ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA PROFESIONAL DE UN PROFESOR CUANDO EXPLICA CONTENIDOS DE MEDIDA

ANALYSIS OF THE PROFESSIONAL PRACTICE OF A TEACHER WHEN EXPLAINING MEASUREMENT CONTENTS

Vanegas, Y.[1], Font, V.[2] Pino-Fan, L.[3]

[1, 2] *Universidad de Barcelona,* [3] *Universidad de Los Lagos*

RESUMEN

El interés por investigar la práctica del profesor ha llevado al desarrollo de modelos para el análisis de la interacción y práctica educativa en el aula. En este capítulo, se analiza la práctica profesional de un profesor en una clase de matemáticas en la que se aborda la medida de longitud con alumnos de 12-13 años. Se usan las herramientas de análisis didáctico propuestas desde el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM), las cuales se basan en constructos del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática, para realizar una radiografía que ilustra la estructura y funcionamiento de la clase.

Palabras clave: *práctica del profesor, análisis didáctico, medida de longitud.*

ABSTRACT

The interest to investigate the practice of the teacher has led to the development of models for the analysis of the interaction and educational practice in the classroom. In this

Vanegas, Y., Font, V., Pino-Fan, L. (2019). Análisis de la practica profesional de un profesor cuando explica contenidos de medida. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 43-62). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

chapter, we analyze the professional practice of a teacher in a mathematics class in which the measure of length is studied with 12-13-year-old students. We used the didactic analysis tools proposed by the Didactic-Mathematical Knowledge and Competence Model, which are based on constructs of the Ontosemiótic Approach of Cognition and Mathematical Instruction (OSA), to carry out a radiograph for illustrating the structure and performance of the class.

Keywords: *teacher's practice, didactic analysis, length measurement*.

INTRODUCCIÓN

La investigación sobre el profesor ha evolucionado desde perspectivas más cognitivas en las que se estudia el pensamiento del profesor (Leinhardt y Greeno, 1986; Shulman, 1986; Simon y Tzur, 1999), hasta perspectivas más antropológicas y socioculturales en las que se estudia el conocimiento y práctica profesional del profesor (Gavilán, García y Llinares, 2007; Lerman, 2001; Ramos y Font, 2008; Sensevy, Schubauer-Leoni, Mercier, Ligozat y Perrot, 2005). El interés por investigar la práctica del profesor ha llevado al desarrollo de modelos para el análisis y la mejora de la interacción y práctica educativa en el aula (Coll y Sánchez, 2008), dichos modelos han desarrollado herramientas y métodos de investigación que ofrecen amplias perspectivas para afrontar este objetivo (Gellert, Becerra, y Chapman, 2013). Algunos ejemplos claros de estos enfoques son: *Lesson Study* (Fernández y Yoshida, 2004), *Mirar con sentido profesional* (Fortuny y Rodríguez, 2012; Llinares, 2012; Mason, 2002), *The Knowledge Quartet* (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005), *Concept Study* (Davis, 2008); en estos se trata de promover la reflexión del profesor sobre la acción, de manera individual o en interacción con sus pares, identificando factores claves que afectan los procesos de instrucción y así, tomar decisiones basadas en tales reflexiones. Entre estas propuestas encontramos el modelo de análisis didáctico formulado por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS a partir de ahora) (Badillo, Figueiras, Font y Martínez, 2013; Font, Planas y Godino, 2010; Godino, Contreras y Font, 2006; Mateus, 2016; Pochulu, Font y Rodríguez, 2016), que ha desarrollado herramientas de análisis específicas que ayudan a realizar tres tareas básicas del trabajo docente: descripción, explicación y valoración de la práctica de enseñanza y de aprendizaje. En este modelo se entiende la práctica del profesor de matemáticas, sobre todo, como «una práctica» que posibilita que los alumnos realicen prácticas matemáticas.

Después de esta introducción, en las siguientes secciones se presenta un resumen de las herramientas generadas en el marco del EOS para el análisis de la práctica del profesor y se comenta su uso en la formación de profesores. A continuación, se presenta el contexto donde tuvo lugar la práctica del profesor que será analizada con dichas herramientas. Seguidamente se muestra el uso de estas herramientas en el análisis de un episodio de la clase. Por último, se presentan unas reflexiones finales sobre las implicaciones de esta investigación para el formador de profesores de matemáticas.

HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA. UNA PROPUESTA DESDE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

A continuación, se presenta una síntesis del modelo Conocimientos y Competencias Didáctico–Matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM) y del modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS, que sirve en este caso de fundamento para realizar el análisis del episodio.

El Modelo CCDM

En el marco del EOS se ha desarrollado un modelo teórico de conocimientos del profesor de matemáticas. Tal como afirman autores como Pino-Fan, Assis y Castro (2015) y Pino-Fan, Godino y Font (2018), una de las perspectivas de desarrollo de dicho modelo es el encaje de la noción de conocimiento con la noción de competencia del profesor. Por otra parte, también en el marco del EOS, se han realizado diversas investigaciones sobre las competencias del profesor de matemáticas (Breda, Font, Lima y Pereira, 2018; Ferreres y Vanegas, 2015; Font, 2011; Giménez, Font y Vanegas, 2013; Godino, Giacomone, Font y Pino-Fan, 2018; Pochulu et al., 2016; Rubio, 2012; Seckel, 2016), las cuales también han puesto de manifiesto la necesidad de contar con un modelo de conocimientos del profesor para poder evaluar y desarrollar sus competencias. En el modelo CCDM se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, cuyo núcleo fundamental (Breda, Pino-Fan y Font, 2017; Font, 2011; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017) consiste en: *Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de idoneidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora*.

En diferentes investigaciones y contextos de formación, se han diseñado e implementado ciclos formativos para que los profesores (o futuros profesores) desarrollen las competencias de este modelo y aprendan los conocimientos que se contemplan en él (Rubio, 2012; Pochulu et al., 2016; Seckel, 2016). Se trata de ciclos formativos en los que se pretende enseñar a los participantes los tipos de análisis didáctico que se contemplan en el modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS. Se trata de ciclos formativos (talleres) diseñados como entornos de aprendizaje de manera que: 1) los asistentes tengan una participación activa a partir del análisis de episodios de aula; y, 2) los tipos de análisis que propone dicho modelo de análisis emerjan de la puesta en común realizada en el gran grupo.

Modelo de Análisis Didáctico propuesto por el EOS

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Contreras, García y Font, 2012; Font et al., 2010; Pino-Fan, Assis y Godino, 2015; Pochulu y Font, 2011) considera cinco tipos de análisis sobre los procesos de instrucción: 1) Identificación de prácticas matemáticas; 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; 4) Identificación del sistema de normas y metanormas; y, 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

El primer tipo de análisis explora las prácticas matemáticas hechas en un proceso de instrucción matemático. El segundo tipo de análisis se centra en los objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. El tercer tipo de análisis didáctico está orientado, sobre todo, a la descripción de los patrones de interacción, a las configuraciones didácticas y su articulación secuencial en trayectorias didácticas; las configuraciones y trayectorias están condicionadas y soportadas por una trama de normas y metanormas. El cuarto tipo de análisis estudia dicha trama.

Los cuatro primeros tipos de análisis son herramientas para una didáctica descriptiva-explicativa, mientras que el quinto se centra en la valoración de la idoneidad didáctica. Este último tipo se basa en los cuatro análisis previos y es una síntesis orientada a la identificación de mejoras potenciales del proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

El modelo de análisis didáctico propuesto por el EOS integra aspectos del llamado enfoque epistemológico y de las teorías socioculturales. Por una parte, el análisis de las prácticas, objetos y procesos matemáticos permite describir las matemáticas del proceso de instrucción analizado. Mientras que el análisis de las interacciones y de la dimensión normativa permite describir la interacción producida en el proceso de instrucción y las normas que la regulan. Por último, los criterios de idoneidad implican la incorporación de una racionalidad axiológica en la educación matemática que permita el análisis, la crítica, la justificación de la elección de los medios y de los fines, y la justificación del cambio, entre otros aspectos.

El desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica permite a los profesores realizar estos tipos de análisis didáctico y, a su vez, los dispositivos de formación para la enseñanza y aprendizaje de estos tipos de análisis didáctico contribuyen al desarrollo de dicha competencia y a la adquisición de los conocimientos del profesor contemplados en el modelo CCDM (Pino-Fan, Godino y Font, 2018, Rubio, 2012; Seckel, 2016).

A continuación, se presenta parte del análisis de una clase con el que se pretende mostrar algunos de los tipos de análisis didáctico contemplados en el modelo propuesto por el EOS (Font et al., 2010; Font y Rubio, 2014; Pino-Fan et al., 2015). En particular, se presenta la primera fase, que consiste en el análisis experto de los cuatro primeros tipos de análisis de dicho modelo de una clase sobre contenidos de medida.

CONTEXTUALIZACIÓN DE LA CLASE ANALIZADA

La clase que será objeto de nuestro análisis tiene una duración aproximada de 50 minutos, se desarrolla en el primer año de educación secundaria de un Instituto, con 25 alumnos de 12 y 13 años. El instituto está ubicado en la población de Vilassar de Mar, provincia de Barcelona, y es de carácter público.

La clase forma parte de una secuencia de sesiones orientadas al estudio de la noción de medida de longitud. Con esta secuencia el profesor tiene como intencionalidad que se relacione la noción de medir inicialmente con la idea de comparar, buscando con esto alejar a los alumnos de la concepción usual de que medir es calcular. Las primeras actividades de la secuencia se centran en la identificación de unidades arbitrarias tradicionales no decimales asociadas al cuerpo humano (palmos, codos, brazadas, etc.) y en el cambio de unidades. Las actividades siguientes se refieren al deseo europeo de llegar a una unidad de medida común para todos y, finalmente, a cómo se llegó a determinar la medida del metro. Se plantean actividades en las que se pretende que los alumnos reconozcan la inconveniencia del uso de instrumentos de medida con diferentes unidades de medida. Se contextualiza la situación con el contexto histórico que dio lugar a la creación del metro.

Para el análisis de la clase hemos subdividido el registro en nueve episodios que denominamos configuraciones didácticas (Godino et al., 2006), de acuerdo con los planteamientos del EOS. Cada una de las configuraciones didácticas (CD) muestra las interacciones en torno a una situación problema y finaliza cuando inicia otra. Aunque el criterio básico para determinar una CD es la realización de una tarea, tal y como lo plantean Font, Bolite y Acevedo (2010), la agrupación de las líneas de transcripción es flexible y queda a criterio del investigador.

Episodio 1: se hace una introducción del uso de medidas convencionales de tipo local. Se toma el ejemplo de la cana, enunciando datos numéricos que indican el tamaño de cada una y se enfatiza la diferencia de éstos dependiendo del lugar en el que eran usadas.

Episodio 2: se centra en la ubicación de la problemática de la diversidad de unidades de medida en el contexto social, las implicaciones que tenía y la necesidad de una unidad convencional universal.

Episodio 3: está orientado a realizar cambios de una medida dada en una unidad convencional de tipo local a metros.

Episodio 4: está centrado en la realización de comparaciones entre medidas, mediante comparaciones numéricas con la misma unidad.

Episodio 5: se centra en el planteamiento de un problema de comparación de medidas con unidades diferentes.

Episodio 6: se centra en la discusión y argumentación sobre el proceso de conmensurabilidad, que surge como respuesta al problema abordado en el episodio anterior.

Episodio 7: se busca resaltar la propuesta de representación y comparación del metro y la cana que ha realizado una estudiante en el desarrollo del problema del episodio 5.

Episodio 8: se valida el proceso de conmensurabilidad de medidas propuesto por un estudiante, para comparar medidas con unidades diferentes.

Episodio 9: se reconstruye el procedimiento multiplicativo de cambio de unidad en otro contexto (paso de leguas a metros, usando como referencia la relación de leguas a canas y de canas a metros).

A partir de la transcripción completa de la clase, se observa que el profesor en su implementación pretende que los alumnos reconozcan: a) el valor de la unidad de medida universal por la necesidad de lo convencional; b) la no arbitrariedad de una unidad de medida acordada. En los distintos episodios se reconocen los contenidos siguientes: a) identificar los dos componentes de una medida: la unidad y el número asociado al número de veces que se encuentra la unidad (en los episodios 1, 2, 3 y 4); b) usar comparaciones entre medidas de la misma especie (misma unidad y unidades diferentes, en los episodios 4, 5, 6) y, c) establecimiento de una relación multiplicativa asociada al cambio de medidas con unidades diferentes (episodios 5, 6 y 7).

ANÁLISIS DEL EPISODIO 1

Al inicio de la clase el profesor evoca el recuerdo de la clase anterior en la que se reconocieron tipos de unidades no convencionales para la medida de longitud que se usaban en Catalunya en los siglos XVI-XVIII. Se había hablado de un patrón llamado cana, al que se le asignaba un valor diferente dependiendo de la población. Remarca los inconvenientes de la ausencia de la medida común. En el episodio 1 (transcripción que se muestra a continuación) se hace una introducción al contenido del uso de medidas convencionales de tipo local. Se toma el ejemplo de la cana como medida que se materializa mediante datos numéricos diferentes (dependiendo del lugar), y se muestra posteriormente el inconveniente que generó dicha diversidad de medidas y la necesidad de construir una unidad de medida de longitud universal: el metro.

1	P:	Antes que nada, voy a daros unos datos para poder hacer el problema. ¿Estáis preparados?
2	P:	La Cana de Montpeller (Montpeller es una población del sur de Francia actualmente, que los franceses llaman Montpellier, en catalán la llamamos Montpeller), medía:
3	P:	Atención al número, todos a la vez
4	P:	Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros
5	P:	Uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros
6	A1:	¿Y qué?
7	P:	Y que nada
8	A2:	¿Uno cómo? …
9	P:	Todos a la vez
10	A3:	¿Cómo?
11	P:	Por lo tanto, fijaros que la cana de Montpeller es uno coma nueve. Quiere decir que casi… ¿Casi qué?
12	A	Dos metros
13	P:	¡Casi dos metros!
14	P:	Era una cana muy larga. Una cana más o menos así… Sabéis que dos metros sería, más o menos, la altura de una persona con la mano levantada. O si queréis la altura de un jugador de baloncesto
15	P:	Unos dos metros
16	P:	La cana del Baix Camp (sabéis que es una comarca de Catalunya). La cana del Baix Camp hacía (todos juntos) uno coma cinco, cinco, cinco metros. Uno coma cinco, cinco, cinco metros.
17	P:	Atención, fijaros que uno coma cinco
18	A5:	Más que un metro
19	A1:	Mucho más pequeño
20	P:	Mucho más pequeño
21	P:	La diferencia era muy grande. No era una diferencia pequeña. La diferencia es de trozos enormes
22	P:	Esta cana se usaba también en Barcelona
23	A:	Hablan varios alumnos simultáneamente
24	P:	Esta cana se usaba en Barcelona y en el Maresme, pero no en Arenys. … pero no Arenys. Donde su cana era …
25	P:	Donde su cana era de … y ahora todos juntos
		Uno coma cinco, seis, cuatro, metros
26	A:	Murmullos
27	P:	Uno coma cinco, seis, cuatro, metros
28	A10	¿Cinco, seis, cuatro?
29	P:	Metros

30	P:	Si os fijáis en el Mareseme se utilizaba la misma cana, pero no en Arenys que es una población del Maresme, incluso estando en la misma comarca.
31	P:	Fijaros hasta qué punto el enredijo era enorme
32	P:	Si un comerciante de Arenys con uno de Mataró tenían canas diferentes con uno de Blanes
33	A4:	Pero ¿si lo hubieran medido con palmos? ¿Por qué no…?
34	P:	Porque los palmos no son iguales. Tú sabes que los palmos, ya lo habéis probado con los pasos.
35	A7:	Aquel señor… (no se entiende lo que sigue en el vídeo)
36	P:	Este es el acuerdo al que no habían llegado hasta entonces. Es lo que la revolución francesa propone. Los revolucionarios franceses proponen que se termine con ese enredo de canas diferentes y que hay que unificar todas las medidas en una sola

Identificación de las prácticas matemáticas

En este nivel se pretende identificar las prácticas matemáticas realizadas en el proceso de instrucción. El profesor es quien realiza mayoritariamente las prácticas matemáticas de este episodio dado que está contextualizando la problemática de la sesión. Los alumnos, a petición del docente, realizan pequeñas intervenciones fundamentalmente procedimentales y de registro. En la Tabla 1 se describen las prácticas matemáticas identificadas.

Tabla 1. Prácticas matemáticas identificadas en el episodio 1

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	SUJETO
PP1: Lee y enuncia la medida de la cana de Montpeller, la cana de Baix Camp; la cana de Arenys. Indicando en cada caso un número decimal. **PP2**: Contextualiza cada dato que enuncia, indicando las poblaciónes en que eran utilizadas cada una de las canas. **PP3**: Realiza una aproximación de la medida de la cana de Montpeller. **PP4**: Realiza comparaciones entre las medidas de las canas, para resaltar las diferencias de tamaños. **PP5**: Relaciona el tamaño de las canas con referentes cotidianos. **PP6**: Plantea el problema de no tener una unidad de medida de longitud convencional universal. **PP7**: Interviene para aclarar la duda de un estudiante sobre el uso de una unidad de medida de longitud no convencional: los palmos, y explica por qué ésta no resolvería el problema de tener una unidad de medida común. **PP8**: Considera el valor del contexto histórico en la definición de actividades para la clase de matemáticas.	Profesor

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS	SUJETO
PA1: Atienden y registran las cantidades numéricas (números decimales) que indican del tamaño de cada una de las canas. **PA2**: Siguen los aspectos que relacionan las canas y los lugares en los que eran usadas. **PA3**: Realizan un procedimiento de redondeo. **PA4**: Realizan comparaciones entre cantidades numéricas, para determinar qué cana es mayor o menor. **PA5**: Proponen el uso de una unidad de medida no convencional.	Alumnos

De estas prácticas emergen diferentes tipos de objetos matemáticos primarios: lenguaje, situaciones problema, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos –los cuales se articulan formando *configuraciones epistémicas* cuyo análisis nos informa de la «anatomía de un texto matemático»– y también se activan procesos, entre otros: generalización-particularización; institucionalización-personalización; representación-significación; descomposición-reificación; idealización-materialización y los procesos asociados a los objetos matemáticos: comunicación, definición, enunciación, argumentación.

Análisis de los objetos primarios

A continuación (Tabla 2), se presenta la configuración epistémica de objetos primarios correspondiente al episodio 1, en la cual la situación-problema que la motiva, aunque no aparece en la transcripción de manera explícita, se podría expresar del siguiente modo: *¿Cómo llegar a una unidad de medida de longitud, aceptada por todo el mundo?*

Tabla 2. Objetos primarios matemáticos en el episodio 1

OBJETOS PRIMARIOS	SUJETO
Problema	
¿Cómo llegar a una unidad de medida de longitud estándar aceptada por todo el mundo?	Profesor
Proposiciones	
P1: La cana de Montpeller mide uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros	Profesor
P2: La cana de Baix Camp mide uno coma cinco, cinco, cinco metros	Profesor
P3: La cana de Arenys mide uno coma cinco, seis, cuatro metros	Profesor

Definiciones	
D1: Unidad de medida de longitud convencional de tipo local (Cana de Montpeller, Baix Camp, Arenys)	Profesor
D2: Unidad de medida de longitud estándar (Metro)	Profesor
D3: Unidad de medida no convencional: Palmos	Alumnos
Procedimientos	
M1: Redondeo	Alumnos
M2: Comparación	Profesor
Lenguaje	
L1: *Verbal oral* [Cana de Montpeller; cana de Baix Camp; cana de Arenys, Metro; Palmos, casi, que; dos metros; mucho más pequeño; diferencia; uno coma nueve, ocho, siete, nueve metros; uno coma cinco, cinco, cinco metros; uno coma cinco, seis, cuatro metros]	Profesor
L2: *Verbal escrito* [Números decimales, símbolos para unidades de medida]	Alumnos
L3: *Gestual* [Indicaciones del tamaño de las canas con los brazos y el cuerpo, mostrando una altura del piso a la mano]	Profesor
Argumentos	
A1: Se había podido medir con palmos	Alumno
A2: *Tesis:* Los palmos no pueden ser. *Razón:* Los palmos no son iguales	Profesor
A3: Tiene que ser una nueva unidad de medida de longitud (metro), que sea igual para todos	Profesor

Si consideramos los aspectos del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permiten resolver esta situación problema –entender cómo se llega a definir una unidad de medida de longitud aceptada por todos (metro)–, vemos el uso de lenguajes verbales, simbólicos y gestuales. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de definiciones, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si los razonamientos realizados son satisfactorios. Dichos elementos se articulan en lo que desde el EOS se denomina una configuración epistémica (ver Figura 1).

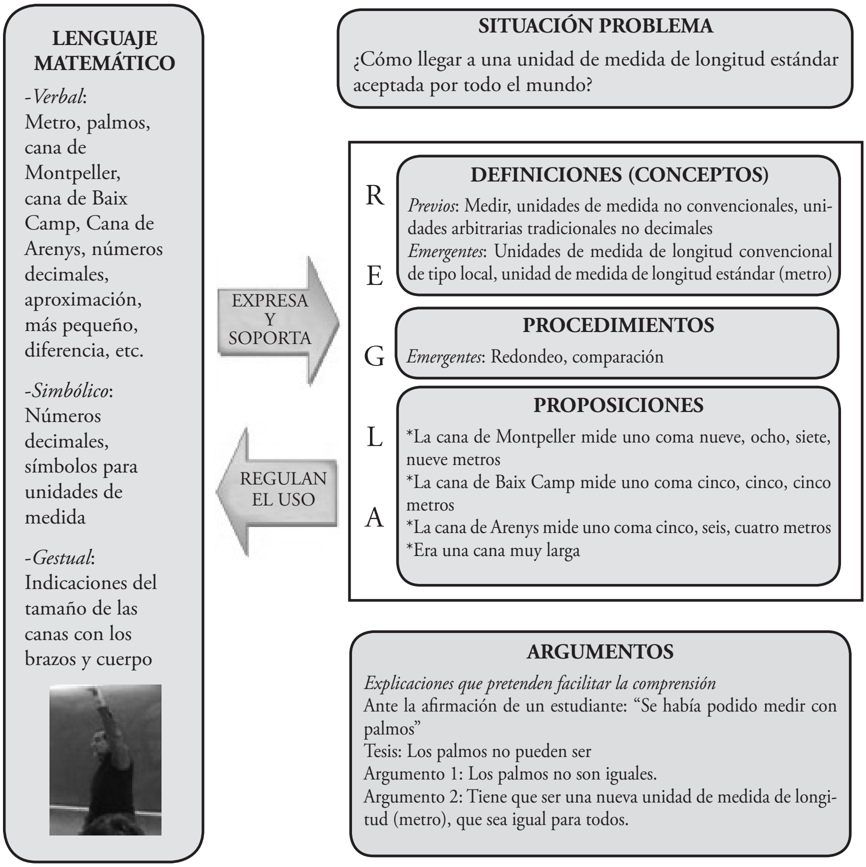

Figura 1. Configuración epistémica en el episodio 1

Análisis de los procesos matemáticos

En la Tabla 3 se describen algunos de los procesos matemáticos, con lo que se busca reconocer el «funcionamiento» de la actividad matemática, es decir, como interactúan los objetos primarios detallados en la Tabla 2 en una perspectiva temporal y dinámica.

Se observa que no se da un proceso de institucionalización bien definido, puesto que el docente busca fundamentalmente mostrar la problemática, acudiendo a los elementos históricos como medio. Dominan los elementos de enunciación y comunicación por parte del docente y sólo se argumenta ante una breve intervención de un estudiante.

Tabla 3. Procesos matemáticos en el episodio 1

PROCESOS MATEMÁTICOS	SUJETOS
Enunciación / Particularización: Al detallar los datos de las medidas de las canas (4, 5, 16, 17, 25, 27)	Profesor
Descomposición / Reificación: Aproximaciones de una medida en relación con la aproximación de un número (12, 13, 14, 18, 19, 20)	Profesor, Alumnos
Representación y **Materialización:** Al mostrar el tamaño de la cana con un gesto, indicando una altura, aludiendo a referentes de la vida cotidiana para que los alumnos se hagan una idea del tamaño de la cana en relación con la cantidad que indica los números que está dictando (13, 14, 18, 19)	Profesor, Alumnos
Enunciación: Proposiciones que indican comparaciones sobre el tamaño de las canas (14, 21)	Profesor, Alumnos
Comunicación: Al explicitar las relaciones que deben interpretarse del enunciado por el hecho de que el profesor está tomando la información de un texto externo (Interpretación del lenguaje) (22, 24). También se da un proceso de comunicación cuando busca llamar la atención sobre la problemática que generaba en el contexto social el que no hubiese una unidad de medida común en lugares geográficamente cercanos (31, 32, 33, 34). Otro proceso de comunicación surge cuando un estudiante plantea la posibilidad de resolver la problemática usando otra unidad de medida (33)	Profesor, Alumnos
Argumentación: Para resolver la duda de un estudiante (34)	
Institucionalización: Al resaltar la importancia del proceso de unificación de la unidad de medida pasando de lo convencional local a lo universal (36)	Profesor

Tipo de interacción y conflictos semióticos

Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006) describen, utilizando como criterio el tipo de interacción y las funciones asumidas por el profesor y los alumnos en ellas, cuatro tipos teóricos de configuraciones: *magistral*, *a-didáctica*, *personal* y *dialógica*. Las configuraciones reales que acontecen están más o menos próximas a ellas. Una CD se considera a-didáctica cuando el alumno y el profesor logran que el primero asuma el problema planteado como propio y entre en un proceso de búsqueda autónomo. La *configuración teórica magistral* se basa en la exposición del profesor. Una variante intermedia entre los tipos anteriores puede definirse cuando el profesor se encarga de la formulación y validación, mientras que los alumnos se responsabilizan de la exploración. La institucionalización tiene lugar mediante un diálogo entre el docente y los alumnos, quienes han tenido ocasión de asumir la tarea, familiarizarse con ella y posiblemente de esbozar alguna técnica de solución. En este caso, se habla de *configuración teórica dialógica*. Otro tipo teórico de CD surge cuando el estudiante resuelve la situación problema sin intervención directa del docente; en esta configuración los alumnos resuelven ejercicios propuestos por el profesor o que incluye el libro de texto. Se trata de un tipo de CD en la que predomina el estudio personal y que se denomina *configuración didáctica personal*.

En el episodio analizado la configuración es fundamentalmente magistral, aunque haya interación, ya que la exposición recae sobre todo en el profesor, en los episodios posteriores se acerca más a la configuración didáctica dialógica. Aunque el registro de la sesión muestra un constante diálogo entre el profesor y los alumnos que podría llevarnos a situar la clase en una configuración dialógica, un análisis más detallado revela que la institucionalización, formulación y validación quedan exclusivamente a cargo del profesor, sin intervención de los alumnos.

En las interacciones didácticas del episodio se infieren conflictos de tipo semiótico, entendidos como cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones). Si la disparidad se produce entre significados institucionales se habla de *conflictos semióticos de tipo epistémico*, mientras que si se da entre prácticas que forman el significado personal de un mismo sujeto se llaman *conflictos semióticos de tipo cognitivo* (una noción muy relacionada con la de conflicto cognitivo propuesta por Piaget). Cuando la disparidad surge entre las prácticas –discursivas y operativas– de dos sujetos diferentes en interacción comunicativa (por ejemplo, alumno-alumno o alumno-profesor) se habla de *conflictos semióticos interaccionales.*

El principal conflicto semiótico de tipo interaccional (numerado como CE31 en la Figura 2) evidenciado en este episodio se manifiesta al final, cuando después de explicitarse la problemática de las diferentes unidades de medida, un alumno enuncia como posible solución el uso de otra unidad de medida convencional arbitraria. Ello evidencia un conflicto epistémico potencial anterior no resuelto sobre el uso del objeto cana como representante de la «clase de medidas» convencionales locales no arbitrarias, que no resuelve el problema de universalidad de la medida. Pero, aparecen además otros tipos de conflictos potenciales que no se analizan aquí por cuestiones de espacio (pero que aparecen también numerados en la Figura 2).

Análisis de las normas

Consideramos que la actividad matemática posee una dimensión social y que es a través de la interacción entre alumnos y profesor como surge la construcción y la comunicación de conocimiento. Tal y como lo plantean Yackel y Cobb (1996), asumimos que el aprendizaje matemático está condicionado no sólo por conocimientos matemáticos y didácticos, sino por algunas reglas denominadas normas socio-matemáticas. Pero ¿cómo podemos clasificar dichas normas, desde el punto de vista del análisis de la práctica matemática? Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2009) proponen diferentes criterios: el momento en que intervienen (diseño curricular, planificación, implementación y evaluación); el aspecto del proceso de instrucción a que se refieren (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológicas) y su origen (disciplina, escuela, aula, sociedad). De acuerdo con estos autores, las normas epistémicas se encuentran en los elementos de las configuraciones de objetos: situaciones problema, lenguaje, definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos que regulan la práctica matemática en un contexto específico.

Hemos detallado las normas epistémicas al describir la configuración de objetos de la Figura 1. A continuación, en la Tabla 4, se muestran otras normas que fueron identificadas en el episodio, siguiendo la tipología propuesta por Godino et al. (2009). Se distingue entre las que se centran en el docente y las centradas en los alumnos. Como ya se ha mencionado, en el episodio analizado el profesor pretende situar a los alumnos respecto a algunos aspectos sociales que motivaron la necesidad de la unificación de medidas (longitudinales) en un momento histórico determinado, lo cual puede evidenciarse en las intervenciones (4, 16, 22, 24, 32, 34, 36), de las cuales pueden inferirse diferentes normas (por ejemplo, N2 y N3). Con ello se facilita y motiva la reflexión de los alumnos sobre las conexiones entre la matemática y el contexto histórico. Enfatizar en la problemática y necesidad de la convencionalidad, y en las características de ciertos instrumentos de medida, brinda soporte a los alumnos en la internalización de la historia científica (Mortimer y Scott, 2003).

Tabla 4. Normas identificadas en el episodio 1

NORMAS	SUJETO
Metaepistémicas: **N1:** Los enunciados de los problemas se pueden modificar, para hacer una mejor interpretación de estos. Es importante hacer una aproximación de las medidas para hacer una mejor interpretación del tamaño que nos indican (11, 14, 17, 18) **N2:** Hay elementos, referentes en lo «cotidiano» que nos ayudan a comprender lo matemático y establecer relaciones (14) **N3:** Hay problemáticas sociales que conducen a la construcción de conceptos matemáticos (32, 34, 36) **N4:** La contextualización es fundamental para la introducción y desarrollo de conceptos matemáticos	Profesor
Interactivas: **N5:** El profesor tiene un papel determinante en el inicio, distribución y finalización de las intervenciones. (1, 9, 11) **N6:** Hay que prestar atención cuando se está tomando nota de la información con la que se va a desarrollar el problema, es importante reconocer los elementos matemáticos cuando se lee un texto (1, 3, 7, 19, 17, 20, 25) **N7:** El profesor interviene para resolver dudas de los alumnos (34, 36)	
Afectivas: **N8:** Se usa el contexto histórico para motivar e implicar a los alumnos en la clase (2, 16, 22, 24, 30, 32, 36)	
Interactivas: **N9:** Los alumnos intervienen cuando tienen dudas (6, 8, 10, 28, 33) **N10:** Hay que prestar atención cuando el profesor llama la atención sobre algún aspecto concreto de la información que está dictando. (10, 12, 18, 19) **N11:** Los alumnos responden a las preguntas y observaciones del profesor (12, 18, 19, 35)	Alumnos

Síntesis de las herramientas de análisis

Con la intención de visualizar de manera global las diferentes herramientas de análisis del EOS y hacer diferentes lecturas de lo ocurrido, a continuación, en la Figura 2, se presentan las contribuciones que se desprenden desde los diferentes tipos de análisis didáctico del modelo para el episodio 1. Para ello, el episodio se ha subdivido en agrupaciones de líneas que indican diferentes momentos del episodio en donde se enfatizan aspectos distintos relacionados con los propósitos de la clase.

Con una lectura horizontal del cuadro, podemos reconocer en el episodio diferentes tipos de prácticas, las cuales podemos evidenciar al relacionar los diferentes objetos y procesos. Las prácticas identificadas (desarrolladas fundamentalmente por el docente) están orientadas a la lectura y enunciación de datos sobre el tamaño de las medidas y la contextualización de estos en relación con la población en que eran usadas dichas medidas. Una lectura vertical de la primera componente de la Figura 2 (Conocimiento/Significado), permite ver que es posible detallar de forma más fina la construcción del significado, en cada momento y a lo largo de los distintos episodios, al reconocer las prácticas matemáticas, identificar objetos y procesos correspondientes a cada una de dichas prácticas, y analizar cómo cambian en el tiempo y conjeturar por qué se han producido dichos cambios.

Respecto al tipo de configuración didáctica y la complejidad de los procesos instructivos a partir de una lectura horizontal de la tabla, vemos que el conjunto del episodio 1 se caracteriza por un tipo de configuración magistral que se explica en el detalle de la lectura horizontal de la tabla.

La Figura 2 nos permite observar también que en el episodio 1, la introducción a la medida que se hace se caracteriza por la presencia de normas metaepistémicas. El análisis de más episodios permite inferir normas que caracterizan el contrato didáctico, ya que se repiten a lo largo de los episodios.

	Sobre el conocimiento/significado			Sobre el docente	Sobrelosestudiantes	Sobre la interacción en el aula		Reglas sociales
Líneas	Prácticas Mat.	Objetos	Procesos	Funciones del docente	Funciones del estudiante	ConfiguraciónDidáctica	Conflictos	Normas
1 - 11	PP1, PP2, PP8 PE1, PE2	P1, C1, L1	Enunciación	Fijación de reglas Motivación	Recepción de la información Demanda de información	Magistral	CIT, CE41, CE32	Epistémica: P1, C1, L1 Metaepistémica: N3, N4, Afectivas: N8 Interactivas: N5, N6, N9, N10
12 - 16	PP3, PP5 PE3	M1, L1, L2	Algoritmización Representación Materialización	Regulación Constatación	Recuerdo Formulación	Magistral	CE12, CE31	Epistémica: M1, L1, L2 Metaepistémicas: N2, Interactiva: N5, N10, N11
17 - 24	PP1, PP2, PP4, PP8 PE1, PE2, PE4	P2, C1, M2, L1	Enunciación ComparaciónComunicación	Fijación de reglas	Recepción de la información Recuerdo Formulación	Magistral	CIR, CIT, CE11	Epistémica: P2, C1, M2, L1 Metaepistémica: N4 Interactivas: N6, N10, N11 Afectiva: N8
25- 31	PP1PP2, PP8 PE1, PE2	P3, C1, L1	Enunciación Comunicación		Formulación		CE31	Epistémica: P3, C1, L1 Metaepistémica: N4 Interaccional: N6, N9, N10 Afectiva: N8
32 - 38	PP6, PP7, PP8 PE2, PE5	C1, C2, L1	Enunciación Comunicación Argumentación	Regulación Motivación		Magistral/Personal	CE11	Epistémica: C1, C2, L1 Metaepistémica: N3, N4, Interaccional: N7, N9, N11 Afectiva: N8

Figura 2. Cuadro sintetizador de los niveles de análisis en el Episodio 1

REFLEXIONES FINALES

Actualmente se considera que los profesores deben desarrollar competencias profesionales que les permitan identificar e interpretar aspectos relevantes de las situaciones de enseñanza y aprendizaje, para poder tomar decisiones fundamentadas sobre su propuesta de enseñanza. En este sentido consideramos que los niveles de análisis propuestos por el EOS brindan herramientas eficaces para que el docente reflexione sobre su propia práctica de una forma estructurada, describiendo lo que ha ocurrido en la clase y reflexionando sobre por qué ha ocurrido, lo cual puede ayudarle a tomar decisiones para la mejora de sus propuestas en el diseño, planificación, implementación y valoración de secuencias didácticas para la clase de matemáticas.

En este trabajo se aplica parte de un modelo que permite realizar un análisis didáctico sistemático para la descripción, explicación y valoración de episodios de clases de matemáticas. La noción de *idoneidad didáctica* y sus criterios para describirla, junto con las herramientas de los cuatro primeros niveles de análisis (que son los que se han utilizado aquí), hacen posible establecer un puente entre una didáctica descriptiva-explicativa y una didáctica axiológica que propicie la crítica, la justificación del cambio, etc.

La descripción de la sesión de clase es el resultado de una metodología de observación, que ha consistido en aplicar los constructos del marco teórico adoptado. Dicho marco nos ha servido de guía sobre lo que había que observar, cómo se debía observar y nos ha proporcionado las herramientas para realizar la observación. La diversidad de herramientas propuestas en el EOS para el análisis de la práctica del profesor cuando enseña matemáticas refleja la complejidad inherente a este tipo de análisis, en tanto que es necesario distinguir elementos de diferente naturaleza.

Este análisis minucioso apoyado en las herramientas didácticas que provee el EOS precisa e ilustra con detalle la estructura y funcionamiento de una clase de matemáticas. Los diferentes niveles de análisis permiten diferenciar todo lo que está involucrado en el conglomerado que conforma una clase de matemáticas (situación problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, interacciones, conflictos, normas y metanormas), así como establecer relaciones entre dichas partes. En términos metafóricos, podemos decir que se realiza una *radiografía* de la clase, donde se observan conflictos semióticos que están relacionados con dificultades de los alumnos, que han sido documentados en otras investigaciones. La Figura 2 permite hacer tanto *lecturas horizontales* como *verticales*, dependiendo de lo que se quiera describir o estudiar. Lo horizontal permite ver la estructura y anatomía de los episodios, mientras que la verticalidad permite ver el desarrollo temporal.

Una cuestión que queda abierta es ¿cuál es el uso que se puede y debe hacer de las herramientas para el análisis didáctico presentadas anteriormente en la formación de profesores? En nuestra opinión, este trabajo muestra la utilidad del uso de dichas herramientas para el análisis y la mejora de la práctica del profesor, pero quedan abiertas las cuestiones de cómo y cuándo convendría enseñárselas a los profesores y futuros profesores. Por ejemplo, si se debe enseñar (o no) la técnica de análisis de la actividad matemática en términos de prácticas, objetos y procesos en la formación inicial, tal como se hizo en Rubio (2012) con futuros profesores de secundaria.

RECONOCIMIENTOS

Trabajo desarrollado en el marco de los proyectos de investigacion en formacion de profesorado: EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, UE) y REDICE18-2000 (ICE-UB).

REFERENCIAS

Badillo, E., Figueiras, L., Font, V. y Martínez, M. (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, *31*(3), 207-225.

Breda, A., Font, V., Lima, V. M. y Pereira, M. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, *14*(2), 162-176.

Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, *13*(6), 1893-1918.

Coll, C. y Sánchez, E. (2008). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación, 346*, 15-32.

Contreras, A., García, M. y Font, V. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Boletim de Educação Matemática*, *26*(42 B), 667-690.

Davis, B. (2008). Is 1 a prime number? Developing teacher knowledge through concept study. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(2), 86-91.

Fernández, C. y Yoshida, M. (2004). *Lesson study: a Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Ferreres, S. y Vanegas, Y. (2015). Uso de criterios de calidad en la reflexión sobre la práctica de los futuros profesores de secundaria de matemáticas. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *196*, 219-225.

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, *26*(1), 9-25.

Font, V., Bolite, J. y Acevedo, J. (2010). Metaphors in mathematics classrooms: analyzing the dynamic process of teaching and learning of graph functions. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(2), 131-152.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, *33*(1), 89-105.

Font, V. y Rubio, N. (2014). Un modelo de anàlisis didáctico de procesos de instrucción matemàtica. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, *7*(1), 11-31.

Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación matemática, 1*, 23-37.

Gavilán, J. M., García, M. y Llinares, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las ciencias*, *25*(2), 157-170.

Gellert, U., Becerra, R. y Chapman, O. (2013). Research methods in mathematics teacher education. En, K. M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick y F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 327-360). Nueva York, NY: Springer-Verlag.

Giménez, J., Font, V. y Vanegas, Y. (2013). Designing Professional Tasks for Didactical Analysis as a research process. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* (pp. 581-590). Oxford, United Kingdom.

Godino, J. D., Bencomo D., Font V. y Wilhelmi M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma, XXVII* (2), 221–252.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, *26*(1), 39-88.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 59-76.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Boletim de Educação Matemática*, *31*(57), 90-113.

Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, *13*, 63-83.

Leinhardt, G. y Greeno, J. G. (1986). The Cognitive Skill of Teaching. *Journal of Educational Psychology*, *78*(2), 75-95.

Lerman, S. (2001). Cultural, Discursive Psychology: a Sociocultural Approach to Studying the Teaching and Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *46*(1-3), 87-113.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 2,* 53-70.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing.* London: Routledge.

Mateus, E. (2016). Análisis Didáctico a un Proceso de Instrucción del Método de Integración por Partes. *Bolema*, *30*(55), 559-585.

Mortimer, E. y Scott, P. (2003). *Meaning making in science classrooms*. Milton Keynes: Open University Press.

Pino-Fan, L., Assis, A. y Castro, W. F. (2015). Towards a methodology for the characterization of teachers' didactic-mathematical knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *11*(6), 1429-1456.

Pino-Fan, L., Assis, A. y Godino, J. D. (2015). Análisis del proceso de acoplamiento entre las facetas epistémica y cognitiva del conocimiento matemático en el contexto de una tarea exploratorio-investigativa sobre patrones. *Educación matemática*, *27*(1), 37-64.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2018). Assessing key epistemic features of didactic-mathematical knowledge of prospective teachers: the case of the derivative. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*(1), 63-94.

Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *14*(3), 361-394.

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa-RELIME, 19*(1), 71-98.

Ramos, A. B. y Font, V. (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, *11*(2), 233-265.

Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*(3), 255-281.

Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Barcelona, Barcelona.

Seckel, M. J. (2016). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Barcelona, Barcelona.

Sensevy, G., Schubauer-Leoni, M. L., Mercier, A., Ligozat, F. y Perrot, G. (2005). An Attempt to Model the Teacher's Action in the Mathematics Class. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 153-181.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Simon, M. A. y Tzur, R. (1999). Explicating the teacher's perspective from the researchers' perspectives: Generating accounts of mathematics teachers' practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *30*(3), 252-264.

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Socio-mathematical norms, argumentation and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*, 458-477.