más que hablar en este punto.»

Fue médico primario de D. Miguel Vicente Cebrián y Agustín (De Valdenebro y Cisneros, 1900) y gestionó la epidemia que se padeció en Córdoba, Jaén y Granada durante los años 1736 y 1737 (García y Girón, 2005).

En 1738 fue comisionado por el obispo de Córdoba Pedro Zalazar y Góngora para acudir a la ciudad de Bujalance a reconocer y disponer de lo necesario para controlar una epidemia que asolaba la ciudad coincidiendo con el paso reciente de un cometa el año anterior (Villalba, 1803). Como consecuencia de las prescripciones hechas junto al doctor Diego Valenzuela se dio lugar a unas polémicas a las cuales respondió Serrano con la publicación de *Apología pacífica médico-práctica, y rayos luminosos de Apolo, que defendiendo la verdad y la inocencia, disipan y destruyen las impericias, imposturas y falacias de un papen intitulado: Justa defensa VC*.

En el año 1732 instaló un observatorio en la Torre de la Malmuerta, desde la que realizó durante tres años sus estudios astronómicos: corrigió las tablas relativas al movimiento de la Luna y estudió las fechas de los eclipses lunares y solares

(Cobos y Vallejo, 2014). Durante las dos primeras décadas del siglo XVIII Serrano llegó a ser considerado el astrólogo más conocido de España (Galech, 2010).

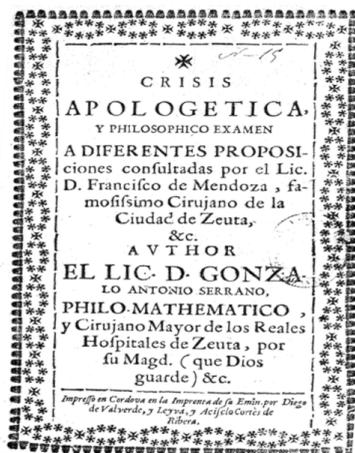


FIGURA 1. Portada de la *Crisis Apologetica*.

Fruto de todos sus estudios, publicó gran cantidad de libros y, para poder imprimirlos, estableció en 1730 su propia imprenta en la calle Císter. Mas tarde, en 1755 la trasladó a la Calle Santa Marta y en 1758 a la calle del Realejo. A la muerte de Serrano asume la imprenta su sobrino Gonzalo. La imprenta llegó a contar con 13 regentes mientras tuvo actividad (Porro, 2000) desapareciendo finalmente en 1769.

Entre sus discípulos, cabe destacar a sus sobrinos Antonio de Blancas, profesor de matemáticas cordobés, que consiguió predecir y acertar la fecha de su propia muerte, y a Julián Díaz Serrano «profesor en ciencias matemáticas y médico en Córdoba» (Collantes-Sánchez, 2016; p. 115).



FIGURA 2. Escudo tipográfico de la imprenta de Serrano (De Valdenebro y Cisneros, 1900).

También fue maestro de Bartolomé Sánchez de Feria, joven médico, escritor especializado en el estudio de las antigüedades al que inculcó la afición al estudio de las matemáticas y quien luego publicó unas *Conversaciones amigables en defensa del Dr. Don Gonzalo Antonio Serrano* (Ramírez de Arellano, 1873).



Descubrió que no podía tener progreso en astronomía por desconocer el latín y hallar todas las buenas obras en esa lengua. Por ello se empeñó en aprenderla, y utilizó para ello el *Arte* de Nebrija y otros autores, que según afirma lo aprendió y halló por su cuenta método menos engorroso que el de Nebrija para su comprensión.

En el año 1742 contrae segundas nupcias con María Ramos Velasco con la que no tuvo descendencia y es quien le sobrevive.

## SU FACETA COMO AUTOR

Gonzalo Antonio Serrano fue un prolífico autor de textos de una diversa temática. Escribió textos bajo su nombre real, pero también lo hizo bajo seudónimos, como *El Piscator Andaluz* o *El Gran Astrólogo Andaluz*.

La obra y la vida de Serrano se caracterizan por haber estado salpicadas de cierta polémica. Algunas de sus obras fueron un tanto controvertidas y sus enemigos denunciaron sus *Epístolas fisiológicas médico-physicas, anatómicas y apologéticas escritas al... al Santo Oficio por satíricas* en 1712. Señala Domergue (1986; p. 110) «El calificador Pimentel supone que “el autor no escribió para probar la circulación de la sangre como pretexto, sino para injuriar”» y «Finalmente fueron incluidas en el Índice de libros prohibidos de 1790 por perturbar la paz cristiana y fomentar discordias» (Real Academia de Historia, s. f.).

Era una persona poco modesta, que se cita a sí mismo, y es de señalar que se trataba de un científico supersticioso. Serrano y sus discípulos combinaban las observaciones científicas con los sueños astrológicos (De Valdenebro y Cisneros, 1900). Se consideraba como *El Gran Piscator Andaluz*, faceta egocéntrica que se plasma en sus textos (Cobos y Vallejo, 2014). Sus almanaques y pronósticos tuvieron mucha fama y aceptación por el público de la época. Dichos almanaques, junto a los de Torres de Villarroel, son los que más vida alcanzan en el siglo XVIII (Sebold, 1980).

Serrano mantiene en sus almanaques la estructura común de todos los almanaques que se publican en España. Comienzan con la dedicatoria seguidos de las censuras y licencias para continuar con una introducción o prólogo. Luego entra a analizar las estaciones, cómputos del año, números del año, fiestas movibles, las témporas, las letanías y los eclipses finalizando con el pronóstico de todos los meses y días del año (Cobos y Vallejo 2014).

Publica bajo su seudónimo un *Pronóstico general y particular del año de 1713 con la cosecha de frutos y mantenimientos y juyzio de los políticos acontecimientos del Vniverso con todos los Cuartos de Luna y Eclipses computados al Meridiano Cordubense*, que luego apareció ampliada en 1723 ya con el nombre de Serrano. Al parecer para evitar que se confundiese con *El Gran Piscator* de Salamanca, obra de Torres de Villarroel (Estrambasaguas, 1913). Al año siguiente 1724 publica otro pronóstico, pero con un nuevo pseudónimo: el «*gran Astrólogo Andaluz*».



FIGURA 4. Portada de *Almanak* de Gonzalo Antonio Serrano.

En 1755 los impresores Pascual Ibáñez y Martín J. Rada solicitaron al Consejo Real permiso para reimprimir en Pamplona un Almanaque Pronóstico Universal para 1756 («Compuesto por el gran Astrólogo andaluz Gonzalo Antonio Serrano») que les remitió un impresor madrileño para su reproducción, Antonio Sanz, quien quien poseía privilegios en las coronas de Castilla y Aragón (Sebastián, 1989). Sanz denunció que «experimentaba notables perjuicios en la transgresión que ejecutaban los impresores de los Reinos de Navarra, Aragón, Principado de Cataluña, y señorío de Vizcaya por la venta falsificada de ciertas ediciones, entre ellas, los pronósticos de Serrano» (Gamarra, 2017; p. 96).

Mantuvo amistad con el más prolífico de los piscadores, el salmantino Diego de Torres Villarroel, como lo demuestra la carta que le dirigió y que está publicada en su obra *Theatro Supremo de Minerva* (Entrambasaguas, 1913).

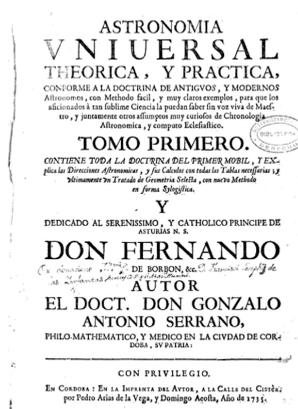


FIGURA 5. Portada de la *Astronomía Universal*.

Como era costumbre en la época, Serrano al igual que todo médico, era conocedor del latín y en sus obras hacia exhibición de su conocimiento redactando parte de ellas en esa lengua. Publicó también en 1741, *Adición al lunario de Gerónimo Cortés*, junto al maestro de matemáticas de los pajes del rey y del Cuerpo de Artillería, Pedro Enguera, en Madrid (Rodríguez, 2012).

Para el texto, *Astronomía universal teórica y práctica*, se basó principalmente en el trabajo de Newton, que había muerto diez años antes, al igual que el discípulo de Serrano, Fray Pedro de San Martín Uribe, en su obra publicada en 1748 en Córdoba, *Tablas luni-solares católicas de los movimientos de los mayores plantes* (Hafter, 1975).

En esta obra de Astronomía Vniversal, Serrano ofrece una fe de erratas de considerable tamaño (De Paz-Sánchez, 2014; p. 509):

en la que se enmiendan errores de bulto, como por ejemplo: serie en lugar de seriedad; día 7 en vez de día 12; 2328 cuando se había impreso 2228; 7000 en vez de 1748 o, en fin, astro en lugar de aspecto, entre otras muchas de este tenor.

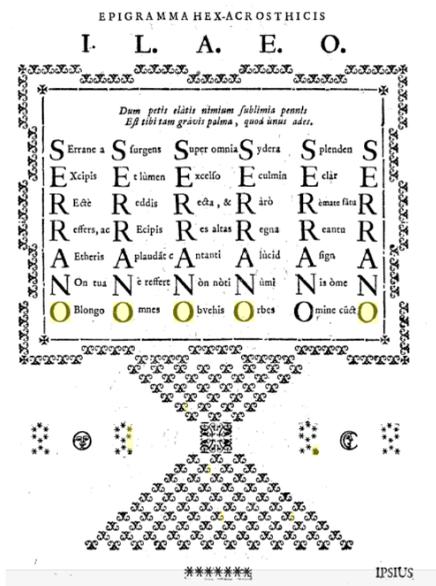


FIGURA 6. Epigrama sobre Serrano en las *Tablas Philipicas*.

Serrano dedica la obra no al Rey sino al Príncipe de Asturias D. Fernando de Borbón. La obra presenta en el amplio prólogo una guía bio-bibliográfica con los nombres de los científicos y los avances que realizaron sobre astronomía bajo un epígrafe denominado «PROGRESOS DE LA ASTRONOMIA, con orden Alfabético de sus autores, y el tiempo en que florecieron» (Serrano, 1735; p. XVI). Reseña entre los autores españoles a Pedro Ciruelo, Rodrigo Zamorano, Rodrigo Alonso de Ávila o Luis Freyre de Silva entre muchos otros. Dedicó 7 páginas a Ty-

cho Brahe y a describir su obra destacando diversos aspectos que señalan un buen conocimiento de sus trabajos en astronomía.

En 1744 publica en castellano las *Tablas Philipicas Catholicas o generales de los movimientos celestes*, de Juan Bautista Riccioli, las traduce, amplía y edita en su propia imprenta (Collantes, 2015).

La ampliación de las *Tablas Astronomicas Nova-Almagesticas* de Riccioli le es posible gracias a sus conocimientos astronómicos. Serrano informa al lector por qué traduce esta obra:

Juntamente inflado del honor, y utilidad de nuestra nación, muy gustoso tome el trabajo de traducirla Tablas Ricciolicas del Idioma Latino al Español, y juntamente con la esposicion, ó explicacion necesaria, para facilitar la inteligencia de los principiantes, y poco versados en la practica Astronomica, que se halla en esta obra. (Serrano, 1744, Al Lector)



FIGURA 7. Portada de las *Tablas Philipicas* de Gonzalo Antonio Serrano.

Los conocimientos astronómicos de Serrano eran muy actuales para la época. Además, sus continuas observaciones desde el observatorio astronómico que había instalado en la Torre de la Malmuerta en Córdoba le permitían verificar, contrastar y en ocasiones refutar lo escrito en algunos libros. De esta manera informa cómo sus observaciones cordobesas sobre el lugar de la luna no coincidían con lo predicho según las tablas astronómicas de destacados astrónomos:

En nuestro observatorio Cordubense habiendo observado muchos Eclipses Lunares y solares, hallamos, que el lugar de la Luna, por observación, no convenia con su lugar averiguado por la Tablas de Ricciolo, Bullialdo, Keplro, Tycho Brahe, Lansbergio, Argoli, y otros Astronomos de la mayor fama, por cuyo fundamento conocimos, que el movimiento de la Luna no estaba perfectamente conocido á causa de alguna oculta anomalía en sus movimientos la qual notó Bullialdo en prueba de su asunto [...] (Serrano, 1744. Al Lector)

Entre 1724 y 1727 Benito Feijoo, Diego Torres de Villarroy y Martín Martínez mantuvieron polémicas en torno a la astrología y la medicina. Serrano también participó de tales polémicas, aunque no con tanto protagonismo (Galech, 2010). En concreto se discutía sobre la validez y utilidad de la astrología en medicina. Serrano, en su obra *Teatro Supremo de Minerva* (1723) se apoya en textos de Thomas Vicente Tosca como el *Compendio Mathematico* y el *Compedium Philosophicum*, para defender la importancia de la astrología no como ciencia ficticia sino como ciencia de predicciones fundadas en la observación de los cuerpos celestes según ciertas reglas o leyes. Dice Serrano:

Es muy sabido en España, y fuera de ella que yo profeso la Astrologia (y digo, que me precio de saber algo de tan importante Ciencia) y contra ella, y sus profesores aviendo propasado el Doctor Martinez tan injuriosos tratamientos, como se leen en su *Iuzio Final*, siempre fuera sospechoso el simulo, y muy culpable el silencio, pues uno y otro fomentan la maldad, paraque con mayor conato ponga sus baterías contra la verdad: [...] Me ha parecido sacar la cara, y hacer frente à la verdad, pues no es razón permitir se trate à la inocencia con injuria, y lo que es loable con vituperio; y asi se ha formado este Theatro de Minerva en defensa honorifica de la Astrologia Physica, que no conoce, ni sabe distinguir el Antagonista. (Serrano, 1723. Prologo)

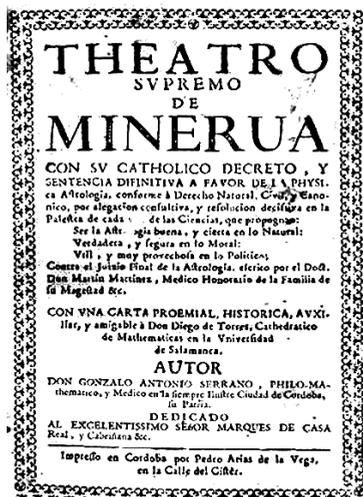


FIGURA 8. Portada del *Teatro supremo de Minerva*.

En el propio título ya se vislumbra el propósito de la obra, defender la *Physica Astrológica* demostrando «Ser la Astrología buena, y cierta en lo natural; Verdadera, y segura en lo Moral; Util, y muy provechosa en lo Politico; Conra el Juizio Final de la Astrología, escrito por el Doctor Don Martin Martinez, Medico Honorario de la Familia de su Majestad & c.»

Galech (2010) considera que Serrano fue «el primer autor español que dejó claras evidencias de estar al corriente de los trabajos de Newton y Edmon Halley, algo que consiguió gracias a las obras de William Whiston» (p. XII). Serrano cita y se apoya en la obra de Whiston para explicar sus teorías sobre los cometas, copiando en ocasiones datos de las tablas de Whiston, como por ejemplo, cuando presenta datos sobre los perihelios de algunos cometas (Galech, 2010).

## SUS OBRAS

Además de otras obras manuscritas, encontramos (Cobos y Vallejo, 2014; Entrambasaguas, 1913; Núñez, 2016; Pascual, 2013; Ramírez de Arellano, 1873; Rodríguez, 2012):

- Serrano, G.A. (1702). Opúsculo médico quirúrgico.
- Serrano, G.A. (1706). Crisis apologética y filosófico examen a diferentes proposiciones consultadas por el Lic. D. francisco de Mendoza.
- Serrano, G.A. (1711). Epístolas fisiológicas, medico-físicas, anatómicas y apologéticas.
- Serrano, G.A. (1713). Pronóstico general y particular de año 1713 con la cosecha de frutos y mantenimientos y juyzio de los políticos acontecimientos del Vniverso con todos los Cuartos de Luna y Eclipses computados al Meridiano Cordubense.
- Serrano, G.A. (1723). Crisis Astrológica Physica, Mathematica, y Chronologica y pronóstico universal sobre la máxima conjunción del año 1723, día 9 de Enero, con expresión de los sucesos Políticos y Militares, cosechas de frutos y mantenimientos y singular enarración de terremotos y constitución de los tiempos.
- Serrano, G.A. (1723). Teatro supremo de Minerva con su católico decreto y sentencia definitiva á favor de la Astrología. Córdoba.
- Serrano, G.A. (1724). Pronóstico del año 1724. General y particular: Diario con quartos de Luna, cosecha de frutos, y mantenimientos, y el juicio de los Políticos acontecimientos de todo el universo, expresando diariamente el Signo, y grado que tiene la Luna, y sus aspectos con todos los Planetas y Eclipses computados al Meridiano de la siempre ilustre ciudad de Córdoba.
- Serrano, G.A. (1735). Astronomía universal, teórica y práctica. Córdoba.
- Serrano, G.A. (1736). Geometría selecta, teórica y práctica. Córdoba.
- Serrano, G.A. (1739). Apología pacífica, médico práctico y rayos luminosos de Apolo. Córdoba.

- Serrano, G.A. (1744). *Tablas Filípicas, católicas o generales de los movimientos eclipses*. Córdoba.
- Serrano, G.A. (1744). *El Gran Piscator Andaluz*. Córdoba.

El médico, astrónomo y matemático cordobés de la primera mitad del siglo XVII, Gonzalo Antonio Serrano fue un polémico, pero querido y respetado ciudadano que falleció a la avanzada edad de 91 años, en Córdoba, el 2 de febrero de 1761 siendo sepultado en la iglesia del convento de los Trinitarios descalzos, Padres de Gracia. Bajo el arco de la entrada, hay una lápida en la que se puede leer un laude sobre el autor (Figura 9) (Ramírez de Arellano, 1873). En su testamento señaló que «antes que yo fallezca se ponga sobre mi cuerpo hábito de los religiosos de la Santísima Trinidad de Redentores descalzos» (APNCO, 1760), manifestando así su devoción por esta congregación.

Pese a haber contraído matrimonio en dos ocasiones y haber tenido ocho hijos, ninguno le sobrevivió por su gran longevidad. Su amplia biblioteca con más de 526 volúmenes, era muy variada con ejemplares de incalculable valor científico y la donó antes de su muerte al convento dominico de san Pablo en Córdoba. Entre las obras de su biblioteca se contaban 106 libros de matemáticas.

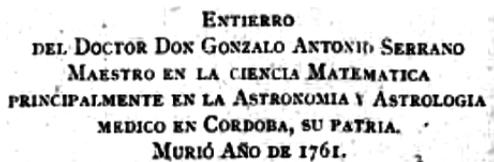


FIGURA 9. Laude sobre Antonio Gonzalo Serrano (De Valdenebro y Cisneros, 1900).

## LA GEOMETRÍA SELECTA, THEORICA, Y PRÁCTICA

Publicada en 1736, dicha obra está dirigida a astrónomos, cosmógrafos, geómetras, arquitectos, ingenieros pilotos y otros profesionales. Se imprimió en la imprenta personal del autor, y no se conocen más ediciones de la presente obra. En la introducción Serrano indica que presenta un nuevo método para facilitar la comprensión y demostración de los teoremas:

LLEVADO del natural influxo de mi afición à la Geometría, fue en fu estudio tan infatigable la aplicacion, y desvelo en los discursos, que ellos dieron alma al cuerpo pequeño de este Tratado, intitulado: Geometria Selecta, Theorica, y Practica, con nuevo Methodo en forma sylogistica, asi para facilitar la inteligencia, y demonstracion de muchos Theoremas dificultosos; como para responder, y satisfacer brevemente à Problemas mus laboriosos. Este Methodo especial, generalmente se reduce à demostrar en un sylogismo, ò enthinema, el fundamento, y razon Geometrica, con que fe dà solucion al Problema, y depues fe expresa fu conclusion con numeros, porque las operaciones de la cantidad discreta transcienden à la continua, pues no ay Problema Geometrico, donde no tenga fu debido lugar el numero, con la circunstancia de hacer mas comprehensible, y

compendiosa la doctrina, asi en la demonstracion del Theorema, como en la resolucion, ò conclusion del Problema; y asi por este Methodo artificioso se facilitan las operaciones Geómetricas, y se vencen grandes dificultades con poco trabajo, en cuyo beneficio resplandece la industria del Maestro, y la utilidad de los que fe aplican al estudio Mathematico. (Serrano, 1736. INTRODUCCION)

Consta de una serie de problemas, con sus respectivas resoluciones de varios ámbitos de la geometría plana. La única obra que referencia es los Elementos de Euclides de donde obtiene las definiciones formales de los conceptos geométricos básicos (Gutiérrez-Rubio y Madrid, 2018). Aparte, en la introducción da una serie de consejos para obtener cuadrados y raíces cuadradas, en la que da una referencia incompleta de un libro *De los números Cuadrados*, que probablemente sea *Liber Quadratorum* de Fibonacci (1225).

La obra consta de 56 páginas, estructurada en 6 capítulos, que se componen de los siguientes contenidos:

Capítulo 1: Proemial geométrico de las más principales definiciones de Euclides, con una breve, y clara exposición para facilitar la inteligencia de los principiantes en esta utilísima facultad. Páginas 1-5. Se introducen los conceptos geométricos básicos, tomando como referencias los Elementos de Euclides a la hora de definir los objetos geométricos con los que trabajará.



FIGURA 10. Portada de la Geometría Selecta.

Capítulo 2: De los problemas geométricos de los rectángulos, o paralelos gramos rectangulares. Páginas 5-20. Consta de 26 problemas geométricos relacionados con rectángulos, junto con los entimemas o silogismos necesarios para su resolución.

Capítulo 3: De los problemas geométricos de los cuadrados. Páginas 20-22. Consta de 9 problemas geométricos relacionados con cuadrados, siguiendo una estructura similar a la anterior.

Capítulo 4: De los problemas, y medida de los triángulos rectángulos. Páginas 22-38. Consta de 36 problemas relacionados con triángulos rectángulos.

Capítulo 5: De los problemas, y medida de los triángulos escalenos. Páginas 38-47. Consta de 12 problemas relacionados con triángulos escalenos.

Capítulo 6: De los problemas del círculo y su dimensión. Páginas 47-56. Consta de 26 problemas relacionados con circunferencias.

En el capítulo 1 se recogen todas las definiciones necesarias para el tratamiento de los problemas de los capítulos posteriores. El autor utiliza las definiciones de los diferentes objetos geométricos dadas por Euclides en el libro I de los Elementos. No recoge una definición de Geometría, aunque sí explica lo que se entiende por definición de un concepto, como «una breve oración, que explica la naturaleza, o propiedades de la cosa definida» (p. 1). Define conceptos básicos de geometría plana, desde el punto hasta figuras como triángulos, rectángulos o circunferencias.

En los capítulos 2 y siguientes se plantean problemas relacionados con las diferentes figuras geométricas (rectángulo, cuadrado, triángulo rectángulo, escaleno y circunferencia respectivamente).

En el problema 18 del capítulo 2 utiliza una variante del Teorema de Pitágoras, que no referencia de ninguna otra obra. Concretamente «En cualquier rectángulo el cuadrado de la diagonal es igual al duplo del área con el cuadrado de la diferencia de los lados» (p. 14). En notación moderna:

$$d^2 = 2ab + (a - b)^2$$

Donde  $d$  es la diagonal y  $a$ ,  $b$  los lados del rectángulo.

En el desarrollo de la obra Serrano utiliza dichos resultados o casos particulares de ellos (para un cuadrado por ejemplo), pero no utiliza en ningún momento la forma general del Teorema de Pitágoras. Tampoco presenta ninguna demostración formal de dichas variantes. Asimismo, utiliza como aproximación dada por Arquímedes del valor de  $\pi \approx 355/113$  (p. 48).

Por otra parte, es interesante destacar que en la mayoría de los problemas que plantea el autor, estos vienen acompañados de una representación gráfica siempre a partir de formas geométricas, como apoyo para su comprensión.

El autor presenta un método de enseñanza denominado en la obra «Método en forma silogística». Dicho método, usado en todo el libro, consiste en plantear problemas concretos de geometría plana, para los que primero se muestran el o los resultados teóricos necesarios para su resolución y posteriormente se resuelve el problema. Dichos resultados se muestran siempre en la forma de silogismos o entimemas, y no se demuestran formalmente. Finalmente, en un apartado llamado «Conclusión» se aplica la resolución del problema en un caso concreto.

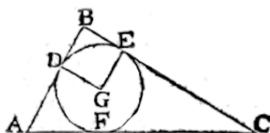


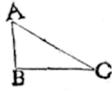
FIGURA 11. Ejemplo de representación gráfica para un problema.

En la página 13 se aprecia un ejemplo del uso de dicho método. Comienza planteando una situación problemática. En este caso, se conoce el área y un cateto de un triángulo rectángulo, y hay que hallar el valor del otro lado. A continuación, expresado en forma de entimema, se plantea el razonamiento lógico para resolver dicho problema. A modo de conclusión, resuelve el problema para unos valores concretos de área y cateto (24 y 6 respectivamente).

**PROBLEMA II.**

*Dada el Area de un triangulo rectangulo, y el  
un lado, se pide el otro.*

**ENTIMEMA.** Multiplicando el vn lado por el otro, el producto es el duplo del Area: Luego, el duplo del Area partido por el lado dado, el quociente faldrá el valor del otro lado.



**CONCLUSION.**

**E**N el triangulo ABC, el lado AB, tiene 6, y el Area es 24, se pide el lado BC. El duplo del Area es 48, el qual partido por 6, del lado dado, el quociente es 8, y tanto digo valer el lado BC. La prueba consta del precedente Problema.

FIGURA 12. Ejemplo del método silogístico.

La Geometría Selecta se presenta como un tratado de Geometría especialmente dirigido para profesionales de la época, si bien carece de supuestos prácticos, ya que están planteados puramente en el ámbito geométrico-aritmético. Los problemas constan de casos concretos con una metodología específica para su resolución, y tienen un carácter puramente instrumental, fruto de la experiencia de Serrano, que escribió esta obra con 66 años. El planteamiento y desarrollo de los contenidos con ejemplos «prácticos» despojados de demostraciones pone de manifiesto la preocupación social de un erudito que fue consciente de las muchas carencias matemáticas existentes en su ciudad y procuró brindar un manual que sirviera como herramienta y orientación en aspectos básicos de la geometría de la época que eran necesarios para el desempeño de diferentes artes y profesiones (Gutiérrez-Rubio y Madrid, 2018).

## CONCLUSIONES

Como se ha mostrado era un hombre cultivado de su tiempo. Gonzalo Antonio Serrano respondía al ideal de hombre sabio, que se había formado a sí mismo, autodidacta con vocación de transmitir su conocimiento. Dominaba los saberes de su época, estaba al corriente de los adelantos científicos que se daban en Europa y procuraba incorporarlos en la medida de sus posibilidades en sus obras. Ejerció la medicina y desde esta cultivó las matemáticas y la astronomía todas ellas consideradas compatibles en el siglo XVIII. Es considerado un novator y seguidor de Feijoo.

Con este breve estudio hemos pretendido sacar a la luz del gran público no especialista a un autor casi desconocido en el ámbito español pero que fue un prolífico autor de textos de variadas ramas científicas. Si bien es conocido en el ámbito de la historia de la medicina en España, también es destacable su trabajo en aras de la defensa de las ciencias y en poner en valor la astronomía como ciencia al servicio de otras ramas y la incorporación de los avances científicos de la época en la ciencia española.

Este trabajo pone de manifiesto la necesidad de estudios de esta naturaleza para poner en valor a personajes del pasado que pusieron su grano de arena en la difusión del conocimiento en España. Sin lugar a dudas Gonzalo Antonio Serrano debería ser un modelo en cuanto al empeño, al deseo de conocimiento y a buscar por su propia cuenta respuestas a su infatigable sed de aprender y de actualizar sus conocimientos de forma constante.

*Agradecimientos:* este trabajo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## REFERENCIAS

- Aguilar, F. (1993). *Bibliografía de autores españoles del siglo XVIII*. Madrid: CSIC.
- Álvarez-Sierra, J. (1959). *Diccionario de cirujanos españoles, Hispanoamericanos y filipinos. Cirugía, Ginecología y Urología*, 13-15. Recuperado de [https://biblioteca.unizar.es/sites/biblioteca.unizar.es/files/users/Medicina.13/docs/diccionario\\_de\\_cirujanos.pdf](https://biblioteca.unizar.es/sites/biblioteca.unizar.es/files/users/Medicina.13/docs/diccionario_de_cirujanos.pdf)
- APNCO (1760), 6, p. 183. 125-132r., f° 126r.: *Testamento de D. Gonzalo Antonio Serrano*
- Cobos, J. M., y Vallejo, J. R. (2014). Jerónimo Audije de la Fuente y Hernández. El pescador de Guadalupe. España: Editamás.
- Collantes, C. (2015). Versos y tratados en la Ilustración científica (1650-1750). *CES. XVIII*, 25, 75-96.
- Collantes-Sánchez, M. C. (2016). La tipobibliografía clásica: posibilidades y límites (a propósito de Valdenebro y la poesía bajo barroca). *Analecta Malacit*, 41, 97-120
- De Valdenebro y Cisneros, J. M. (1900). *La imprenta en Córdoba*. Madrid: Impresores de la Casa Real.

- De Paz-Sánchez, M. (2014). *Errata corrigenda*. Sobre el cuidado de la impresión en el Siglo de las Luces. En Rodríguez, C. (Ed.): *Homenaje a la profesora Constanza Negrín Delgado* (págs. 501-529). La Laguna: Instituto de Estudios Canarios.
- Domergue, L. (1986). Inquisición y Ciencia en el siglo XVIII. *Arbor*, 124, 103-130.
- Entrambasaguas, J. (1913). Un memorial autobiográfico de D. Diego de Torres Villarroel. *Boletín de la Academia Española*, tomo XVIII, 395-417.
- Gamarra, A. (2017). Los «invisibles» del comercio del libro: perfil de varios vendedores ambulantes de impresos en el XVIII. *Titivillus= International Journal of Rare Book: Revista Internacional sobre Libro Antiguo*, (3), 91-115.
- García, J., y Girón, F. (2005). La asistencia de los Hermanos de San Juan de Dios en las epidemias andaluzas (Siglos XVI a XIX). *Revista de historia de la Orden Hospitalaria de San Juan de Dios*, 3, 545-569.
- Gutiérrez-Rubio, D. y Madrid, M. J. (2018). Geometría Selecta Theorica, y Práctica del Matemático Cordobés Gonzalo Antonio Serrano. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 1(1), 32-39.
- Haftner, M. Z. (1975). Toward a History of Spanish Imaginary Voyages. *Eighteenth-Century Studies*, 8(3), 265-282.
- León-Mantero, C. y Maz-Machado, A. (2015). Juan Cortázar y sus aportaciones a la educación matemática española del siglo XIX. *Ensayos, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 30(1), 55-62.
- León-Mantero, C., Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. (2016). Efemérides de Agustín de Pedrayes y Foyo: un destacado matemático español del siglo XVIII. *Números*, 92, 49-56.
- Meavilla, V., y Oller, A. (2015). Los textos matemáticos de Antonio Terry y Rivas. *Números*, 90, 89-103.
- Maz, A. y Rico, L. (2009). Las Liciones de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1758-2008). *Suma* 60, 35-41.
- Maz-Machado, A. y Rico, L. (2013). El Tratado elemental de matemáticas de José Mariano Vallejo en el bicentenario de su publicación. *Suma*, 74, 55-63.
- Núñez, J. (2016). Algunos matemáticos andaluces nacidos entre los siglos XV y XIX. *Pensamiento Matemático*, 6(2), 121-147.
- Pascual, J. L. (2013). Un vacío por rellenar en la historia de la Meteorología. *AME Boletín*, 27, 30-33.
- Polo, M. J. (2000). Imprenta y lectura en Córdoba (1556-1900). *Arbor*, 166(654), 253-275.
- Ramírez de Arellano, T. (1873). *Paseos por Córdoba*. Córdoba: Rafael Arroyo.
- Real Academia de Historia (s.f.). *Gonzalo Antonio Serrano*. Recuperado de <http://dbe.rah.es/biografias/37918/gonzalo-antonio-serrano>
- Rodríguez, M. L. (2012). Cirujanos Novohispanos poseedores de libros (1779-1818). *Boletín del Instituto de Investigaciones Bibliográficas*, XIII(1-2), 43-64.
- Sebastián, J. F. (1989). Opinión pública, prensa e ideas políticas en los orígenes de la Navarra contemporánea, 1762-1823. *Príncipe de Viana*, 50(188), 579-640.

- Sebold, R. P. (1980). *La prensa española en el siglo XVIII: Diarios, revistas y pronósticos by Francisco Aguilar Piñal*. Review by: Russell P. Sebold. *Hispanic Review*, 48(1), 125-128.
- Serrano, G. A. (1723). *Theatro Supremo de Minerva con su catholico decreto y sentencia definitiva a favor de la Physica Astrologica [...]*. Córdoba: Impreso por Pedro Arias de la Vega.
- . (1736). *Geometría selecta, teórica y práctica, con ethodo sylogisitico mui especial para facilitar la inteligencia y las demostracion de los theoremas y problemas [...] para Astronomos, comografos, geometras, arquitetos, ingenieros pilotos y otros artificies*. Córdoba: En la imprenta del autor.
- . (1744). *Tablas Philipicas, Catholicas, ó Generales de los movimientos celestés, que con nombre de Tablas Astronomica Nova-Alamgesticas escribo y dio al publico el R. P. Juan Bautista Ricciolo [...]*. Córdoba: en la Imprenta del autor.
- Villalba, J. (1803). *Epidemiología española o historia cronológica de las pestes, contagios, epidemias y epizootias que han acaecido en España [...]*. Madrid, 2 vols.

## CAPÍTULO 9

---

### EL TRATAMIENTO DEL ÁLGEBRA EN LOS LIBROS DE MATEMÁTICAS EN CASTELLANO EN EL SIGLO XVIII

#### TREATMENT OF ALGEBRA IN SPANISH MATHEMATICS BOOKS AT THE 18TH CENTURY

MARÍA JOSÉ MADRID  
*Universidad Pontificia de Salamanca*

CARMEN LEÓN-MANTERO  
*Universidad de Córdoba*

CARMEN LÓPEZ-ESTEBAN  
*Universidad de Salamanca*

#### RESUMEN

En el siglo XVIII se produce en España un movimiento de renovación científico que incluye a las matemáticas. El objetivo de este trabajo es conocer los contenidos algebraicos que se incluían en distintos libros de matemáticas de este siglo, centrándonos en la distinta definición de álgebra que incorporaban los autores de estos libros de matemáticas y en el objeto que consideraban que esta tenía. Para ello se ha realizado un estudio de tipo histórico matemático utilizando la técnica del análisis de contenido de libros de matemáticas antiguos, técnica ampliamente utilizada en investigaciones previas en este campo. El análisis de las obras muestra la relevancia que distintos autores daban al álgebra y las diferencias entre las definiciones planteadas por los autores para esta disciplina.

Palabras clave: *álgebra, historia de las matemáticas y la educación matemática, libros de matemáticas, siglo XVIII.*

#### ABSTRACT

In the 18th century there was a movement of scientific renewal in Spain that included mathematics. The aim of this study is to know the algebraic contents that were included in different mathematics books of this century, focusing on the different definition of algebra

that the authors of these mathematics books included and the object that algebra had, according to them. For this, a mathematical historical study has been carried out using the technique of content analysis of old mathematics books, a technique widely used in previous research in this field. The analysis of the books shows the relevance that different authors gave to algebra and the different definitions proposed by the authors for this discipline.

Keywords: *algebra, history of mathematics and mathematics education, mathematics books, 18th century.*

## INTRODUCCIÓN

LA EVOLUCIÓN Y EL TRATAMIENTO dado a las distintas ideas matemáticas y cómo ha sido su enseñanza a lo largo de los siglos son algunas de las temáticas en las que se centran las investigaciones en historia de las matemáticas y la educación matemática (Maz-Machado, Madrid, León-Mantero y Jiménez-Fanjul, 2017).

Prueba de ello son los distintos estudios que pueden encontrarse dentro de estas temáticas, por ejemplo, el estudio de Picado, Rico y Gómez (2015) sobre la incorporación de las unidades métrico-decimales en los libros de texto para primaria usados en España durante 1849-1892 o sobre la historia temprana del álgebra y en concreto la herencia de Diofanto (Christianidis y Megremi, 2019).

En el siglo XVIII español la nueva dinastía de los Borbones busca modernizar la sociedad española y esto supone a su vez un empuje en el estudio de las ciencias y la técnica, aunque con diferencias entre los distintos monarcas (Ausejo y Medrano, 2010).

Las órdenes religiosas, y en particular los jesuitas, que habían copado hasta el momento la enseñanza en general y también la de las ciencias, pierden influencia sobre todo tras la expulsión de estos últimos de España en el año 1767, y se produce un periodo de predominio de instituciones civiles y militares (Gómez, 2011).

En estas instituciones militares o civiles se necesitan profesores con conocimientos matemáticos para asegurar la enseñanza y estos profesores, a diferencia del periodo anterior no son religiosos, sino que pertenecen a la sociedad civil o militar; lo cual supone un progresivo desplazamiento de las órdenes religiosas del control educativo y científico español. En menor medida, la enseñanza de las ciencias en las universidades durante este siglo recibe también un nuevo impulso pues se fundan, por ejemplo, cátedras de matemáticas (Maz, 2005).

Algunos de estos profesores de matemáticas escribieron libros para que se utilizaran en estas distintas instituciones (instituciones religiosas, academias civiles o militares, universidades, etc.) en las que impartían clase. La relevancia de estas obras depende de cada caso, pero algunas de ellas contaron con bastante, incluso años después de su primera publicación. Ejemplo de ello es una *Real Cedula* de 1807 en la que se dispone que las universidades utilicen como texto para los elementos de aritmética, álgebra y geometría y para la aplicación del álgebra a la geometría la obra del catedrático de la Universidad de Salamanca Juan Justo García.

Estos hechos son un breve apunte de la relevancia del siglo XVIII en la investigación en historia de las matemáticas y la educación matemática. En este trabajo

continuamos con las investigaciones en esta línea centrándonos en los contenidos algebraicos y su desarrollo en los libros de matemáticas del siglo XVIII en España.

Si en el siglo XVI Marco Aurel declaraba en su *Arithmetica Algebraica* que los contenidos algebraicos que trataba eran cosa nueva y «jamás vista, ni declarada: y podrá ser, que ni aun entendida, ni imprimida en España» (Aurel, 1552, Al lector) en el siglo XVIII vemos como diversas obras publicadas en España incluyen contenidos algebraicos de forma más o menos extensa.

No solo eso, también en los Certámenes Matemáticos o en los exámenes realizados en distintas instituciones tiene relevancia el álgebra. Por ejemplo, en la *Descripcion del Certamen Academico, Matematico, y de varia instruccion* (1771) para los estudiantes de la Real Maestranza de Granada se indica sobre esta:

El Algebra, Ciencia general, cuya extension, y fecundidad en demostraciones conduce à el entendimiento como por la mano, y le facilita los medios de descubrir las verdades mas ocultas: es digna de la mayor recomendacion, y su elogio se hace con propiedad, diciendo, que es la llave maestra para resolver todos los dificiles Problemas, Arcanos, y mysteriosas obscuridades de la Matematica. Por sus Analysis se viene por caminos incognitos à descubrir unas verdades prodigiosas, resultas en todos los casos. (p.21)

Otro ejemplo está en los *Certámenes públicos de matemáticas* (1776) del Real Seminario de Nobles de Madrid que incluyen entre otros la aplicación del álgebra a la geometría o en los programas de estudios de instituciones como la Academia de Guardiamarinas; por ejemplo, en el Certamen del Curso de Estudios Mayores de la Academia de Guardiamarinas planeado por Gabriel Císcar en 1785 se incluye el álgebra con cuestiones como la resolución de ecuaciones de grados superiores al segundo (Lafuente y Sellés, 1988).

Este trabajo busca por tanto continuar con la investigación ya planteada en Madrid, León-Mantero, Maz-Machado y López-Esteban (2019) en la que se indagaba sobre el concepto de ecuación planteado por varios autores del siglo XVIII, teniendo como objetivo conocer qué obras incluían contenidos algebraicos en el siglo XVIII, qué contenidos algebraicos incluían y qué definición de álgebra aportaban, en el caso de hacerlo.

## METODOLOGÍA

Se presenta una investigación exploratoria, descriptiva y ex post facto. Se trata de una investigación de tipo histórico matemático basada en el análisis de libros de texto antiguos de matemáticas.

Para realizar este trabajo se ha utilizado la técnica de análisis de contenido de libros de texto, siguiendo las directrices planteadas en Maz (2009) y que ya han sido utilizadas en otras investigaciones en historia de las matemáticas y la educación matemática, por ejemplo, Madrid, Maz-Machado, López-Esteban y León-Mantero (2017).

Se definieron como unidades de análisis cada uno de los párrafos incluidos en las obras en los que se trataban contenidos algebraicos. Estos párrafos se leyeron y analizaron y posteriormente se categorizaron mediante una revisión de expertos en historia de la educación matemática. Para la selección de las obras analizadas se tuvieron en cuenta los siguientes criterios adaptados de Maz (2005):

- Idioma: únicamente se analizaron libros escritos originalmente en castellano.
- Álgebra: todos los libros analizados incluyen contenidos sobre álgebra.
- Impresión: se han considerado únicamente libros impresos, descartándose los manuscritos.
- Siglo XVIII: los libros analizados se publicaron por primera vez en el siglo XVIII.
- Edición: se han considerado las primeras ediciones de las obras (siempre que estas estuvieran disponibles).
- Disponibilidad del texto: la lejanía en el tiempo de publicación de algunos de estos libros dificulta el acceso a los mismos, por tanto, se eligieron únicamente obras disponibles cuando fuese necesario. La muestra elegida es así intencional y por conveniencia.

En la búsqueda y localización de estos libros de matemáticas se utilizaron distintos repositorios como la Biblioteca Digital Hispánica de la Biblioteca Nacional de España o el catálogo digital Google Books.

La selección de obras en castellano hizo que otras obras, como el *Tractatus prae-liminaris: mathematicarum disciplinarum elementa, in usum physicae candidatorum* (1778) de Francisco de Villalpando, escrita en latín y publicada en el siglo XVIII, no se hayan tenido en cuenta, aunque sí incluyan contenidos algebraicos. Así mismo, autores de libros de matemáticas relevantes que comenzaron su andadura en el siglo XVIII no han sido considerados porque sus publicaciones con contenidos algebraicos se realizaron ya en el siglo XIX como es el caso de José Mariano Vallejo. Finalmente, la disponibilidad hizo que se seleccionaran para su análisis los 19 textos que se indican en el siguiente apartado.

En todas las transcripciones de las obras estudiadas en este trabajo se han mantenido tanto el lenguaje como la ortografía original aun cuando estos no siempre coinciden con el lenguaje ni con las normas ortográficas, de puntuación o acentuación del castellano actual.

## RESULTADOS

Las obras analizadas a continuación incluyen contenidos algebraicos en mayor o menor medida, en la mayoría de ellos aparece también una definición de álgebra o una indicación sobre cuál es su objeto.

La primera obra analizada se publica en 1706 en Madrid por Antonio González de Reyes y lleva por título *Elementos Mathematicos. Que comprehenden los principios de la Arte Menor, y Mayor de la Arithmetica; los de los Planos, y Solidos de la*

*Geometría; los Esphericos de Theodosio; las principales propiedades de las Secciones Conicas; la Trigonometria Elementar; assi Rectilinea, como Espherica; la Logarithmica; los principios de la Algebra, y su aplicación à la Geometría.* Tomo Iº.

Fue escrita por el padre Pedro de Ulloa de la Compañía de Jesús, Catedrático de Matemáticas de los Estudios Reales del Colegio Imperial y del Consejo Supremo de las Indias. El primer tomo de los *Elementos mathematicos* no es el único libro que publicó el autor, en 1717 salió a la luz *Musica universal ô Principios universales de la musica*.

El libro destaca por la inclusión de la geometría analítica de Descartes (aunque sea de forma breve), ya que está considerado el primer texto impreso en España que la da a conocer (Dou, 1990).

La obra está dividida en dos partes; la primera incluye contenidos algebraicos como operaciones con polinomios y unas 25 páginas que se dedican a las ecuaciones en las que se realizan también algunos problemas; por ejemplo plantea el autor la búsqueda de un número que dividido por 6 tenga como resto 5, partido por 5 tenga como resto 4, partido 4 tenga como resto 3, partido por 3 tenga como resto 2 y partido por 2 tenga como resto 1.

En cuanto a la definición de álgebra que indica el autor es la siguiente:

[...] como pueden proponerse Proposiciones formadas por otros en forma de Questiones, ò Problemas, que no estèn cumplidas, sino viciadas, ò por ignorancia, ò de proposito, es preciso tener medio assi para descubrir la Naturaleza de qualquier Proposicion, que se proponga, como para demostrar commodamente la ià descubierta. El medio para conseguir esto es una especie de Arithmetica literal, que se llama ALGEBRA. Dicese, Una especie de Arithmetica literal: porque la ALGEBRA, fuera de las Reglas de esa Arithmetica, que se llama Especiosa, de quien también se vale, y cuios Principios, y Practica quedan vistos, tiene otros, que se veràn despues. (Ulloa, 1706, p. 126)

Tres años después, en 1709, se publica en Valencia por Antonio Bordazar el segundo tomo del *Compendio mathematico, en que se contienen todas las materias mas principales de las Ciencias que tratan de la Cantidad* del presbítero de la Congregación del Oratorio de San Felipe Neri de Valencia, Vicente Tosca.

Tosca, a diferencia de Pedro de Ulloa en sus *Elementos*, dedica en esta obra el tratado quinto al álgebra o arte analítica (diferenciándolo de la arithmetica superior que incluye en su tratado cuarto). Así comienza este tratado quinto con una breve introducción en la que se habla sobre el nombre del álgebra, se debate sobre quien fue su inventor (mencionando a Dionysio Areopagita, Mahomet Arabe, Gebro y concluyendo que fue Diophanto Alexandrino), y se incluye como definición de álgebra la siguiente:

Es, pues, la Algebra un Arte que enseña hallar qualquiera cantidad, resolviendo la question propuesta, por los mesmos terminos, con que se compuso. De que se colige ser su objeto mas universal que el de la Geometria, y Arithmetica, pues contrayendose aquella à la cantidad continua, y estrechandose esta à la discreta,

se extiende la Algebra, sin limitacion à entrambas, à quienes enriquece con nuevos Theoremas, y Problemas. (Tosca, 1709, pp. 71-72)

Seguidamente divide el álgebra en vulgar (o numerosa) y especiosa, hablando además para esta última de Francisco Vieta, y diciendo que ambas tienen el mismo fundamento, las progresiones aritmética y geométrica, pero que mientras que el método de la especiosa facilita gran parte de las operaciones, ayuda más a la imaginación de los principiantes la numerosa.

A continuación, las más de 250 páginas de este quinto tratado están subdivididas en 8 libros que incluyen desde la logística de los caracteres, las reglas generales del álgebra o arte analítica, el análisis de las igualaciones simples, el análisis compuesto para resolver igualaciones compuestas con una magnitud incógnita y con diferentes magnitudes incógnitas (incluyendo el árbol analítico de la Figura 1), las magnitudes irracionales e inconmensurables y la aplicación del álgebra a la geometría.

Además, ya en su primer tomo del *Compendio*, Tosca expone en la *Introducción breve a las disciplinas matemáticas* la importancia del álgebra: «Entra en tercero lugar la Algebra, que con sagacidad increíble, sigue por varias, y ocultas sendas la verdad hasta encontrarla; disuelve las questionnes mas dificiles, y allana los mas intrincados laberintos» (Tosca, 1707, p. 3).

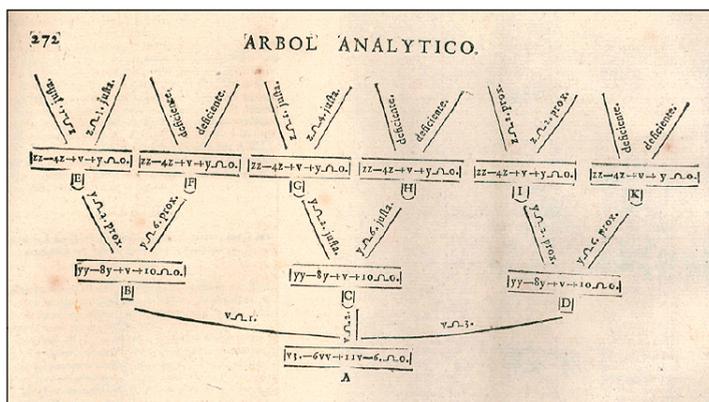


FIGURA 1. Árbol analítico (Tosca, 1709, p. 264).

Francisco Xavier Garcia natural de Ateca (Zaragoza), es según su obra un maestro de primeras letras y examinador de los pretendientes a maestro en el arte de contar que publica en 1733 en Zaragoza su obra *Arithmetica especulativa, y practica, y arte mayor, o algebra*. No se trata de la única obra del autor, pues por ejemplo este escribió en 1723: *Formulario, que servira de fiel para todos aquellos que exercen el empleo de almutazaf, en las poblaciones del Reyno de Aragon, en quanto conduce a las cosas venales de comercio, como son pan, vino, azeite, y carne, con otros adherentes importantes*.

En la dedicatoria de la *Arithmetica especulativa y practica y arte mayor o algebra* ya habla el autor sobre el álgebra diciendo:

Ultra de lo qual contiene las Nobilissimas Reglas del Arte mayor, ò Algebra tan necessarias para la Mathematica, que son el alma de ella, de cuyos aciertos pen- den muy elevados progressos en la milicia, assi para la conservacion de las Plazas, y defensa de ellas, como para los assedios. (Garcia, 1733, A LA IMPERIAL, AUGUSTA, MUY NOBLE, y Leal Ciudad de Zaragoza)

Comentando además las dificultades para entender esta disciplina. La obra está escrita como un diálogo entre un discípulo que quiere aprender el Arte de Contar y el maestro. Este diálogo en sus primeras páginas da lugar a preguntas como: «D: Y la Algebra tambien fue inventada por Pytagoras?» (Garcia, 1733, p.4).

Pregunta a la que el maestro responde diciendo que hay variedad de respuestas entre los distintos autores sobre quién la inventó, pero que a él no le corresponde investigarlo, solo indica que debió ser un hombre de gran ingenio pues el álgebra, aunque es explicada por muchos autores, pocos la entienden. De hecho, dice el maestro que a él le costó mucho trabajo aprender lo que sobre ella sabe, por no haber tenido quien se la explicara más que los libros, y por eso quiere escribirla con un método fácil para que puedan aprenderla todos los que no quieran ignorarla.

Incluye entre otros contenidos el *Libro Sexto que trata de la algebra, y de las prevenciones, que son necesarias para su perfecta inteligencia*. En este libro de casi 70 páginas se incluyen la definición de álgebra, las prevenciones necesarias para entender el álgebra (indicando qué contenidos se deben conocer previamente para poder comprenderla), la definición y explicación de los caracteres principales que la componen, las operaciones con caracteres y las pruebas de estas reglas, las distintas igualaciones y las demandas que se pueden resolver con ellas. Destaca en este caso el tratamiento anticuado que da el autor al álgebra, por ejemplo, mantiene los caracteres cósmicos (cosa, censo, cubo, etc.) y sus abreviaturas. No es el único libro impreso en castellano en este siglo con contenidos algebraicos anticuados, por ejemplo, la *Aritmética práctica, y especulativa* del Bachiller Perez de Moya (cuya primera edición corresponde al siglo XVI) se sigue reimprimiendo hasta en 1798.

Francisco Xavier Garcia (1733) indica como definición para el álgebra:

Es una ciencia Arithmetica, que algunos le dàn el titulo de Arte mayor, otros Arithmetica mayor, y otros le dàn el titulo de la regla de la cosa, y todos dicen bien, por quanto abraza en sí todo quanto elevado acumen, puede producir el Arte menor, y por si misma absuelve aquellas dudas, que por aquella no se pueden alcanzar. Llamánla Regla de la cosa, porque el supuesto de las operaciones de ella, se dice ser una cosa, y toda el alma de la operacion, se dirige à hallar el valor de aquella cosa supuesta, y tiene por excelencia, que con muy pocos numeros se hace una operacion, que por otra regla se gastaràn à centenares, y lo mismo acaece con la brevedad del tiempo, en que se hace, como mas largamente se verá por el discurso de la Obra. (p. 349)

En 1756 se publica en Madrid en la imprenta de Antonio Marin el tercer tomo del *Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra, para el uso de la Real Academia establecida en el Quartèl de Guar-*

*días de Corps* escrito por Pedro Padilla y Arcos. En la portada de la propia obra se indica que este era Capitán de Infantería, Ingeniero en segundo de los Reales Ejércitos, Secretario de S. M. con ejercicio de Decretos, Oficial cuarto de la Secretaría de Estado y del Despacho Universal de la Guerra, y Director Principal de la Academia de Guardias de Corps.

En la aprobación escrita por Jorge Juan para los tomos de Algebra, Geometría Superior, Cálculos Diferencial e Integral, Trigonometría y Logaritmos y que se incluye en esta obra, se indica que es la obra más completa que en Algebra y Geometría se ha dado a luz en nuestro idioma. Comienza después un prólogo en el que se indica el objeto de esta:

Comprende el Objeto del Algebra toda especie de cantidad, assi discreta, como continua, assi finita, como infinita, siendo por esta razon subalternas suyas no solo la Arithmetica Vulgar, y Geometria Elementar, sino tambien las demàs partes de la Mathematica: y aunque baxo este concepto parece debia preceder à unas, y otras el Algebra, deduciendo de sus reglas universales las respectivas à cada una, no obstante ha sido conveniente, y aun precisa la ordenación referida para el mayor acierto. (Padilla y Arcos, 1756, pp. 2-3)

Habla también el autor sobre la relación entre el Arte de la Guerra y el Álgebra de la siguiente forma:

Nuestro designio à la verdad requería tocar aqui muy poco de Algebra, pues sin ella (bien que con rodeos) se pueden comprehender, las partes de las Mathematicas necessarias al Arte de la Guerra; pero como el tiempo es corto, su utilidad inmensa, el trabajo, y dificultad ninguna, por mas que se pondére, grande el gusto, y satisfaccion que resulta de poder entender qualquiera de los muchos Libros que hay escritos baxo su método, con otras innumerables ventajas: ha dado motivo à alguna mayor extension que la que à algunos parecerà correspondia. (Padilla y Arcos, 1756, pp. 4-5)

Finaliza el prólogo indicando que tal y como se advirtió en el Plan de la Obra dividirá el álgebra en tres tratados: álgebra elemental, o principios generales de la algebra; geometría superior o de las curvas y cálculos diferencial e integral. En este tercer tomo de la obra se incluye el tratado de álgebra elemental con más de 200 páginas.

Comienza el autor definiendo: «Algebra es Ciencia que trata de la cantidad en general, y se dice Elementar aquella parte que trata de sus principios, ò elementos. Si conviene, ò no, esta Definicion al Algebra, se verá en el discurso de esta Obra» (Padilla y Arcos, 1756, p. 6). Y habla nuevamente sobre su objeto en un corolario:

El objeto del Algebra, segun esto, siendo el mismo que el de la Mathematica en comun, (2. Prev. Not.) no dudaremos afirmar, que la inteligencia de las partes de ésta pende enteramente de la del Algebra, de suerte, que comprendidos los elementos de ella, nada puede haver dificil en las Mathematicas ni assumpto que no fea accessible mediante sus principios. (Padilla y Arcos, 1756, p. 6)

A continuación, se exponen los principios generales del álgebra, las cantidades positivas y negativas, las operaciones en el álgebra incluyendo el modo de elevar a potencias y de extraer raíces, las ecuaciones y su resolución, la resolución de problemas aritméticos y las proporciones y progresiones.

Al hablar en la Sección de problemas aritméticos sobre las cuestiones de reglas de tres simples, compuestas, etc. compara la resolución aritmética con la algebraica alabando esta última diciendo y: «En los Exemplos dados se puede haver visto la presteza, y universalidad con que se satisface à tales Problemas, mediante solo los principios mas sencillos del Algebra» (Padilla y Arcos, 1756, p. 177).

En 1758 se publican en Barcelona los dos tomos de *Liciones de Mathematica, o Elemenos generales de arithmetica y algebra para el uso de la clase* (Cerde, 1758a, 1758b) escritos por el jesuita Thomas Cerda, del que se indica en la portada que es profesor Real de Matemáticas en Barcelona.

El primer tomo de la obra comienza con un capítulo sobre la diferencia entre la aritmética y el álgebra y entre sus capítulos incluye las operaciones con cantidades algebraicas, las fracciones algebraicas y las potencias y raíces de cantidades algebraicas. En este primer tomo define Cerda álgebra como:

La parte que se sirve de las expresiones universales, è indeterminadas a, b,c, &c. se llama Algebra, ò Arithmetica Universal, pero entrambas se fundan en unos mismo principios, aunque el modo de obrar es algo diferente el uno del otro; el del Algebra es mas facil, y expedito, porque no está atado à tantas leyes, y circunstancias, el de la Arithmetica es mas dificil, y penoso. (Cerde, 1758a, p. 6)

Además, al introducir las operaciones fundamentales del álgebra indica: «el modo de hacer estas operaciones es algo diferente en la Algebra, ò Calculo literal, que en la Arithmetica» (Cerde, 1758a, p. 48).

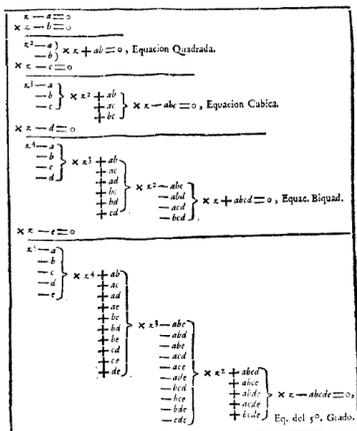


FIGURA 2. Tabla en la que se manifiesta la formación de las ecuaciones superiores (Cerde, 1758b, p. 78).

En el segundo tomo se incluyen unas 180 páginas que van desde el estudio de las ecuaciones de primer grado a las ecuaciones superiores (con esquemas como el de la Figura 2). Finaliza el libro hablando de series (incluyendo el método de Newton para la reducción de raíces a series) y de combinaciones. Entre sus páginas no solo se menciona a Newton en varias ocasiones, habla también de Maclaurin, del álgebra de Saunderson, de Stirling, de Cardano, etc.

En el proemio de este segundo tomo dice Cerda sobre las ecuaciones: «por cuyo medio llega el entendimiento à descubrir tales verdades, que sin este método no lo imaginára posible» (Cerda, 1758b, p.2).

Y el objeto que se indica es: «Como el fin principal de la Algebra es de unas cantidades conocidas inferir el valor de otras, que no conocemos» (Cerda, 1758b, p. 3).

Al finalizar la obra indica que se reserva para un trabajo futuro la aplicación del álgebra a los problemas geométricos.

Benito Bails publica en 1776 en Madrid sus *Principios de matematica*, compendio previo de sus futuros *Elementos* (Hormigón, 1994). Esta obra contiene en su primer tomo un apartado con los Principios del álgebra con unas 90 páginas.

Los contenidos incluidos en estos Principios son los signos usados en el álgebra, las operaciones con cantidades algebraicas, quebrados literales, potencias y raíces de cantidades literales, razones y proporciones, progresiones, logaritmos, ecuaciones (fundamentalmente de primer y segundo grado) y su resolución. Añade el autor al finalizar estos Principio del álgebra que: «Los aficionados que desearan enterarse de las propiedades de las equaciones superiores, é imponerse en los métodos que para resolverlas se han inventado, podrán acudir al tomo II. de mi curso» (Bails, 1776, p. 183). Sobre el objeto del álgebra se indica:

El obgeto de la ciencia que llamamos Algebra, es dar medios para reducir á reglas generales la resolucion de todas las cuestiones que pueden ofrecerse acerca de las cantidades. Para que sean generales estas reglas, es preciso que no pendan de los valores de las cantidades que se consideran, sí de la naturaleza de cada cuestion; y han de ser siempre unas mismas para todas las cuestiones de una misma especie. (Bails, 1776, p. 92)

Añadiendo, además, en una comparativa con la aritmética, que esta última da reglas para hallar ciertos resultados, pero que de estos no se pueden dar reglas. Mientras que el álgebra da resultados y estos suministran reglas.

Incluye también esta obra los principios de la aplicación del álgebra a la geometría, estos comienzan exponiendo:

Las aplicaciones del Algebra son muy varias, pero aquí nos ceñiremos á dos puntos principales. Manifestaremos I.º como concuerdan los cálculos algebraicos con las operaciones de la Geometría Elemental por lo tocante á la medida de la estension. 2.º como se sacan en lineas las raíces de las equaciones de primero y segundo grado. (Bails, 1776, p. 367)

También Benito Bails publica en 1779 en Madrid el segundo tomo de sus *Elementos de matemática*, obra encargada al autor por la Academia de San Fernando de cuya sección de matemáticas era director (Hormigón, 1994).

Este tomo está enteramente dedicado al álgebra; así comienza con un prólogo que dice: «Entre los muchos descubrimientos con que puede honrarse la Matemática, el mas portentoso, quando no sea el mas fundamental, es sin duda alguna el Algebra» (Bails, 1779, p. I). A lo largo del prólogo introductorio Bails indica qué autores ha seguido para elaborar su obra, por ejemplo indica que del Curso de matemáticas de 1767 de Bezout se traslada casi todo lo que incluye el libro hasta la resolución de ecuaciones superiores; junto a Bezout menciona multitud de obras por ejemplo la Geometría de Descartes o la *Arithmetica universalis* de Newton.

Los contenidos que incluye el autor en este tomo son muy amplios: operaciones con cantidades literales, quebrados literales, raíces y potencias de cantidades literales, ecuaciones (de primer y segundo grado) y resolución de distintas cuestiones utilizándolas, aplicación del álgebra a las progresiones, un apartado sobre el cero, el infinito y las cantidades imaginarias, aplicación del álgebra a la geometría, ecuaciones superiores, series y su aplicación al cálculo de logaritmos y al cálculo de las líneas trigonométricas. Finaliza la obra resolviendo distintas cuestiones numéricas, algebraicas y geométricas. El objeto que indica Bails para el álgebra es similar al que ya indicó en sus *Principios*.

En 1778 publica en Madrid el coronel de Infantería e ingeniero en jefe de los Reales Ejércitos, Carlos Le-Maur el primer tomo de su obra *Elementos de matemática pura* dedicado a la Aritmética universal. Este libro se divide en tres libros, entre ellos el Libro Segundo de la Álgebra y el Libro Tercero de la Análisis.

En el libro segundo incluye capítulos sobre la composición de los números por la multiplicación, potencias de los números, progresiones geométricas y aritméticas, cálculo de los números expresados universalmente, progresiones aritméticas compuestas, proporciones, razones y logaritmos.

En el libro tercero se incluyen las ecuaciones y su resolución con distintos ejemplos, pues dice el autor que: «El único modo, pues, de enseñar este Arte es con exemplos, que hagan descubrir las reglas que puede tener» (Le-Maur, 1778, p. 300). Finaliza el libro tercero con un capítulo sobre las funciones algebraicas.

Incluye además el autor un resumen final de los libros previamente explicados.

En fecha desconocida entre 1764 y 1774 según indica Oller-Marcén (2018), publica Ventura de Abila su obra *Elementos de Algebra, o sea reglas generales para encontrar lo que vale la incognita en las equaciones de el primero, y segundo grado, en quienes no haya termino irracional, y resolucion de setenta y quatro problemas, distribuido todo en veinte y tres Dialogos*.

El prólogo de la obra comienza diciendo:

Es el Algebra un camino, que quien por él no se mueve tardará en llegar à ser, si lo consigue un mediano Mathematico. Ella se introduce à casi todas las partes de

la Mathematica, y las auxilia para indagar lo que sin su sutileza seria imposible descubrir. (Abila, s.f.a, Discipulos queridos)

Manifestando a lo largo de él la importancia que considera que esta disciplina tiene y la utilidad en otras disciplinas como la física experimental o la medicina.

La obra se escribe como un diálogo entre maestro y discípulo. Así tras el prólogo comienza el diálogo 70 sobre definiciones y axiomas en el que el discípulo le pregunta al maestro: «Esta ciencia de el Algebra, qué viene à ser?» (Abila, s.f.a., p.1) y el maestro le responde: «Un methodo general para resolver Problemas, y descubrir propiedades, tanto de las Ciencias puro-Mathematicas, como de las Physico-Mathematicas» (Abila, s.f.a., p.1).

A continuación, se incluyen contenidos sobre ecuaciones y su resolución con distintos problemas resueltos. Presenta el autor esquemas como este (Figura 3):

Pag. 11.

M A P A Iº.

$$2n + 6n^3 + 3n^4 = \frac{2n^4}{6} + 34n^3 + \frac{n^4}{3} + 2n$$

A. . . . .  $36n + 108n^3 + 54n^4 = \frac{36n^4}{6} + 612n^3 + \frac{18n^4}{3} + 36n$

B. . . . .  $36n + 108n^3 + 54n^4 = 6n^4 + 612n^3 + 6n^4 + 36n$

C. . . . .  $108n^3 + 54n^4 = 6n^4 + 612n^3 + 6n^4$

D. . . . .  $108 + 54n = 6n + 612 + 6n$

E. . . . .  $54n = 6n + 612 + 6n - 108$

F. . . . .  $54n - 6n - 6n = 612 - 108$

G. . . . .  $42n = 504$

H. . . . .  $n = 12$

FIGURA 3. Explicación sobre como despejar la incógnita (Abila, s.f.a, p. 11).

No es la única obra con contenidos algebraicos que publica el autor, así en una fecha posterior pero nuevamente desconocida, según indica Oller-Marcén (2018) entre 1774 y 1784, se publica en Barcelona: *Aplicacion del algebra a la regla de tres simple, directa, e indirecta; a la de tres compuesta; a la de compañías sin tiempo; y con el; al interes simple; al interes compuesto; y a las aligaciones; en ocho Dialogos dividida* (Abila, s.f.b.).

Comienza la obra diciendo: «No es necesario saber la resolución de las ecuaciones superiores para entender como se aplica la Algebra á varios puntos. Útil y deleytable es lo que contienen estos Diálogos» (Abila, s.f.b., Queridos discipulos).

Incluye el texto los diálogos del 101 al 108, estos comienzan con un principio en el que se explica cómo se ha de proceder y varios problemas sobre los contenidos incluidos en el título de la obra.

Y en 1780 publica Ventura de Avila las *Reglas generales, que de la Aritmetica numerica y literal, de la formacion de potencias, y extraccion de raices de cantidades numericas, y literales, y de la Algebra decòran en la Academia de Mathematicas establecida en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa los Alumnos de este Real Cuerpo, y principios, ò proposiciones generales que se han de tener presente para aplicar la Algebra à muchos particulares*; sobre las que Oller-Marcén (2018) indica que son un extracto de cinco obras previas (entre ellas las dos anteriormente indicadas) utilizado para su labor docente en la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País.

En 1782 publica Juan Justo Garcia el libro *Elementos de aritmetica, algebra y geometria* con la intención de instruir a sus discípulos de la Universidad de Salamanca en estas tres disciplinas. Esta obra supuso la introducción del análisis infinitesimal en la enseñanza de las matemáticas en la Universidad de Salamanca, pues los anteriores catedráticos de dicha Universidad no habían incluido esos contenidos en sus lecciones (Cuesta Dutari, 1974).

La obra comienza con un resumen sobre la historia de las matemáticas; en la parte destinada al álgebra habla sobre las ventajas de esta sobre la aritmética, considerando que el álgebra es una aritmética universal, que permite resolver problemas que no se habían podido resolver mediante la aritmética. Se menciona a gran variedad de autores desde Diafanto, Hipátia, Leonardo Euler, Lucas del Burgo, Cardano, Viete, Pedro Núñez, Descartes, Newton, Maclaurin, etc. Finaliza comentando la aplicación del álgebra a la probabilidad en autores como Huyghens, Pascal, etc.

La obra incluye los Principios del álgebra que en sus distintos capítulos tratan las operaciones algebraicas, los quebrados literales, potencias, raíces (incluida la fórmula de Newton para extraer raíces irracionales), ecuaciones (de primer y segundo grado fundamentalmente) y su resolución, razones, proporciones, progresiones, regla de tres, regla compuesta, regla de compañías, regla de aligación, regla de falsa posición, regla de interés, los logaritmos y el completo aritmético.

En estos Principios se define el álgebra como: «Es el Álgebra una aritmética universal que se ocupa en calcular cantidades generales é indeterminadas, ó un lenguaje particular por el que espresamos en cifra qualquier serie de razonamientos dificiles de representar de otra suerte» (Garcia, 1782, p.41). Indicando que entre las ventajas con respecto a la aritmética está que tanto el camino que se ha seguido en el discurso de la operación como el que se debe seguir para finalizarla quedan manifiestos.

Además, la obra contiene también los Principios de la aplicación del álgebra a la geometría.

También en 1782 se publica en Zaragoza la obra *Rudimentos de algebra, para facilitar la enseñanza en la Escuela Patriotica de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del Pais* escrita por Jayme Conde. Jayme Conde era Coronel en el Cuerpo de Ingenieros Militares y dirigió la Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del País desde el despido de Ventura de Ávila en 1780 hasta su muerte en 1783. Además, publicó en 1781 *Rudimentos de arismetica* y en 1782 *Rudimentos*

*de dinamica*, en las tres obras sigue los *Principios* de Bails puesto que era texto oficial de la Escuela desde 1781 (Hormigón, 1980).

Los *Rudimentos de algebra* son una obra breve (de menos de 50 páginas) que comienza indicando que: «EL empleo del Algebra es administrar reglas ciertas y generales para la resolución de todas las quëstiones que se pueden proponer acerca de la cantidad» (Conde, 1782, p.3).

Igual que otros autores, Jayme Conde indica entre las ventajas del álgebra sobre la aritmética vulgar que esta prescribe reglas y mediante fórmulas deja patente el camino que ha llevado a la resolución.

A partir de ahí se tratan las operaciones con cantidades algebraicas (o literales), los quebrados literales, las ecuaciones (de primer y segundo grado) y su resolución.

El italiano Pedro Giannini publicó en Segovia en 1782 su segundo tomo del *Curso matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería* indicando en su portada que es Profesor primero de dicho Colegio.

El segundo tomo tiene por objeto la Aritmética universal e incluye a su vez un primer libro sobre el algoritmo de las cantidades numéricas y literales, un segundo libro dedicado a la resolución y construcción de ecuaciones y un tercer libro sobre el uso de la aritmética universal para resolver distintos problemas.

En el prólogo inicial explica los contenidos que desarrollará en la obra y al hablar sobre la resolución y construcción de ecuaciones menciona los Cursos de Algebra compuestos por Newton, Mac-laurin, Saundersons, Wolf, Doña Cayetana Agnesi, Simpson, Bezout o Euler, entre otros. También indica que los que deseen profundizar en la Resolución de las ecuaciones pueden leer la excelente obra del Señor Cramer sobre el Análisis de las Curvas.

Ya en el libro primero habla sobre las cantidades algebraicas, el cálculo con ellas, potencias, raíces, fracciones cuyos términos son cantidades algebraicas, cálculo de radicales, cálculo de los logaritmos, etc.

El libro segundo comienza con la definición de ecuación y a lo largo de sus casi 300 páginas incluye la resolución de ecuaciones de primer grado, segundo grado, tercer grado, cuarto grado y también su construcción (incluyendo las figuras resultantes (Figura 4)); estudia además las series y la resolución de las ecuaciones en general.

Además, incluye un apartado sobre el uso del cálculo para resolver los problemas aritméticos como por ejemplo:

Con un Mortero se tiraron algunas bombas cuyo número se ignora, con otro se tiró un doble número de bombas que con el primero, y 40 mas, y con un tercer Mortero se hizo igual número de tiros que con el primero y segundo, y 50 mas, y con los tres Morteros se tiraron 250 bombas; se pide determinar el número de bombas que se tiraron con cada uno de los tres. (Giannini, 1782, p.559)

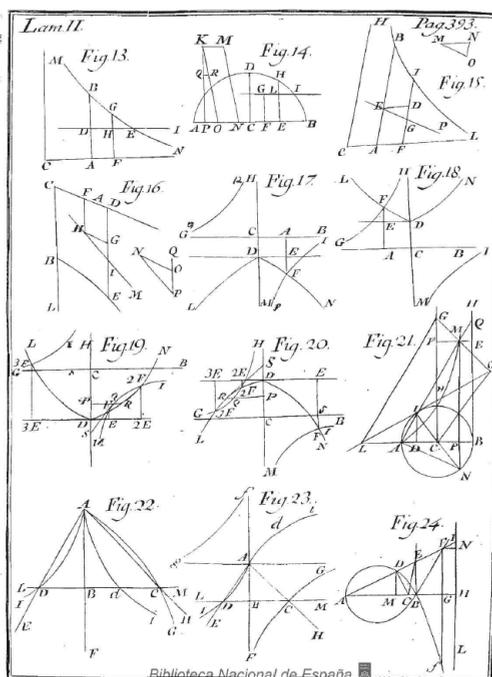


FIGURA 4. Lamina con representaciones gráficas en la obra de Giannini (1782, p. 393).

El autor resuelve estos problemas planteando a veces distintos métodos, por ejemplo el problema anterior lo resuelve con el método de falsa posición y también con ecuaciones. Finaliza la obra con un apartado sobre el uso del cálculo para resolver problemas geométricos.

El tomo primero de *Instituciones matemáticas* fue publicado en 1785 en Madrid y está escrito por Antonio Gregorio Rosell, del que se indica que es Catedrático de Matemáticas en los Estudios Reales de la Corte y Comisario de Guerra Honorario. Además incluye la aritmética propia y los principios del álgebra.

En el extenso prólogo comienza el autor justificando la necesidad de los libros elementares para las matemáticas porque:

desde que Vieta y Descartes, habiendo promovido la Algebra, comenzaron á aplicarla á la Geometría. Abierto este nuevo camino, se facilitaron tantos descubrimientos y tan importantes, que de cada día se ha hecho mas indispensable alterar el plan de instruccion de los antiguos. Los Elementos de Euclides [...]. (Rosell, 1785, p. I)

Añadiendo entre sus argumentos que: «comparando dichos Elementos con las obras de Algebra, y Geometría transcendente, que debemos á los modernos, se hace visible el diferente rumbo por donde estos caminan» (Rosell, 1785, p. I).

Entre los temas planteados en este prólogo están también las ventajas de las expresiones algebraicas, la justificación sobre la necesidad de su obra, así como una descripción de esta. Se menciona además a autores como Newton, Leibnitz, Maclaurin, Euler, Cramer, Clairaut, d'Alembert, etc. En la Introducción se indica:

La Aritmética, que se puede llamar universal, comprende la Aritmética numérica ó propia y la Algebra: aquella tiene por objeto el cálculo de los números expresados por caracteres ó cifras, y ésta el cálculo de las cantidades por medio de las letras, y se divide en elemental é infinitesimal: la elemental comprende la Algebra propiamente dicha, y la Análisis; y la infinitesimal los Cálculos diferencial é integral. (Rosell, 1785, p. 5)

Al finalizar la primera parte de la obra expone el autor que: «Ahora pasaremos á tratar de los principios del Algebra, ó del cálculo de las cantidades en general, que es la Algebra propiamente dicha, y de los principios de la Análisis» (Rosell, 1785, p. 188).

Así esta parte segunda de este primer tomo incluye nociones como ecuación, fórmula, polinomio, cantidad positiva, cantidad negativa, etc., operaciones fundamentales del álgebra incluyendo potencias y raíces de polinomios, propiedades de las relaciones de las cantidades en general y los principios del análisis algebraico en los que se resuelven diversos problemas.

**T A B L A**  
**Sintetico = Analitica.**

$a$	$b$								
$a^2$	$2ab$	$b^2$							
$a^3$	$3a^2b$	$3ab^2$	$b^3$						
$a^4$	$4a^3b$	$6a^2b^2$	$4ab^3$	$b^4$					
$a^5$	$5a^4b$	$10a^3b^2$	$10a^2b^3$	$5ab^4$	$b^5$				
$a^6$	$6a^5b$	$15a^4b^2$	$20a^3b^3$	$15a^2b^4$	$6ab^5$	$b^6$			
$a^7$	$7a^6b$	$21a^5b^2$	$35a^4b^3$	$35a^3b^4$	$21a^2b^5$	$7ab^6$	$b^7$		
$a^8$	$8a^7b$	$28a^6b^2$	$56a^5b^3$	$70a^4b^4$	$56a^3b^5$	$28a^2b^6$	$8ab^7$	$b^8$	

FIGURA 5. Tabla Sintético analítica (Poy y Comes, 1786, p. 201).

Manuel Poy y Comes publica en 1786 en Barcelona el libro *Elementos de aritmética, y algebra, para la instruccion de la juventud*. Incluye capítulos sobre cálculo literal, fracciones literales, potencias y raíces literales (incluyendo esta tabla sintético analítica (Figura 5)); y en un apartado específico de unas 50 páginas sobre los Elementos del álgebra indica qué es el álgebra, expone las ecuaciones de primer y segundo grado (incluyendo problemas de compañías, testamentos, etc., resueltos mediante ecuaciones.) y finaliza con las combinaciones.

Al comenzar a hablar del cálculo literal dice: «LA Aritmetica Literal se sirve en sus operaciones de las letras del alfabeto, ya sean mayusculas, ya minusculas. Y para evitar muchas voces se usan en ella varios signos» (Poy y Comes, 1786, p. 181).

Al definir álgebra dice:

Algebra es una ciencia cierta, por medio de la qual se descubre qualquiera quantidad ingeniosamente oculta en qualquiera question. Por esta ciencia se manifiesta lo que seria dificil, y en muchos casos imposible conseguirlo por otros medios por cuya causa la llamaron Algebra, que significa restauracion. (Poy y Comes, 1786, p. 215)

Además, en la advertencia inicial de esta obra indica el autor que ya tiene formado otro libro de Rudimentos de la Razón y Proporción en común y en particular con la aplicación del álgebra a varias cuestiones.

No es el único libro sobre álgebra que escribe el autor pues cuatro años después, en 1790, se publica también en Barcelona *Llave aritmetica y algebrayca*. En la portada indica el autor que es profesor de Latinidad y socio del Colegio de Primeras Letras de Barcelona.

La obra lleva un interesante prólogo en el cual Manuel Poy y Comes cuenta las razones por las que ha escrito la obra (según sus palabras por las peticiones de varias personas de que enseñase la aritmética y el álgebra aplicándolas a cuestiones mercantiles) y cómo surgió tras impartir el autor unas lecciones públicas.

La obra se organiza en preguntas y respuestas, entre ellas pregunta sobre la aritmética literal, sobre signos, operaciones con cantidades literales, potencias y raíces de cantidades literales, sobre el álgebra, sobre ecuación y resolución de ecuaciones,...

Incluye la misma definición de álgebra que en los *Elementos de aritmetica, y algebra* y explica su objeto:

P. El objeto del Algebra qual es?

R. El objeto del Algebra es dar medios para reducir á reglas generales la resolucion de quantas quëstiones pueden ofrecerse respecto de las quantidades. De ahi nace que á esta ciencia algunos la llaman Algebra racional, quando por su medio puede declararse con exactitud lo que se pide; é irracional, quando las reglas que suministra no bastan para descubrir y manifestar exáctamente lo oculto de la quëstion. (Poy y Comes, 1790, p.117)

Francisco Verdejo publica en 1794 en Madrid el *Compendio de Matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud*. En su portada indica que es Catedrático de Matemáticas en los Reales Estudios de la Corte.

El primer tomo de la obra en su primera parte contiene un capítulo sobre el álgebra, sus caracteres y signos y las operaciones con cantidades literales, en otros capítulos se incluyen los quebrados literales y las potencias y raíces literales; el último capítulo está centrado en la resolución de las ecuaciones de primer y segundo grado, con su aplicación a varias cuestiones.

Este autor indica lo siguiente sobre el objeto del álgebra: «El Álgebra tiene por objeto la relacion de las cantidades expresadas del modo mas general; esto es, por las letras de qualquier Alfabeto» (Verdejo, 1794, p.2). Exponiendo después que:

El objeto del Álgebra es tratar de un modo general la relacion de las cantidades: para que estas tengan el grado de generalidad que se requiere; las representa por las letras de qualquier alfabeto, pues es claro que estas no tienen mas relacion con un número que con otro. (Verdejo, 1794, p.35)

Tadeo Lope y Aguilar escribe el *Curso de matemáticas para la enseñanza de los caballeros seminaristas del Real Seminario de Nobles de Madrid* en la portada de la obra indica que es Caballero pensionado de la Real y distinguida Orden española de Carlos III, Capitán e Ingeniero Ordinario de los Reales Ejércitos, Plazas y Fronteras, Catedrático de Matemáticas, del Arte Militar, y de la Delineación y Lavado de Planos en Real Seminario de Nobles de Madrid.

Su primer tomo publicado en 1794 sobre aritmética universal lleva un prólogo general en el que entre otras cuestiones se indica sobre el álgebra: «Por otra parte muchas veces una Ciencia no se aumenta sino con el auxilio de otra: y así hay proposiciones de Álgebra que deben su origen á una question de Geometría ó de Mecánica» (Lope y Aguilar, 1794, pp. XIV-XV). Expone el plan general para la obra que incluye:

Aritmética así vulgar como universal, comprendiendo la resolución de las equaciones superiores; la Teoría de las series; y el Cálculo de las probabilidades aplicado á las rentas vitalicias, á las reversiones, á la probabilidad de la vida humana y á la medida de la mortandad; cuya doctrina tiene tanto influxo, y es de una utilidad tan inmediata para el Comercio, para los contratos civiles, y para los accidentes comunes y combinaciones de la vida humana. (Lope y Aguilar, 1794, p. XVII)

En el prólogo al primer tomo se habla de la historia de la matemáticas (centrada en los contenidos de este tomo de aritmética universal) y se menciona a multitud de matemáticos desde Diofanto a Newton, pasando por Leibniz, Maclaurin, Bernoulli, etc.

En la introducción que realiza indica que el álgebra (a la que llama también aritmética universal): «generaliza las operaciones de la Aritmética, y compara entre sí todo género de cantidades cualesquiera que puedan ser sus valores; ó trata de los números indeterminados ó cantidades universales, llamándose cantidades algebraycas las expresiones de sus números» (Lope y Aguilar, 1794, p. 2). Además, divide el álgebra en elemental e infinitesimal:

Comprende la elemental, el Algebra dicha con propiedad, y la Análisis ó Equaciones; y la infinitesimal, los Cálculos diferencial é integral, los cuales tratan de la: descomposicion de las magnitudes en sus elementos, y determinan por la relación que tienen entre sí algunas cantidades variables, la de sus elementos; ó bien recíprocamente por la de los elementos, la de las magnitudes generatrices. (Lope y Aguilar, 1794, p. 2)

Entre sus capítulos se incluyen temas como el algoritmo en general y de cantidades algebraicas enteras, divisores y medidas mónicas de las cantidades algebraicas, elevar cantidades algebraicas a potestades, la reducción de fracciones de denominador polinomio a series y de la división de cantidades algebraicas por un polinomio, extracción de raíces de cantidades algebraicas, los principios del análisis algebraico, las ecuaciones y su resolución con distintas cuestiones resueltas, series, etc.

Una comparativa entre los años de publicación de las obras con contenidos algebraicos en castellano muestra lo que ya indicaba Hormigón (1994), la política ilustrada de los gobiernos de Carlos III fue beneficiosa para las matemáticas y por tanto también para los contenidos algebraicos (Figura 6).

Así mismo, una comparativa entre los autores muestra que todos ellos fueron en algún momento profesores y además algunos de ellos escribieron estos libros destinándolos a sus alumnos, por ejemplo, Pedro Padilla y Arcos, Benito Bails, Pedro Giannini, Juan Justo García, Jayme Conde o Ventura de Ávila.

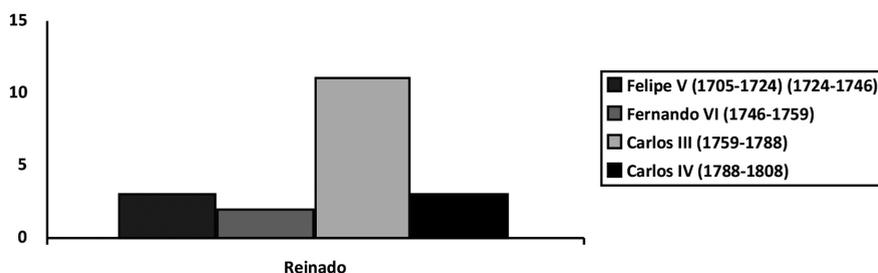


FIGURA 6. Comparativa entre las fechas de publicación de las obras.

Algunas de estas obras supusieron un avance importante para la institución a la que se dedicaron, de hecho Manterola (2015) afirma que la publicación del álgebra de Giannini supuso un cambio en la enseñanza en el Colegio de Artillería de Segovia, pues hasta el momento se utilizaba el *Compendio* de Tosca. También la obra de Juan Justo Garcia permitió la entrada en la Universidad de Salamanca de contenidos más modernos.

Además, algunas de ellas se utilizaron en otras instituciones, por ejemplo, los *Principios* de Bails se utilizaron en la Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica Aragonesa de Amigos del País (Hormigón, 1980) o en el Real Instituto de Asturiano de náutica y mineralogía (Manterola, 2015). También las *Instituciones* de Rosell fueron utilizadas en el Real Colegio Seminario de San Telmo (Manterola, 2015). Y la obra de Tosca se utilizaba no solo en el Colegio de Artillería de Segovia sino también probablemente en la Academia de Guardiamarinas de Cádiz (Lafuente y Sellés, 1988).

## CONCLUSIONES

El movimiento de renovación científico del siglo XVIII que vino de la mano de los nuevos reyes borbones tuvo también su efecto en la enseñanza de las matemáticas y en concreto del álgebra. Por ejemplo, si tenemos en cuenta que Carlos III fue rey de España entre 1759 y 1788, podemos ver como entre estas fechas se publicaron 11 de las 19 obras matemáticas con contenidos algebraicos consideradas.

En general es común entre los autores la idea de la relevancia del álgebra (por ejemplo, las palabras de Pedro Padilla y Arcos que habla sobre la generalidad, fecundidad y nobleza del álgebra) y de sus distintas ventajas respecto a la aritmética.

Las distintas ideas sobre el álgebra aportadas por los autores nos permiten ver la evolución de los contenidos algebraicos y como las nuevas ideas se van abriendo paso a lo largo de este siglo. Así Francisco Xavier García (1733) es el único que incluye la anticuada denominación del álgebra como la Regla de la Cosa y las denominaciones cosa, censo, etc. y sus abreviaturas. Autores como Pedro de Ulloa o Tosca no utilizan el signo =, sino que utilizan  $\Omega$ .

Otros autores hablan del álgebra como aritmética universal, aritmética literal y algunos como ciencia o cómo método. Interesante además la doble definición de Juan Justo García (1782) como aritmética universal y a su vez como un lenguaje por el que expresamos razonamientos.

Análogamente, en general los autores consideran el objeto del álgebra más universal que el de la aritmética o la geometría y lo relacionan con la búsqueda de una cantidad desconocida.

Si consideramos a su vez los contenidos que cada autor engloba dentro del libro o tratado de álgebra (en caso de hacerlo) vemos también diversidad. Entre las cuestiones más destacadas está la construcción de las ecuaciones que realiza Pedro Giannini y que justifica diciendo: «En el segundo Libro está unida la Resolución de las Ecuaciones con su Construcción para satisfacer á los dos objetos que se pueden tener presentes, esto es, ó el valor numérico de las raíces de las mismas ecuaciones, ó el valor geométrico de ellas» (Giannini, 1782, Prólogo).

Finalmente, las aplicaciones que comentan o trabajan los autores del álgebra se centran en los problemas aritméticos y la geometría aunque algunos mencionan también por ejemplo la probabilidad.

*Agradecimientos:* este estudio se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad (Fondos FEDER) EDU2016-78764-P.

## REFERENCIAS

Abila, V. de (s.f.a). *Elementos de Algebra, o sea reglas generales para encontrar lo que vale la incognita en las ecuaciones de el primero, y segundo grado, en quienes no haya termino irra-*

- cional, y resolucion de setenta y quatro problemas, distribuido todo en veinte y tres Dialogos.* Barcelona: Francisco Suriá y Burgada.
- . (s.f.b). *Aplicacion del algebra a la regla de tres simple, directa, e indirecta; a la de tres compuesta; a la de compañías sin tiempo; y con el; al interes simple; al interes compuesto; y a las aligaciones; en ocho Dialogos dividida.* Barcelona: Francisco Suria y Burgada.
- Aurel, M. (1552). *Libro primero, de Arithmetica Algebratica.* Valencia: casa de Ioan de Mey Flandro.
- Ausejo, E. y Medrano, F. J. (2010). Construyendo la modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717-1787). *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 33(71), 25-56.
- Avila, V. de. (1780). *Reglas generales, que de la Aritmetica numerica y literal, de la formacion de potencias, y extraccion de raíces de cantidades numericas, y literales, y de la Algebra decórnan en la Academia de Mathematicas establecida en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa los Alumnos de este Real Cuerpo, y principios, ò proposiciones generales que se han de tener presente para aplicar la Algebra à muchos particulares.* Zaragoza: Francisco Moreno.
- Bails, B. (1776). *Principios de matematica, donde se enseña la especulativa, con su aplicacion a la dinámica, hydrodinámica, óptica, astronomía, geografia, gnomónica, arquitectura, perspectiva, y al calendario. Tomo I.* Madrid: Joachin Ibarra.
- . (1779). *Elementos de Matemática. Tomo II.* Madrid: Joachin Ibarra.
- Cerda, T. (1758a). *Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetia y algebra para el uso de la clase. Tomo Primero.* Barcelona: Francisco Suriá.
- . (1758b). *Liciones de mathematica, o elementos generales de arithmetia y algebra para el uso de la clase. Tomo Segundo.* Barcelona: Francisco Suriá.
- Christianidis, J., y Megremi, A. (2019). Tracing the early history of algebra: Testimonies on Diophantus in the Greek-speaking world (4th–7th century CE). *Historia Mathematica*, 47, 16-38. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2019.02.002>
- Certámenes públicos de matemáticas, que en el Real Seminario de Nobles tendrán los caballeros seminaristas D. Juan Antonio Montes de la Puente, Cadete del Regimiento de Reales Guardias de Infantería Española, y D. Juan Nepomuceno Bernuy y Heredia, Cadete del Regimiento de Caballería de la Reyna.* (1776). Madrid: Joachin Ibarra.
- Conde, J. (1782). *Rudimentos de algebra, para facilitar la enseñanza en la Escuela Patriotica de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del Pais.* Zaragoza: Blas Miedes.
- Cuesta Dutari, N. (1974). *El maestro Juan Justo Garcia I.* Salamanca: Universidad de Salamanca.
- Descripcion del Certamen Academico, Matematico, y de varia instruccion.* (1771). Granada: Nicolàs Moreno.
- Dou, A. (1990). Las matemáticas en la España de los Austrias. En L. Español (ed.), *Estudios sobre Julio Rey Pastor (1888-1962)* (pp. 151-172). Logroño: Instituto de Estudios Riojanos.
- Garcia, F. X. (1733). *Arithmetica especulativa, y practica, y arte mayor, o algebra.* Zaragoza: Imprenta Real de Luis de Cueto.
- . (1723). *Formulario, que servira de fiel para todos aquellos que exercen el empleo de almutazaf, en las poblaciones del Reyno de Aragon, en quanto conduce a las cosas venales de*

- comercio, como son pan, vino, azeyte, y carne, con otros adherentes importantes.* Zaragoza: Pasqual Bueno.
- García, J. J. (1782). *Elementos de aritmetica, algebra y geometria.* Madrid: Joachín Ibarra.
- Giannini, P. (1782). *Curso matemático para la enseñanza de los caballeros cadetes del Real Colegio Militar de Artillería. Tomo II.* Segovia: Antonio Espinosa.
- Gómez, B. (2011). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon*, 28(1), 9–22.
- Hormigón, M. (1980). La Escuela de Matemáticas de la Real Sociedad Económica aragonesa de amigos del País. En S. Garma (Coord.), *El científico español ante su historia: la ciencia en España entre 1750-1850: I Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias* (pp. 127-142). Madrid: SEHCYT.
- . (1994). *Las matemáticas en el siglo XVIII. Vol. 24.* Madrid: Akal.
- Lafuente, A. y Sellés, M. (1988). *El observatorio de Cádiz (1753-1831).* Madrid: Ministerio de Defensa Secretaria General Técnica.
- Le-Maur, C. (1778). *Elementos de Matemática pura. Tomo primero. Aritmética universal.* Madrid: Joachin Ibarra.
- Lope y Aguilar, T. (1794). *Curso de matemáticas. Tomo Primero.* Madrid: Imprenta Real.
- Madrid, M. J., León-Mantero, C., Maz-Machado, A. y López-Esteban, C. (2019). El desarrollo del concepto de ecuación en los libros españoles de matemáticas del siglo XVIII. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 391-400). Valladolid: SEIEM.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C., y López-Esteban, C. (2017). Aplicaciones de las Matemáticas a la Vida Diaria en los Libros de Aritmética Españoles del Siglo XVI. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(59), 1082–1100. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a12>
- Manterola, J. (2015). *Las matemáticas en los estudios de náutica en España en el siglo XVIII: estudio comparativo de los libros de texto empleados en la formación de pilotos y guardiamarinas* (Tesis doctoral). Logroño: Universidad de la Rioja.
- Maz, A. (2005). *Números negativos en los siglos XVII y XIX* (Tesis doctoral). Granada: Universidad de Granada.
- . (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 5–20). Santander: SEIEM.
- Maz-Machado, A., Madrid, M. J., León-Mantero, C. y Jiménez-Fanjul, J. (2017). Research trends in the history of mathematics education: the Spanish case. En K. Patterson (Ed.), *Focus on Mathematics Education Research* (pp. 150-182). Nueva York: Nova Science Publishers.
- Oller-Marcén, A. M. (2018). Aspectos didácticos de las obras matemáticas del ilustrado Ventura de Ávila. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 417-426). Gijón: SEIEM.
- Padilla y Arcos, P. (1756). *Curso militar de mathematicas, sobre las partes de estas ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra. Tomo 3.* Madrid: Antonio Marin.

- Perez de Moya, J. (1798). *Aritmética práctica, y especulativa*. Madrid: Plácido Barco Lopez.
- Picado, M., Rico, L. y Gómez, B. (2015). Enseñanza de las unidades métricas en España en la segunda mitad del siglo XIX. *Enseñanza De Las Ciencias. Revista De Investigación Y Experiencias Didácticas*, 33(3), 175-196. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1567>
- Poy y Comes, M. (1786). *Elementos de aritmetica, y algebra, para la instruccion de la juventud*. Barcelona: Francisco Suria y Burgada.
- . (1790). *Llave aritmetica y algebraica*. Barcelona: Francisco Suriá y Burgada.
- Real Cédula de S.M. y señores del Consejo, por la cual se reduce el número de Universidades literarias del Reyno; se agregan las suprimidas á las que quedan, segun su localidad; y se manda observar en ellas el plan de Estudios aprobado para la de Salamanca, en la forma que se expresa*. (1807). Madrid: Imprenta Real.
- Rosell, A. G. (1785). *Instituciones matematicas. Tomo primero*. Madrid: Imprenta Real.
- Tosca, T. V. (1707). *Compendio mathematico. Tomo I*. Valencia: Antonio Bordazar.
- . (1709). *Compendio mathematico. Tomo II*. Valencia: Antonio Bordazar.
- Ulloa, P. de. (1706). *Elementos mathematicos. Tomo Iº*. Madrid: Antonio Gonçalez de Reyes.
- . (1717). *Musica universal ó Principios universales de la musica* Madrid: Imprenta de Musica, por Bernardo Peralta.
- Verdejo, F. (1794). *Compendio de matemáticas puras y mixtas para instruccion de la juventud. Tomo primero*. Madrid: Viuda de Ibarra.
- Villalpando, F. de (1778). *Tractatus praeliminaris: mathematicarum disciplinarum elementa, in usum physicae candidatorum*. Madrid: Joachimum Ibarra.



Bajo el título “La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII. Descripción y análisis comparado de libros de texto”, se ha desarrollado un proyecto de investigación financiado por el Plan Nacional de I+D+i, con la colaboración de investigadores de las universidades de Córdoba, Pontificia de Salamanca, Salamanca y Zaragoza, que forman parte de un grupo de trabajo consolidado en la Sociedad Española de investigación Matemática (SEIEM), denominado “Historia de las matemáticas y Educación Matemática” (HMEM).

Los objetivos generales de la investigación realizada y, consiguientemente, la metodología a utilizar, orientan el trabajo hacia la identificación y categorización de los libros de texto utilizados para la enseñanza de las matemáticas publicados en ese siglo según su contenido: aritmética, álgebra, geometría y análisis (cálculo).

Todo ello con el fin de ir construyendo un cuerpo de conocimientos para provecho de la Didáctica de la matemática que dé cuenta de cómo las matemáticas se han ido difundiendo en la sociedad, en lo que se refiere a los aspectos didácticos, curriculares e incluso sociales en los que se desenvuelven los autores.



UNIVERSIDAD  
DE SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL



PLAN NACIONAL I+D+I



FONDO EUROPEO DE  
DESARROLLO REGIONAL



GOBIERNO  
DE ESPAÑA

MINISTERIO  
DE CIENCIA  
E INNOVACION



UNIVERSIDAD  
DE CORDOBA

ISBN: 978-84-1311-295-4



9 788413 112954