

PERSPECTIVAS PARA LEER LA PRÁCTICA DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

PERSPECTIVES FOR READING THE PRACTICES OF MATHEMATICS' TEACHER

CAMARGO URIBE, LEONOR¹

¹*Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)*

RESUMEN

Describimos siete perspectivas para analizar la práctica del profesor, que tienen especial relevancia en el ámbito académico latinoamericano. Sin pretender ser exhaustivos ni considerar que son las únicas, buscamos generar un espacio de debate entre los profesores e investigadores interesados en el tema y enmarcar los trabajos presentados en los capítulos previos. En la sección final presentamos un ejemplo de formación de profesores en ejercicio basado en la práctica reflexiva, en el programa de Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia).

Palabras clave: *Estudio de clase, Ciclo de Smyth, Reflexión y acción en comunidades de práctica, Cuarteto de conocimiento, Idoneidad didáctica, racionalidad de la práctica, Modelo MTSK.*

ABSTRACT

We describe seven perspectives to analyze the teacher's practice, which have special relevance in the Latin American academic context. Without pretending to be exhaustive neither to consider that these perspectives are the only ones, we seek to generate a space for

Camargo, L. (2019). Perspectivas para leer la práctica del profesor de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 85-106). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

debate among teachers and researchers interested in the subject, and to build a framework for the previous chapters of this book. In the final section, we present an example of situated teacher training based on reflective practice, which is presently under development in the Maestría en Docencia de la Matemática at the Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia).

Keywords: *Lesson study, Smyth cycle, Reflection and action in communities of practice, Knowledge quartet, Didactic suitability, Practical rationality. MKTS model.*

INTRODUCCIÓN

LA INVESTIGACIÓN sobre la práctica del profesor se inscribe en el campo de estudio del conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Este se ha desarrollado desde la década del ochenta del siglo XX, a partir de los trabajos de Shulman (1986). Actualmente aún es considerado un ámbito pertinente y necesario de investigación, como lo corroboran innumerables trabajos investigativos (Fernández y Yoshida, 2004; Escudero, 2003; Barbé, Bosh, Espinoza y Gascón, 2005; Martin, Soucy, Wallace y Dindyal, 2005; Llinares y Krainer, 2006; Martin et al., 2005; Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005; Parada, 2011; Godino, Batanero, Rivas y Arteaga, 2013; Herbst, 2018; Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez-García, Escudero-Domínguez, Aguilar y Ribeiro, 2019).

La apertura del campo de investigación sobre el conocimiento profesional del profesor se debe, entre otras razones, a la crisis de confianza en el conocimiento del profesor, derivada de bajos niveles de desempeño de los estudiantes. Como lo señaló Schön (1992) hace más de treinta años, a pesar del cúmulo de propuestas de diseños de enseñanza, técnicas y fundamentos conceptuales, dirigidos a la formación de profesores, la efectividad de la enseñanza se desafía permanentemente y aún no existe un consenso sobre cuáles son las opciones más adecuadas para formar profesores. Esto hace de la investigación sobre el conocimiento del profesor, y en particular sobre la práctica del profesor, un ámbito de investigación vigente y dinámico, del cual difícilmente se puede dar cuenta en unas pocas líneas.

El conocimiento profesional del profesor ha sido concebido de manera general, como de naturaleza teórico-práctica (Flores, 2000). Se configura mediante un entramado de fuentes que provienen de los ámbitos académicos de formación (inicial y continuada), pero también de la propia experiencia escolar, del contexto de la acción educativa y de los retos que demanda la gestión de situaciones de enseñanza y aprendizaje; estas son, por naturaleza, complejas, inciertas, inestables y únicas. La agenda específica sobre la práctica del profesor sitúa la indagación en uno de los aspectos de la dualidad de tal conocimiento. Esto hace que algunos autores, como Llinares (2000) se refieran a este ámbito como «el conocimiento profesional del profesor de matemáticas en acción». La investigación busca principalmente:

- Establecer las fuentes personales, sociales, organizacionales, culturales y políticas con las que el profesor construye su conocimiento en el curso de la

acción de enseñar matemáticas y los procesos interpretativos a través de los cuales dota de significado las situaciones que enfrenta a diario, las examina y dirige su acción (García y Llinares, 1999);

- Dar cuenta del conocimiento práctico que pone en funcionamiento el profesor cuando enseña matemáticas, junto con las justificaciones que elabora para ponderar su práctica, explicar las actividades que realiza y examinar los cambios que introduce a su enseñanza, fruto de la reflexión sobre esta (Llinares y Krainer, 2006);
- Caracterizar el papel que desempeña el profesor en la constitución de prácticas matemáticas en el aula, por su capacidad explicativa para identificar aspectos relevantes de dichas prácticas (Escudero, 2003).

El propósito de esta contribución es describir algunas perspectivas analíticas para investigar el conocimiento profesional del profesor de matemáticas en acción, que tienen especial relevancia en el ámbito académico latinoamericano. Con ello pretendemos proponer una panorámica en la cual enmarcar los trabajos presentados en los capítulos previos. Somos conscientes que la práctica del profesor no se circunscribe a lo que sucede en el aula, sino que se configura en el marco de otras actividades que realiza en la institución educativa y en la fundamentación que logra de su práctica por medio de actividades de autoaprendizaje, trabajo con colegas, asistencia a centros de formación, etc. Sin embargo, privilegiamos la reflexión sobre la práctica del profesor en el aula e intentamos centrarnos en el aprendizaje del profesor en ese ámbito y en el conocimiento que pone en funcionamiento cuando posibilita que sus estudiantes realicen prácticas matemáticas.

Sin pretender ser exhaustivos ni considerar que las perspectivas presentadas son las únicas, buscamos generar un espacio de debate entre los investigadores interesados en el tema. Organizamos las propuestas en dos apartados: perspectivas para identificar y promover el aprendizaje del profesor desde su práctica y perspectivas para analizar aspectos específicos del conocimiento profesional del profesor en acción. En la última sección del capítulo presentamos un ejemplo de proceso de formación de dos profesores en ejercicio, cuyo objetivo es promover prácticas reflexivas y favorecer transformaciones en su práctica, de cara a hacer realidad las orientaciones curriculares colombianas.

PERSPECTIVAS PARA IDENTIFICAR Y PROMOVER EL APRENDIZAJE DEL PROFESOR DESDE SU PRÁCTICA

En este grupo ubicamos investigaciones que centran su interés en identificar qué aprende el profesor en su práctica por medio de la reflexión sobre esta, y proponen vías sobre cómo promoverla. Dado que, como señala Flores (2000), las actividades cotidianas del profesor se dirigen a diferentes estudiantes cuyas identidades

individuales, o su configuración como grupos, cambian permanentemente, el profesor tiene que atender problemas profesionales de distinta índole y necesita adaptarse permanentemente a nuevas situaciones inciertas, singulares y desestabilizadoras (Schön, 1992). Esto hace que se vea abocado a experimentar procesos de formación continua, basados en la reflexión sobre su práctica.

Schön (1992) fue pionero en señalar la importancia de la reflexión sobre la práctica como elemento central del aprendizaje de los profesores. Su trabajo es referenciado en múltiples investigaciones posteriores (Liston y Zeichner, 1997; Contreras, 1997; Flores, 2000; Llinares, 2004, 2012, 2013; Fernández y Yoshida, 2004; Godino, 2009). El adjetivo «reflexivo» en la expresión «práctica reflexiva» alude a la actitud del profesor que convierte su acción en objeto de estudio con el fin de comprenderla y transformarla. En palabras de Rogers (2001; citado en Godino y Batanero, 2009), la reflexión permite al profesor «integrar la comprensión lograda en la propia experiencia con el fin de realizar mejores elecciones o acciones en el futuro, así como estimular la propia efectividad global» (p. 12).

A continuación, nos referimos a tres perspectivas para identificar y promover el aprendizaje de los profesores en la práctica.

ESTUDIO DE CLASE

La opción denominada Estudio de clase surgió como una estrategia en Japón (Yoshida, 1999; Fernández y Yoshida, 2004) encaminada a promover indagaciones sistemáticas sobre las prácticas de enseñanza de los profesores en ejercicio, en busca de obtener mejores resultados en los estudiantes. La estrategia se enfoca en el estudio detallado de lo que pasa al interior de las clases de matemáticas cuando se implementan diseños preparados cuidadosamente por equipos colaborativos, conformados por profesores y directivos docentes. Específicamente, ellos llevan a cabo una reflexión sistemática en torno a una situación o problema de enseñanza (por ejemplo, el análisis del funcionamiento de una tarea, la gestión de la clase, el papel de los instrumentos mediadores, los procesos de evaluación, etc.) que ocurre en su propia práctica, sugieren formas de atenderla, las experimentan y reflexionan sobre el funcionamiento de las alternativas efectuadas. La reflexión se considera importante para mejorar sus prácticas.

La implementación de la estrategia se desarrolla en ciclos continuos que comprenden tres fases: exploración–planeación; ejecución–observación; y, revisión–reflexión. (Cuadro 1). Una vez se culmina un ciclo de reflexión o estudio de una clase comienza un nuevo ciclo que puede partir de alguna situación o problema detectado en el ciclo previo o asumir una situación diferente de interés del equipo.

En la Fase 1 (**exploración–planeación**) se comparten preocupaciones sobre lo que ocurre en el aula para decidir, de común acuerdo, cuál es la situación o problema en la que se va a enfocar un ciclo de Estudio de clase. Generalmente, el equipo prioriza la situación que se considere tiene mayor impacto en el aprendizaje de los estudiantes y concreta la situación con una descripción sucinta o una pregunta.

A partir de la definición de la situación que será objeto del Estudio de clase se adelanta un proceso de fundamentación en el que se estudian materiales que puedan servir para interpretar el problema, aclarar dudas en torno a este y planear una clase, colaborativamente, con el fin de enfrentar la situación con miras a remediarla o encontrar alternativas de mejora. El equipo en pleno es responsable de planear la clase. Esta se hace minuciosamente y exige atender asuntos como: detalles específicos de las actividades matemáticas que harán los estudiantes; los aprendizajes esperados; el papel que jugará el material; el uso eficiente del tiempo de la clase; las evidencias de aprendizaje que se tendrán en cuenta, etc. El producto de la planeación colaborativa es un plan escrito de la lección, que describe en detalle el diseño de esta.

Una vez prevista una planeación se prepara la observación de la ejecución de la clase. Un miembro del equipo asume la gestión de la clase y los demás se distribuyen tareas de observación, enfocando la atención en asuntos diferentes. Si así lo consideran, construyen rejillas de registro de información para documentar los sucesos de la clase.

Cuadro 1. Fases de un Estudio de clase.

Fase 1: Exploración–planeación

- Conformación del equipo.
- Delimitación de la situación.
- Estudio del problema.
- Elaboración del plan de clase.
- Selección o construcción del material didáctico.
- Preparación de la observación.

Fase 2: Ejecución–observación

- Realización de la clase.
- Organización de la información registrada en la observación.

Fase 3: Revisión–reflexión

- Reflexión sobre los asuntos observados.
- Reflexión sobre el Estudio de clase.
- Proyección de un nuevo Estudio de clase.

En la Fase 2 (**ejecución–observación**) un miembro del equipo implementa la clase y los demás están presentes como observadores no participantes. Son los

responsables de recoger y organizar la información obtenida sobre los sucesos de la clase que será objeto de la reflexión posterior. Por lo general los observadores no interfieren con el proceso natural de la clase. Sin embargo, pueden circular por el salón e incluso acercarse a estudiantes o grupos de estudiantes para registrar comentarios, dudas, gestos, etc., que pueden servir para la reflexión posterior.

Asuntos como la pertinencia de la planeación, la mediación lograda por el profesor, la interacción comunicativa promovida, el empleo de los recursos previstos, etc., son motivo de registro. El hecho de abrir el aula y permitir ser observado para recibir contribuciones posteriores permite al profesor que dirige la clase aprender a partir de la propia experiencia de la realización de esta. Para los observadores es una experiencia enriquecedora que les permite aprender diferentes formas de gestión y conduce a reflexiones personales sobre las propias maneras de orientar las clases.

En la Fase 3 (**revisión-reflexión**) se analiza el impacto de la clase en el aprendizaje de los estudiantes. Se busca profundizar en las condiciones que rodearon el aprendizaje, tales como: el proceso seguido, la gestión, el papel de los instrumentos, la evaluación y los alcances de esta. Se considera que es la fase más importante del Estudio de clase pues se hacen explícitos los aprendizajes del equipo. Generalmente se realizan dos momentos de revisión-reflexión: uno, a partir de la información recogida en la observación, que se adelanta una vez se ha ejecutado la clase; otro, en un encuentro posterior en donde se retoma todo el estudio, para analizarlo en su conjunto y proyectar un nuevo estudio.

El ciclo reflexivo culmina con la elaboración de un documento escrito que reporta el fruto de la reflexión sobre la práctica. En algunos casos, si el equipo así lo decide, se revisa la planeación de la clase y se ajusta de acuerdo con los cambios sugeridos en las reuniones de revisión-reflexión. Otro miembro del equipo dirige la clase en otro grupo y esta es observada por el colectivo. Nuevamente, después de la lección, los profesores se reúnen para compartir sus observaciones comentarios, sugerencias y aprendizajes.

En Japón, la indagación Estudio de clase es apoyada administrativa y económicamente por entidades educativas. Aquellas instituciones que se comprometen con este tipo de estudios son reconocidas como escuelas innovativas y son tenidas en cuenta en las evaluaciones al sistema educativo. Por esa vía se da a los profesores la oportunidad de influir en las políticas educativas. En Colombia, la estrategia Estudio de Clase se implementó en algunas instituciones educativas entre 2003 y 2008, en el marco de un convenio entre el Ministerio de Educación y la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA), quien aportó recursos para su implementación (MEN, 2009).

CICLO REFLEXIVO DE SMYTH

Smyth (1991) propone la perspectiva denominada Ciclo reflexivo, la cual se sustenta en la necesidad de acompañar la reflexión sobre la práctica con fundamentación teórica que contribuya al profesor a estudiar su experiencia profesional. El autor afirma que la reflexión debe conducirse en un ciclo que involucra procesos de clarificación de los problemas de la práctica profesional y de comunicación con otras fuentes, para poder plantear reformulaciones a los problemas y a las propuestas de acción para resolverlos. Las nuevas acciones dan lugar al planteamiento de nuevos problemas, que a su vez conducen a un nuevo ciclo de reflexión. De esta manera, la reflexión se vuelve un proceso sistemático que el profesor desarrolla permanentemente para actuar frente a problemas de su práctica con base en experiencias anteriores y transformar su acción.

Para capitalizar la tendencia de los profesores de elaborar interpretaciones específicas de las situaciones que experimentan en su práctica, construir conocimiento profesional en acción y adquirir la capacidad de desenvolverse en situaciones conflictivas e inciertas, Smyth (1991) sugiere un proceso reflexivo que involucra: (a) profundizar sobre el significado de las situaciones que se experimentan y sobre el valor educativo que pueden tener; (b) ahondar sobre las finalidades de las situaciones; (c) realizar acciones prácticas consistentes con las finalidades y con el valor educativo; (d) y argumentar sobre el valor del proceso y de sus consecuencias.

La acción reflexiva propuesta por Smyth (1991) es esquematizada por Flores (2000) de forma análoga a como aparece en el Cuadro 2, en ciclos de cuatro fases que integran cuatro acciones fundamentales de la reflexión y que dan lugar a nuevos ciclos de reflexión.

Cuadro 2. Ciclo reflexivo de Smyth (1991).

<p>Descripción: ¿Qué es lo que hago? ¿Cuáles son mis prácticas?</p> <p>Información: ¿Qué teorías se expresan en mis prácticas? ¿Qué significado tiene lo que hago?</p> <p>Confrontación: ¿Cómo he llegado a hacer mis prácticas de esta manera? ¿Cuáles son las causas?</p> <p>Reconstrucción: ¿Cómo podría hacer mi práctica de otra manera?</p>

Un Ciclo reflexivo comienza con la acción de **describir** de manera precisa una situación de la práctica que los profesores conciben como problemática, para poder abordarla. Después, realizan la acción de **informar(se)** o delimitar la situación y la práctica en la que esta se inscribe, interpretando la situación con base en fundamentos teóricos. En la acción posterior de **confrontar(se)**, los profesores incorporan nuevos elementos al análisis de la práctica, identificando supuestos, creencias, valores, etc. Esta acción se adelanta con otros, pues es a través de la toma de

conciencia de otras posibles formas de interpretar la situación que se identifican las limitaciones en la percepción personal y se favorece una mirada en perspectiva de la propia práctica. La confrontación da lugar a la acción de **reconstruir** la situación desde una nueva óptica y hacer propuestas de transformación de la práctica que serán susceptibles de revisión en nuevos ciclos reflexivos.

Según Smyth (1991), su propuesta de Ciclo reflexivo da la oportunidad a los profesores de construir una ruta de concientización progresiva. Esto se logra a partir de procesos de comunicación en los que expresan sus preocupaciones, dudas, factores que limitan su actuación etc., acompañados de oportunidades de verse a sí mismos como agentes de cambio potencialmente activos y comprometidos con su labor, dejando de verla como un ejercicio técnico de reproducción de tareas ajenas.

REFLEXIÓN Y ACCIÓN EN COMUNIDADES DE PRÁCTICA

Parada (2011) propone un modelo para analizar el conocimiento profesional del profesor en la acción y a su vez apoyar procesos de desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Este se denomina «Modelo reflexión-y-acción en comunidades de práctica de educadores de matemáticas». El modelo se fundamenta en constructos de la teoría de la práctica social sugeridos por Wenger (1998) tales como comunidad de práctica, participación y reflexión. El primero, comunidad, intenta capturar la idea de que somos seres sociales y no aprendemos de manera aislada sino en comunidades en donde desarrollamos prácticas valoradas socialmente y en donde nuestra participación es importante para los demás y nos permite constituir una identidad en relación con dichas prácticas. Este hecho es innegable en el aprendizaje de los profesores de matemáticas quienes hacen parte de distintas comunidades: la comunidad de profesores de matemáticas, la comunidad de profesores en general, la comunidad del aula de matemáticas, etc. El segundo constructo, la participación, es definida por Wenger (1998) como un proceso complejo que combina hacer, hablar, pensar, sentir y pertenecer, contribuyendo con lo que se conoce y se es en la práctica de la comunidad. Y el tercer constructo que fundamenta el modelo es la reflexión sobre los saberes conceptuales y experienciales, como mecanismo para mejorarlos, corregirlos y potenciarlos, a favor de la educación matemática. Esta reflexión se realiza para, en y sobre la acción de la enseñanza en busca de una coherencia entre las prácticas reales en el aula y los discursos sobre dicha práctica.

El modelo propuesto por Parada (2011) considera tres aspectos sobre los cuales centrar la reflexión: el pensamiento matemático escolar, el pensamiento pedagógico y didáctico de las matemáticas y el pensamiento orquestal. En el Cuadro 3 describimos de manera sucinta los tres procesos de reflexión propuestos por la autora, quien siguió principalmente las ideas de Schön (1992).

Cuadro 3. Modelo de Parada (2011).

<p>Reflexión-para-la-acción: Se centra en la planificación de la actividad matemática escolar de los estudiantes. Se realiza cuando se prepara la ruta cognitiva de los contenidos y objetos matemáticos que van a ser aprendidos por ellos. Es aquí donde el profesor selecciona los recursos que usará en su clase para acercar los contenidos a sus estudiantes, prevé posibles dificultades de aprendizaje y establece posibles alternativas.</p> <p>Reflexión-en-la-acción: Se centra en los intercambios entre el profesor y los estudiantes en torno al contenido matemático de estudio.</p> <p>Reflexión-sobre-la-acción: Se centra en la evaluación de la actividad matemática lograda por los estudiantes con respecto a la actividad matemática planeada.</p>

Los tres procesos se repiten de tal forma que Parada (2011) propone una estructura en forma de espiral que perfecciona la reflexión. No se llevan a cabo de manera individual y aislada, sino en el marco de comunidades de práctica en las que los profesores participan para desarrollar pensamiento reflexivo. Dichas comunidades se reúnen para tratar asuntos de interés común y profundizar en su conocimiento a través de una estructura social basada en el aprendizaje como un proceso de participación en la empresa de enseñar matemáticas escolares. La reflexión para, en y sobre la acción se alimenta de intercambios de saberes, producto de las experiencias vividas, permitiendo hacer interpretaciones de estas y promoviendo acciones de mejora. Algunas de las prácticas sobre las que se reflexiona tienen que ver con: seleccionar, diseñar y usar recursos para la enseñanza, proponer tareas (ejercicios, problemas, exploraciones, investigaciones), gestionar la comunicación en el aula, evaluar a los estudiantes y hacer adaptaciones curriculares. Fruto de cada proceso se logra un avance en el conocimiento profesional del profesor en la acción y esta última se optimiza.

En el proceso de **reflexión-para-la-acción** se negocian significados en torno a los contenidos matemáticos de la enseñanza, las maneras de proponer su estudio y de evaluarlos. Los conocimientos que tienen los profesores, fruto de su formación y experiencias previas, son confrontados con aportes sobre fundamentos teóricos que presentan sus colegas. Del intercambio de significados en la comunidad de práctica emergen conocimientos basados en situaciones reales del aula y aplicables en ella.

La **reflexión-en-la acción** permite identificar el conocimiento puesto en acción y posibles situaciones o resultados inesperados. El proceso reflexivo está constituido por elementos intuitivos (por ejemplo, emociones, percepciones, sensaciones) y por elementos racionales (por ejemplo, información, razonamientos, juicios). Estos elementos se interrelacionan para modificar, durante la acción, la gestión del profesor en respuesta a los eventos de la clase, no sólo en situaciones previstas, sino especialmente en situaciones imprevistas que causan sorpresa o llaman su atención. La reflexión conduce al profesor a cuestionar, sobre la marcha, las suposiciones

puestas en juego y da lugar a la experimentación de opciones diversas de actuación, empleo de recursos, tipos de interacción, etc.

La **reflexión-sobre-la-acción** se realiza sobre una actividad matemática escolar que ya ha ocurrido. Pretende suscitar una reflexión crítica y evaluativa, en busca de interpretar las situaciones experimentadas, reestructurar nuevas estrategias de acción y tomar conciencia del conocimiento puesto en juego. El ejercicio puede desarrollarse con apoyo de videos de fragmentos de la clase, la revisión de producciones de estudiantes y el contraste entre lo planeado y lo sucedido. Permite a los profesores contrastar el conocimiento ganado con presupuestos contemplados en teorías didácticas y evaluar su pertinencia para el cumplimiento de las metas educativas.

PERSPECTIVAS PARA ANALIZAR ASPECTOS ESPECÍFICOS DEL CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL PROFESOR EN ACCIÓN

En este grupo ubicamos investigaciones que centran su interés en analizar aspectos específicos del conocimiento profesional en acción que se hacen evidentes en las prácticas profesionales. Con la inclusión, en la década del noventa, de marcos de referencia socioculturales al campo de la Educación Matemática, los aspectos a los que se atiende son de diversa naturaleza y abarcan asuntos que atañen no solo al papel del saber individual sino a las influencias de la cultura, la historia, la política, etc., en la configuración del conocimiento profesional del profesor.

Un asunto que ha cobrado interés de los investigadores, debido a la toma de conciencia de la importancia de aspectos sociales y culturales que median la acción educativa, es el análisis de prácticas discursivas. Por ejemplo, la investigación de Planas, Chico, García-Honrado y Arnal-Bailera (2019), reportada en el capítulo 1 de esta publicación, se centra en el análisis del discurso matemático del profesor en clase y en las relaciones de este con los discursos de los estudiantes. Los autores profundizan en aspectos del contexto cultural que regulan dichas relaciones y ponen de presente fenómenos de la comunicación que determinan los modos de hacer matemáticas y de hablar acerca de ello, que tienen que ver con el conocimiento del profesor en acción.

Con el ánimo de ejemplificar las perspectivas investigativas que se centran en analizar aspectos específicos del conocimiento profesional en acción, en los siguientes apartados hacemos referencia a cuatro perspectivas.

EL CUARTETO DE CONOCIMIENTO

Rowland, Huckstep y Thwaites (2005) proponen un modelo, llamado el Cuarteto de conocimiento, para promover discusiones sobre el conocimiento de contenido matemático de los profesores, en el contexto escolar. Estos autores están interesados en indagar por las vías en las que este conocimiento (tanto de matemáticas en sí mismas como del conocimiento pedagógico con el que se hacen comprensibles las matemáticas para otros) interviene en la enseñanza y proponer procesos de desarrollo de conocimiento del profesor en acción. En el Cuadro 4 esquematizamos la perspectiva.

Cuadro 4. Cuarteto de conocimiento de Rowland et al. (2005).

<p>Fundamentación: Conocimiento de contenido matemático que tiene el profesor, fruto de las experiencias académicas, intencionales o no, para desempeñar el rol de profesor.</p> <p>Transformación: Conocimiento de contenido matemático que el profesor transforma y pone en juego para desarrollar formas pedagógicamente poderosas dirigidas a sus estudiantes, las cuales se surgen de la deliberación y juicio informado por la fundamentación.</p> <p>Conexión: Conocimiento de contenido matemático que el profesor configura y conecta a partir de partes más o menos discretas de conocimiento de contenido matemático y que se exhibe en la coherencia en la enseñanza en una clase o en una secuencia de clases.</p> <p>Contingencia: Conocimiento de contenido matemático que el profesor pone en funcionamiento en eventos inesperados y situaciones contingentes que son casi imposibles de planear.</p>
--

Según los autores, el primer componente del cuarteto, la **fundamentación**, está enraizado en el bagaje de conocimientos y creencias que el profesor tiene, fruto de sus experiencias académicas y personales. Difiere de los otros tres componentes porque se refiere al conocimiento que se tiene, independientemente de si se pone en funcionamiento o no. Es un conocimiento proposicional que tiene potencial de influir en las decisiones pedagógicas razonadas que adopta un profesor y que supone algo más que imitación o hábito. Dentro de este, los autores incluyen: el conocimiento y la comprensión de las matemáticas per se; el conocimiento de extractos significativos de literatura sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; y, conocimientos y creencias resultado de indagaciones sistemáticas sobre la enseñanza y el aprendizaje de contenidos específicos.

Los otros tres componentes del Cuarteto se refieren a situaciones en las cuales el conocimiento de contenido es usado en la preparación y en la conducción de la enseñanza. Es decir, se enfocan en el conocimiento profesional en acción. El segundo componente del cuarteto, la **transformación**, se relaciona con lo que Shulman (1986) denomina conocimiento base para la enseñanza y tiene que ver con el

conocimiento que se pone en juego para ayudar a alguien a aprender matemáticas. Se hace evidente en las formas de explicar, ejemplificar, representar, justificar, seleccionar o producir tareas y recursos mediacionales y en la gestión misma de las interacciones comunicativas. Es un conocimiento que se fundamenta en literatura de referencia sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dirigida especialmente a la formación de profesores.

El tercer componente del cuarteto, denominado **conexión**, se refiere al conocimiento de contenido matemático que se pone en juego cuando el profesor articula fragmentos de contenido matemático escogidos por él, para proponer un plan de enseñanza o desarrollarlo en una clase o en una serie de clases. La conexión se hace evidente en la coherencia lógica entre las partes que componen el contenido enseñado en una o varias clases, incluyendo la estructura temática, el orden al desplegar la complejidad, las relaciones entre procedimientos y la organización de tareas.

El cuarto componente del cuarteto, la **contingencia**, se distancia de los anteriores no solo porque no se fundamenta en literatura de referencia ni está basado en decisiones «racionales» de conectar fragmentos de contenido. Tiene que ver con el conocimiento de contenido matemático que se pone en juego en situaciones contingentes o eventos inesperados, que son difícilmente imaginados y por lo tanto casi imposibles de planear. El profesor acude a este conocimiento para responder a ideas de los estudiantes que no están en la línea anticipada por el profesor, en circunstancias en las que intuye una oportunidad de introducir una idea o simplemente cuando tiene una inspiración repentina.

LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

En busca de una perspectiva con la cual analizar el grado de adecuación de un proceso de enseñanza de las matemáticas a los logros de aprendizajes pretendidos, Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) proponen la Idoneidad didáctica. Este es uno de los constructos del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos que contribuyen a comprender y transformar procesos de enseñanza de las matemáticas y, por lo tanto, el conocimiento profesional del profesor en acción. Otros constructos del enfoque son tratados en Vanegas, Font y Pino-Fan (2019) en el capítulo 2.

En el Cuadro 5 listamos las categorías específicas de idoneidad, propuestas por los autores, con las cuales es posible valorar un proceso de enseñanza, pretendido o implementado, como adecuado, óptimo o apropiado para lograr que los estudiantes adapten sus significados sobre el contenido de las clases de matemáticas a los significados institucionales previstos. Como señalan Godino, Batanero, Rivas y Arteaga (2013), la valoración de la idoneidad en cualquiera de las seis categorías es

un proceso analítico, pues ninguna categoría es observable directamente. Requiere hacer inferencias a partir de conjuntos de indicadores con los cuales valorar el proceso de enseñanza (y por lo tanto del conocimiento profesional del profesor en acción) y promover procesos formativos de los profesores en busca de mejorar el grado de idoneidad.

Cuadro 5. Categorías de Idoneidad didáctica para valorar la adecuación de un proceso de enseñanza.

Idoneidad epistémica: Grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

Idoneidad cognitiva: Grado en el que los significados promovidos (o pretendidos) por el profesor están en la zona de desarrollo potencial de los estudiantes. Grado en el que los significados personales logrados por los estudiantes se acercan a los significados pretendidos.

Idoneidad interaccional: Grado en el que los medios de interacción permiten anticipar, identificar y resolver conflictos de significado y promueven el aprendizaje autónomo.

Idoneidad mediacional: Grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo de la enseñanza y el logro del aprendizaje.

Idoneidad afectiva: Grado de implicación (interés, motivación, disposición, participación) de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

Idoneidad ecológica: Grado en el que el proceso de enseñanza y aprendizaje se adapta al proyecto educativo institucional y a los condicionantes del entorno en donde esta se encuentra.

EL MODELO MTSK

A partir del trabajo de Shulman (1986) y de Ball, Thames y Phelps (2008), Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013) proponen el modelo *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) con el cual buscan caracterizar de forma operativa el conocimiento matemático y didáctico del contenido matemático que sustenta las acciones del profesor en su práctica. En el modelo, los autores procuran considerar a profundidad la especificidad de la enseñanza de las matemáticas, por lo que las matemáticas se constituyen en la columna vertebral del modelo.

Muñoz-Catalán, Joglar-Prieto, Ramírez-García, Escudero-Domínguez, Aguilar y Ribeiro (2019) presentan el modelo MTSK, en el capítulo 3, y ejemplifican su utilidad investigativa al usarlo de marco de referencia para identificar qué conocimiento especializado sustenta las prácticas de dos profesores de educación infantil. Nosotros hacemos una síntesis de los seis componentes del modelo en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Componentes del modelo MTSK

<p>Conocimiento de la estructura de las matemáticas: conocimientos avanzados y elementales mediante los cuales el profesor trabaja la matemática avanzada desde un punto de vista elemental y viceversa, constituyendo una visión integrada y conectada del contenido de la enseñanza.</p> <p>Conocimiento de la práctica matemática: conocimiento de las formas válidas de proceder en matemáticas; incluye formas de comunicar, argumentar y demostrar.</p> <p>Conocimiento de enseñanza de la matemática: conocimiento de estrategias de enseñanza, recursos y materiales, así como conocimiento, personal o institucional, de teorías de enseñanza de las matemáticas, generadas en la investigación.</p> <p>Conocimiento de los temas: conocimiento de la matemática como disciplina, la fundamentación teórica de los procedimientos estándares y alternativos, distintas formas de representación, la fenomenología de los conceptos y aspectos de la epistemología de las matemáticas vinculados a los significados de un contenido.</p> <p>Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: conocimiento sobre formas de aprender, procedencia de obstáculos, errores y dificultades al aprender un contenido, formas de interacción de los estudiantes que estimulan su aprendizaje, expectativas e intereses de los estudiantes y conocimiento de teorías de aprendizaje matemático generadas en la investigación.</p> <p>Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas: conocimiento de los referentes curriculares que sugieren en qué momento y con qué nivel de dificultad puede aprender un contenido matemático (lineamientos, estándares, disposiciones).</p>

LA RACIONALIDAD DE LA PRÁCTICA DEL PROFESOR

La cuarta perspectiva de la que informamos en esta sección, la Racionalidad de la práctica del profesor, es propuesto por Herbst (2018) para enfocar la atención en las decisiones que toman los profesores en las clases, que conciernen a la transacción de conocimientos en contextos institucionales. Esta mirada pretende ser una opción a consideraciones prescriptivas en las que se asume que lo que hacen los profesores en clase puede ser manipulado a voluntad y se desconoce la fuerte influencia de las políticas educativas y la cultura del trabajo docente.

Más allá de centrarse en identificar o explicar las decisiones que toma el profesor en su clase sobre el contenido matemático, el estilo de la enseñanza o la forma de evaluar, lo que busca Herbst (2018) es aportar un recurso para enfocar la atención en la gestión (local y situada en situaciones y momentos específicos) de las matemáticas que están en juego; por ejemplo, en asuntos como la explicación del cambio en la formulación de un enunciado de un problema dirigido a los estudiantes. Con este recurso, el conocimiento profesional del profesor en acción puede explorarse y fomentarse en relación con: la identificación de aspectos de las concepciones matemáticas que el profesor pone en juego al actuar en clase; la atención a las demandas de conocimientos específicas de una situación en la que

el profesor toma decisiones; y, los recursos profesionales que el profesor tiene a su disposición para justificar sus acciones referidas a la gestión del contenido matemático. Su inquietud no se centra en «decidir qué es lo que el maestro debería hacer, sino a estudiar cuál posible es que lo haga» (p. 12).

El constructo Racionalidad de la práctica propone un conjunto de elementos teóricos y metodológicos para estudiar las decisiones del profesor, que Herbst (2018) organiza en tres tipos de recursos (Cuadro 7). Los recursos personales tienen que ver con el conocimiento personal del profesor sobre las matemáticas y con otras características individuales del profesor, propias de su perfil. Para identificar esos recursos, Herbst propone realizar cuestionarios, con base en contribuciones de investigadores como Ball, Thames y Phelps (2008) sobre el conocimiento de contenido matemático de los profesores.

Cuadro 7. Recursos de la Racionalidad de la práctica.

Recursos personales

Conocimiento personal y perfil del profesor

Recursos sociotécnicos disponibles

Normas de instrucción

Obligaciones profesionales

Los recursos sociotécnicos disponibles son recursos sociales y específicos del conocimiento que Herbst (2018) clasifica en dos grupos: las normas de instrucción y las obligaciones profesionales. Las normas de instrucción tienen que ver con las demandas sociotécnicas de la situación de enseñanza. Se refieren a lo que hay que enseñar sobre un conocimiento específico, en una determinada situación, lo que el profesor debe hacer para enseñarlo, lo que hay que aprender en la situación y lo que los estudiantes tienen que hacer para aprenderlo. Pueden referirse al intercambio académico, la división del trabajo y la temporalidad. Las primeras expresan las expectativas del conocimiento que está en juego y el trabajo que se debe hacer para poder obtenerlo; las segundas expresan expectativas que se refieren a quién tiene que hacer qué y con qué herramientas; las terceras expresan a la organización del tiempo y aluden a expectativas acerca de cuándo hay que hacer las cosas y cuánto tiempo puede tardar hacerlas.

Las obligaciones profesionales se refieren a los recursos sociotécnicos de los que dispone el profesor para justificar decisiones, dada su posición institucional de profesor de matemáticas. Uno de tales recursos, según Herbst (2018), es el currículo previsto, el cual generalmente es implementado a través de los libros de texto. Pero la perspectiva no busca identificar cuáles son tales recursos sino identificar: cuáles son los conocimientos sobre la enseñanza que son movilizados por las situaciones de trabajo profesional, en qué condiciones se puede afirmar que los contenidos

matemáticos que el profesor debe enseñar se ponen en juego en la tarea que los estudiantes realizan y cómo describir la interacción en clase en términos de los objetos curriculares en juego.

Para Herbst (2018) las obligaciones profesionales reúnen cuatro tipos de aspectos de la práctica para los que los profesores deben tener una disposición. Estas son: obligaciones con la disciplina matemática, que los predisponen a presentar las ideas de una determinada manera y con un lenguaje específico; obligaciones con los estudiantes como individuos, que los predisponen a atender sus necesidades emocionales; obligaciones con el grupo de estudiantes de una clase, como colectivo social, que los predisponen a promover formas apropiadas de comunicarse entre los miembros de la clase; y obligaciones institucionales, que los predisponen a atender requerimientos como cumplir los programas, atender el calendarios escolar, etc.

UN EJEMPLO PROCESO DE FORMACIÓN PROFESIONAL

En este apartado ilustramos el uso de una de las perspectivas mencionadas en un proceso de formación profesional que busca proponer una reflexión guiada (Nolan, 2008), en el marco del programa de Maestría en Docencia de la Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional, dirigido a la formación continuada de profesores de matemáticas. En este proceso dos profesores, Luis y Alex, construyen conocimiento en el curso de la acción y experimentan procesos interpretativos a través de los cuales dotan de significado las situaciones que enfrentan y examinan su trabajo diario para redirigir sus acciones.

Luis y Alex trabajan en una institución educativa rural localizada a cuatro horas de Bogotá, hace alrededor de cinco años, desde que obtuvieron su título profesional. Se inscribieron al programa de Maestría incentivados por la búsqueda de alternativas para motivar a sus estudiantes al estudio de las matemáticas y de estrategias para mejorar el rendimiento en las pruebas externas que en Colombia se aplican en los grados 5° (9 - 11 años), 9° (13 - 15 años) y 11° (15 - 17 años).

En la cohorte en la que estudian Luis y Alex, el currículo de la Maestría busca promover, a lo largo de dos años, dos ciclos de reflexión sobre su práctica, encaminados a desarrollar conocimiento profesional en acción. Estos han sido organizados siguiendo la propuesta de Jackson (1975; citado en Llinares, 2000) y el Ciclo reflexivo de Smyth (1991).

El primer ciclo de reflexión inició a partir de las inquietudes que los estudiantes tenían sobre cómo motivar a los estudiantes de grado 9° a aprender geometría y lograr que tuvieran mejor rendimiento. El profesor del espacio académico dirigido a construir el proyecto de trabajo de grado les pidió elaborar una descripción sobre cómo eran sus clases de geometría. Con esta tarea dio inicio a la acción de

«describir», propuesta por Smyth (1991) en su modelo. Al narrar su práctica, Luis y Alex mencionaron asuntos como los siguientes:

Como docentes direccionamos nuestras clases en su mayoría con los métodos tradicionales, sin tener en cuenta procesos de enseñanza matemática, ni la variación de actividades y ejercicios significativos para el aprendizaje matemático. [...] Nuestra concepción hacia la enseñanza de las matemáticas se rige por cómo nosotros aprendimos, por medio de procedimientos y algoritmos para solucionar cierta cantidad de ejercicios.

El trabajo de fundamentación realizado en los cursos del programa, junto con preguntas dirigidas a planear una clase de geometría que se apartara de los «métodos tradicionales» introdujo a Luis y Alex en la Fase preactiva del primer ciclo de reflexión. Esta fase guarda estrecha relación con lo que Parada (2011) denomina Reflexión-para-la-acción si se asume que el grupo de estudiantes inscritos en esta cohorte del programa conforman una comunidad de práctica. Algunas de las preguntas dirigidas a la acción de «informar», realizadas por el profesor se dirigían a identificar los instrumentos conceptuales y técnicos a usar, las previsiones sobre la gestión de la clase, el discurso que se favorecería y cómo se haría la valoración del aprendizaje.

La planeación de una clase de geometría para estudiantes de 12 a 14 años, realizada por Luis y Alex en la Fase preactiva del primer ciclo de reflexión se centró en la enseñanza del cubo. Ellos decidieron, influidos por lecturas sobre el uso de material lúdico, explicar a los estudiantes cómo construir cubos utilizando módulos de origami. Según la planeación, en la clase los estudiantes debían construir dos cubos y luego responder preguntas como: «¿Cuántas aristas convergen en el mismo vértice?, ¿cuántas aristas, vértices y caras se pueden apreciar desde varias perspectivas de vista del cubo?, ¿con cuál de los dos módulos es más fácil hallar el total de aristas, vértices y caras del cubo?»

Luis y Alex implementaron su clase intentando seguir la planeación (Fase interactiva). Al terminar esta, consignaron en diarios personales los principales sucesos de la clase y las reflexiones producto de su acción. Esta reflexión fue dirigida por el profesor quien pretendió suscitar una revisión del conocimiento puesto en juego frente a situaciones contingentes, elemento central del conocimiento profesional del profesor en acción, tal como lo sugieren Rowland, Huckstep y Thwaites (2005). Posteriormente, en la Fase postactiva el profesor promovió una discusión colectiva buscando la confrontación, como se sugiere en el modelo de Smyth (1991).

En su diario en el que reportaban sus reflexiones, Luis y Alex comentaron asuntos como los siguientes:

Observamos que el recurso (origami modular) no favoreció el objetivo de la clase, pues ésta terminó centrándose en explicar los pasos para la construcción de los cubos y dejamos de lado el análisis de propiedades y las conjeturas que queríamos que los estudiantes formularan.

En la Fase Preactiva del segundo ciclo de reflexión Luis y Alex adelantaron un nuevo proceso de fundamentación, dirigido a ahondar en el conocimiento sobre la enseñanza y el aprendizaje del cubo. Esto con miras a informarse para proponer una segunda planeación. Los estudiantes propusieron dos problemas que, según ellos, podrían favorecer un trabajo más centrado en la actividad geométrica de sus estudiantes, que el promovido a partir de la elaboración de los módulos de origami. El primer problema consistía en descubrir y justificar qué ángulo se forma con dos diagonales de caras del cubo que comparten un vértice y el segundo consistía en determinar y justificar qué corte hacer a un cubo sólido para obtener una sección hexagonal regular. Desde su punto de vista y fundamentados en el estudio de procesos de pensamiento relacionados con el sentido espacial, estos problemas permitirían a los estudiantes desarrollar procesos de visualización, representación, conjeturación y justificación.

Luis y Alex comenzaron a planear su nueva clase con base en los dos problemas. Al estudiar los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, formulados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), vieron que allí se sugería que las situaciones problemas propuestas tuvieran nexos con en el entorno en el que los estudiantes viven. Como la institución educativa en donde trabajan es agroindustrial y localizada en un municipio deprimido económicamente, optaron por concebir otro tipo de enseñanza más conectada con el proyecto educativo del colegio y que ayudará a atender la problemática social del entorno.

En busca de opciones, decidieron proponer, en la clase de geometría del grupo de 9°, la elaboración de un proyecto dirigido a cultivar ahuyamas «cúbicas», como una posibilidad de estimular la economía del municipio¹. Planearon una clase en la que proponían a los estudiantes analizar qué ventajas tendrían las ahuyamas cúbicas, buscando que ellos aludieran a propiedades del cubo, como el hecho de que se apila y no deja espacios, con lo cual su transporte y almacenamiento se favorecen. Después pedirían a los estudiantes construir estructuras cúbicas para encerrar las ahuyamas pequeñas y condicionar su crecimiento a moldes cúbicos. Al realizar esta tarea, buscaban promover el estudio de propiedades de las caras del cubo, de sus aristas y de sus diagonales. Finalmente, decidieron pedir a los

¹ La idea fue tomada de proyectos japoneses y españoles que consultaron en Internet. Ver por ejemplo:

<https://www.google.com.co/search?q=video+patillas+c%C3%BAbicas&oq=video+patillas+c%C3%BAbicas&aqs=chrome..69i57.4630j0j8&sourceid=chrome&ie=UTF-8>

estudiantes elaborar un documento, dirigido al alcalde del pueblo, explicándole el proyecto para solicitar recursos. En este, los estudiantes debían hacer representaciones de las estructuras cúbicas, promoviendo con ello el estudio de diversas formas de representación. Adicionalmente, debían explicar al alcalde cómo lograr tajadas hexagonales de ahuyama, para fomentar la compra del producto, junto con la producción de ahuyamas cúbicas.

Actualmente, Luis y Alex se encuentran en la Fase interactiva de esta nueva planeación. Hasta el momento se encuentran satisfechos pues han visto que la clase es más dinámica, los estudiantes están interesados por hacer las estructuras cúbicas y han aprendido lenguaje, elementos constitutivos del cubo y algunas propiedades. El proceso no está exento de preocupaciones y ellos están expectantes por los aprendizajes logrados. El balance realizado en la Fase postactiva les permitirá rediseñar nuevamente su clase sobre el cubo en un nuevo ciclo de reflexión. Por ahora, avanzan en la reflexión crítica sobre su práctica. En sus diarios menciona, por ejemplo:

No nos cuestionábamos mucho sobre nuestra manera de proceder y en algunas ocasiones en que intentamos hacer cambios, nos faltaban herramientas. Por ejemplo, cuando propusimos la clase sobre construir cubos con origami, tuvimos en cuenta el recurso, pero no profundizamos en para qué lo usábamos y terminamos haciendo una clase tradicional en la que los estudiantes tenían que memorizar algunas definiciones.

PROYECCIÓN

Las perspectivas descritas brevemente en los apartados anteriores muestran la riqueza de marcos que pueden ser empleados en la investigación sobre la práctica del profesor. Desde diferentes ópticas y enfocando la atención en asuntos diversos, constituyen un insumo para el trabajo investigativo y el desarrollo profesoral.

Vemos necesario que el campo investigativo de la práctica del profesor de matemáticas avance de manera más decidida hacia la formulación de proyectos enfocados al desarrollo profesional, de tal forma que la producción se centre menos en la descripción y caracterización del conocimiento práctico del profesor y se dirija a la búsqueda de transformaciones efectivas que impacten la enseñanza y aprendizaje de niños y jóvenes. Probablemente, una ruta que puede dar buenos resultados es la constitución de colectivos de profesores, apoyados por investigadores, que atiendan problemáticas específicas de sus prácticas y lleven a cabo acciones de desarrollo profesional situado.

REFERENCIAS

- Ball, D.L., Thames, M.H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Carrillo, J.; Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialized knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C., C. Haser y M.A. Mariotti (eds.). *Proceedings of the CERME 8* (pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: ERME.
- Escudero, I. (2003). *La relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria y su práctica. La semejanza como objeto de enseñanza-aprendizaje*. (Tesis doctoral). Sevilla: Universidad de Sevilla.
- Fernández, C. y Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A case of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Flores, P. (2000). Reflexión sobre problemas profesionales surgidos durante las prácticas de enseñanza. *Revista EMA*, 5(2), 113-138.
- García, M. y Llinares, S. (1999). Procesos interpretativos y conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Reflexiones desde la perspectiva de la enseñanza como diseño. *Quadrante*, 8, 61-84.
- Godino, J.D. y Batanero, C. (2009). Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. En L. Serrano (ed.). *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica*. Capítulo 1. (pp. 9-34). Melilla: Universidad de Granada.
- Godino, J.D.; Batanero, C.; Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 8(1), 46-74.
- Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V. y Wilhelmi, M.R. (2006) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII, 2, 221-252.
- Herbst, P. (2018). Teoría y métodos para la investigación de la racionalidad de la práctica en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 30(1), 9-46.
- Liston, D.P. y Zeichner, K.M. (1997). *Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización*. Madrid: Morata.
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J.P. da Ponte y L. Serrazina (coord.) (2000). *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia*. (pp. 109-132). Sección de Educación Matemática Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación. Lisboa, Portugal.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (pp. 429-459). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

- Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 18(36), 93-115.
- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñanza matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de Investigación en educación Matemática*, 2, 53-70.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente «mirar profesionalmente» la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. *Educación en Revista*, 50, 117-133.
- Martin, T., Soucy, S., Wallace, M. y Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 95-124.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Libros y Libros S.A.
- MEN. (2009). *Estudio de clase: una experiencia en Colombia para el mejoramiento de las prácticas educativas*. Bogotá: Agencia de Cooperación Internacional del Japón, JICA.
- Muñoz-Catalán, C., Joglar, N., Ramírez, M., Escudero, A.M., Aguilar, A. y Ribeiro, M. (2019). El conocimiento especializado del profesor de infantil desde el aula de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 63-84). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- Nolan, A. (2008). Encouraging the reflection process in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian Journal of Early Childhood*, 33(1), 31-36.
- Parada, S.E. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: un modelo de desarrollo profesional*. [Tesis doctoral]. México, D.F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Unidad Distrito Federal.
- Planas, N., Chico, J, García-Honrado, I, Arnal, A.(2019). Discursos del alumno y del profesor en clase de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 19-41). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- Rowland, T.; Huckstep, P y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 255-281.
- Schön, D. (1993). Teaching and learning as a reflective conversation. En L. Montero y J. M. Vez (Eds.) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. (pp. 5-27). Santiago de Compostela, España: Tórculo Ediciones.
- Schön, D.A. (1992). *Formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.
- Shulman, L. (1986). Those who understand, knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Smyth, J. (1991). Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación*, 294, 275-300.

- Vanegas, Y., Font, V. y Pino-Fan, L. (2019). Análisis de la práctica profesional de un profesor cuando explica contenidos de medida. En, E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M.T. González (ed.). *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional*. Capítulo 2. (pp. 43-62). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2/3), 133-170.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning and identity*. Cambridge: Cambridge University.
- Yoshida, M. (1999). *Lesson study: A case study of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development*. (Tesis doctoral). Chicago: Universidad de Chicago.